অঙ্ক শেখায় হাতেখড়ি

পাটিগণিত

(With an index of Arithmetic Terms)

দ্বিতীয় খণ্ড

বিদ্যাচর্চা কেন্দ্রের পাঠ সংকলন

Onko Shekhaay Hathekhari – Patigonit
Dwitio Khando

by Sutanu Bhattacharya

Revised Edition: March 2026
First Edition: March 2017

Published by:
Sutanu Bhattacharya
63/114B Prince Anwar Shah Road
Rhineview Flat 5B, Kolkata 700045, India
Phone: 9831943859
E-mail:sutnbh@gmail.com

Printed by:
Print-&-Bind
62A Baithakkhana Road, Sealdah
Kolkata 700009
Phone: 9830168575

এই বইটা কেন

অঙ্ক শেখায় হাতেখড়ি বইটির প্রথম খণ্ডে আছে পাটিগণিতের প্রারম্ভিক পাঠগুলো । এই খণ্ডে রাখা হল পাটিগণিতের পরবর্তী পাঠগুলো। এর আগে "লেখাপড়ায় হাতেখড়ি" বইটিতে অঙ্ক শেখার বুনিয়াদী পাঠে 100 পর্যন্ত সংখ্যা ও সাধারণ যোগ বিয়োগ শেখানো হয়েছে ।

ইংরেজি মাধ্যমে লেখাপড়া করছে এমন বাংলাভাষী শিক্ষার্থীরাও বইটি ব্যবহার করতে পারে, নিজ ভাষায় সহজ করে অঙ্ক বোঝার জন্য । তাদের সুবিধার্থে অঙ্কের বিষয়গুলির বাংলা নামের ইংরেজি প্রতিশব্দ পাঠগুলিতে ও তার নির্দেশিকা বইয়ের শেষে Subject Index-য়ে রাখা আছে। আজকাল ইংরেজিতে লেখা সংখ্যার ব্যবহার প্রায় সর্বত্রই। তাই ইংরেজি সংখ্যাই রাখা হল, যদিও এগুলি আমরা বাংলাতেই বলব।

শিশুদের অঙ্ক শেখার বই আজকাল যা পাওয়া যায় তার আকার বিশাল আর আয়তনও বিপুল। শিশুর পড়ার বইয়ের হরফ নাকি বড় বড় হতে হয়, আর বই আকর্ষণীয় করতে নানা রঙে হরেকরকম ছবি ঠেসে দিতে হয় – এটাই চল হয়েছে । বইয়ে পড়ার হরফ আসলে কিন্তু ছোটই চাই। শিশুচোখে বইয়ের স্বাভাবিক হরফই যথেষ্ট বড় দেখায় । আর নানা রঙের ছবির অতিরিক্ত ব্যবহারে নানা ভাবে উপস্থাপনা শিশুকে বিভ্রান্তই করে। বড় মাপের মোটাসোটা বইও শিশুর হাতে নাড়াচাড়ার অনুপযুক্ত ও ভীতিপ্রদ হয়ে পড়ে ।

রোজকার ব্যবহারিক সমস্যার সমাধানে অঙ্কের প্রয়োগ দিয়ে উপস্থাপনা করলে শিশুর কাছে অঙ্ক হয়ত আকর্ষণীয় হয়, সহজবোধ্য হয়, আর অঙ্কের প্রতি ভীতিও কমে। মুখে বলে শিশুকে এই পদ্ধতিতে অঙ্ক বোঝালে ভাল হয়। কিন্তু পড়া লেখার মাধ্যমে অঙ্ক শেখানোর বইয়ে এই পদ্ধতির ব্যবহার অঙ্ক শেখাকে জটিল করে দেয়। প্রথমে শিশুকে পড়ে বুঝতে হয় লেখায় বর্ণনা করা ব্যবহারিক সমস্যাটি ঠিক কী। লেখাপড়ার ভাষায় যথেষ্ট দক্ষ না হওয়া পর্যন্ত শিশুর পক্ষে সে কি সম্ভব? এরপর হল, ভাষায় বর্ণনা করা সমস্যাটিকে একটি অঙ্কের সমস্যায় রূপান্তরিত করতে পারা। তারপরে আসে অঙ্কটির সমাধানের পদ্ধতিটা বোঝা।

এই বইটি পড়া লেখার মাধ্যমে অঙ্ক শেখানোর সাবেকী বইগুলির মতোই – শিশুহাতে নাড়াচাড়ার উপযুক্ত সাধারণ আকৃতির বই যা ভীতিজনক নয়, যেখানে সহজ করে বোঝানো হয়েছে অঙ্কের ধারণা ও পদ্ধতিগুলো, আর আছে যথেষ্ট সংখ্যায় উদাহরণ ও অনুশীলনের অঙ্ক। লেখাপড়া জানা অভিভাবক বা স্থানীয় মানুষজনও এই বইটি থেকে ছেলেমেয়েদের অঙ্ক শেখায় সাহায্য করতে পারেন।

বীরভূমের ফুলডাঙা গ্রামের বিদ্যাচর্চা কেন্দ্রে শিশুদের লেখাপড়া শেখানোর ফসল এই পুস্তিকা । আরও অনেক শিশুর লেখাপড়ায় সহায়ক হলে বইটি সার্থক হয়।

মার্চ ২০২৬

ফুলডাঙা বিদ্যাচর্চা কেন্দ্র, বীরভূম

সুতনু ভট্টাচার্য

সূচিপত্র

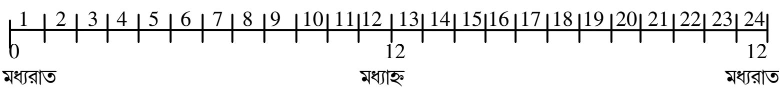
পাঠ 1. সময়ের পরিমাপ

1.1 ঘন্টা, মিনিট, সেকেন্ড

প্রতিদিন সকাল (morning) হয়, দুপুর (afternoon) গড়িয়ে বিকেল আসে, সন্ধ্যা (evening) নামে ও রাত (night) হয়। তারপর আবার পরের দিন আসে। এই ভাবে সময় বয়ে চলে। সূর্যোদয় (sunrise) থেকে সূর্যাস্ত (sunset) – এক একটা দিনের বিভিন্ন অংশকে আমরা নাম দিই এই ভাবে। পূবের আকাশে সূর্যোদয় হওয়ার কিছুটা আগে থেকেই দিনের আলো ফোটে, সেই সময়টাকে বলি ভোর (dawn)। তারপর সূর্যোদয়ের পর থেকে রোদ চড়া হওয়া ও মাঝ আকাশে সূর্য আসা (মধ্যাহ্ন, midday বা noon) পর্যন্ত সময়টাকে বলি সকাল। এরপর চড়া রোদ থাকে (আকাশ মেঘলা না হলে) ও সূর্য ক্রমশ পশ্চিম দিকে যেতে থাকে। এই সময়টা হল দুপুর। তারপর সূর্য পশ্চিম আকাশে চলে এলে রোদের তেজ কমে আসে, আমরা বলি বিকেল হল। বিকেল থাকে সূর্যাস্ত হওয়ার আগে পর্যন্ত। সূর্যাস্তের পরে কিছুটা সময় আলো-আধাঁরি (dusk) থাকে, আমরা বলি সন্ধ্যা হল। এরপর অন্ধকার ঘন হতে থাকে। পরের দিনে ভোরের আলো ফোটা পর্যন্ত এই সময়টা হল রাত।

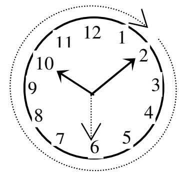
আমরা এক একটা দিনের অংশকে নাম দিলেও এই ভাবে সময়কে নির্দিষ্ট করে মাপতে পারি না। একটা দিনের সময়কে মাপার জন্য আমরা পরিমাপ হিসাবে ব্যবহার করি ঘন্টা (hour), মিনিট (minute), সেকেন্ড (second) । এই পরিমাপটি আমরা শিখব।

একটা দিনের সময়কে আমরা ধরি 24 ঘন্টা (ইংরেজিতে আওয়ার), যাকে দুটি সমান ভাগে ভাগ করে পাই, মধ্যরাত (midnight) থেকে মধ্যাহ্ন বা মধ্যদিন হল 12 ঘন্টা ও মধ্যাহ্ন থেকে মধ্যরাত পর্যন্ত হল আরো 12 ঘন্টা।



সময়ের স্রোতে একটা দিনের পরে আর একটা দিন আসে। মধ্যরাতকে 0 ধরে সময় (measurement of time) মাপা শুরু হয়, এক, দুই, তিন.....ঘন্টা করে (বাংলা মতে সূর্যোদয় থেকে দিন শুরু হয়)। 12 ঘন্টা পরে মধ্যাহ্ন আসে, যাকে বলি বেলা বারোটা, ও তারপর আরো 12 ঘন্টা (বা দিনের শুরু থেকে মোট 24 ঘন্টা) পার হয়ে আসে মধ্যরাত – একটি দিনের শেষ ও পরের দিনের শুরু ।

1.2 ঘড়ি দেখা ও সময় বলা ও লেখা



ঘড়ি (clock) হল একটি দিনের সময় নির্দেশ করার যন্ত্র। সাধারণ ঘড়িতে 12টি ঘন্টা দেখানো থাকে চক্রাকারে, আর সময় নির্দেশ করার তিনটি কাঁটা থাকে, যেগুলি চক্রকারে ঘোরে ঘড়ির বাঁদিক থেকে ডানদিকে, মানে যেদিকে ঘুরলে কাঁটা যায় সংখ্যা 1 থেকে 12 পর্যন্ত । এই ভাবে চক্রাকারে ঘোরাকে ইংরেজিতে বলে ক্লক্-ওয়াইস্ মোশন্ (clockwise motion) । এবারে লক্ষ করো কাঁটাগুলি। দুটি মূল কাঁটার একটি ছোট, যা ঘন্টাকে নির্দেশ করে ও অন্যটি বড়, যা মিনিট বোঝায়। তৃতীয় কাঁটাটি ক্ষীণকায় হয় (অনেক ঘড়িতে দেওয়া থাকে না), যা সেকেন্ড মাপে। এছাড়া আরেক রকমের ঘড়ি আজকাল চালু হয়েছে ডিজিটাল ক্লক (digital clock) । এতে কাঁটা থাকে না। সময় দেখানো হয় আঙ্কিক সংখ্যা (digit) দিয়ে । মোবাইল ফোনে এরকম ঘড়ি দেখা যায়।

ঘড়িতে কীভাবে সময় দেখানো হয় বুঝতে আমাদের জানতে হবে ঘন্টা, মিনিট ও সেকেন্ডের পরিমাপটি। একটা দিনকে 24টি ঘন্টায় ভাগ করে এক একটি ঘন্টাকে আমরা আবার 12টি ভাগ করে এক এক ভাগে 5টি করে মিনিট ধরি। তাহলে এক ঘন্টায় থাকে 60 (12x5) মিনিট। আবার এক একটি মিনিটকে আমরা 12টি ভাগ করে এক এক ভাগে 5টি করে সেকেন্ড ধরি। তাহলে এক মিনিটে থাকে 60 (12x5) সেকেন্ড।

মনে রাখো:	1 দিন	(1 day)	=	24 ঘন্টা (24 hours)
	1 ঘন্টা	(1 hour)	=	60 মিনিট (60 minutes)
	1 মিনিট	(1 minute)	=	60 সেকেন্ড (60 seconds)

1টি ঘন্টাকে 12টি ভাগ করে প্রতি ভাগে 5টি করে মিনিট ও 1টি মিনিটকে 12টি ভাগ করে প্রতি ভাগে 5টি করে সেকেন্ড দেখানোর জন্য ঘড়ির বৃত্তটিকে 12টি ঘরে ভাগ করে প্রতিটি ঘরে 5টি করে বিন্দু (মোট 60টি বিন্দু) থাকে।

এবার আমরা দেখব ঘড়ির তিনটি কাঁটা দিয়ে কীভাবে একটি দিনের সময় মাপা যায়। আমরা জানি যে একটি দিনের শেষ হল আর একটি দিনের শুরু। ঘড়িতে 12 লেখা বিন্দুটিকে আমরা একটি দিনের শেষ ও পরের দিনটির শুরু হিসাবে ধরব। কোনও দিন মধ্যরাতে ঘড়ির তিনটি কাঁটাই একসাথে 12 লেখা বিন্দুটিতে থাকলে আমরা ধরব ওই দিনটির সময় হল 24 ঘন্টা (মানে শেষ) ও

পরের দিনটির সময় হল 0 (মানে শুরু)। একটি দিনের শুরুর পরে তিনটি কাঁটাই অবশ্য একসাথে 12 বিন্দুটিতে আবার একবার আসবে দিনের বেলায় মধ্যাহ্নে, ঠিক 12 ঘন্টা পরে।

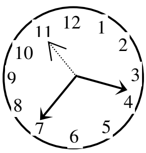
একটি দিনের শুরু, অর্থাৎ 12 লেখা বিন্দুটিকে 0 ধরে আমরা দেখব সেকেন্ডের কাঁটাটি ঘুরে চলেছে ও এক এক করে পাঁচটি বিন্দুর ঘরগুলি পার হচ্ছে। তাই সেকেন্ডের কাঁটাটি 3 লেখা বিন্দুটিতে আসলে বলব 15 (3x5) সেকেন্ড, 7 লেখা বিন্দুটিতে আসলে বলব 35 (7x5) সেকেন্ড হয়েছে। এই ভাবে সেকেন্ডের কাঁটাটি আবার 12 লেখা বিন্দুটিতে আসলে বলব 60 (12x5) সেকেন্ড বা 1 মিনিট হয়েছে। এর ফলে মিনিটের কাঁটাটি এক বিন্দু সরে আসে, বোঝা যায় 1 মিনিট পার হয়েছে। এই ভাবে সেকেন্ডের কাঁটাটি 15 বার পুরো বৃত্তটি ঘুরলে 15 মিনিট পার হয়, ফলে মিনিটের কাঁটাটি 3 লেখা বিন্দুটির ওপর আসে। তাহলে আমরা বুঝলাম – মিনিটের কাঁটাটি 4 লেখা বিন্দুটিতে আসলে 20 (4x5) মিনিট, 9 লেখা বিন্দুটিতে আসলে 45 (9x5) মিনিট পার হয়েছে। একই ভাবে মিনিটের কাঁটাটি 12 লেখা বিন্দুটিতে আসলে বলব 60 (12x5) মিনিট বা 1 ঘন্টা পার হয়েছে। এর ফলে ঘন্টার কাঁটাটি এক ঘর সরে, বোঝা যায় 1 ঘন্টা পার হয়েছে।

এই ভাবে মিনিটের কাঁটাটি ঠিক 7 বার পুরো বৃত্তটি ঘুরলে 7 ঘন্টা পার হয়, ফলে ঘন্টার কাঁটাটি ঠিক 7 লেখা বিন্দুটির ওপর আসে। লক্ষ করো, এরপরও সেকেন্ডের কাঁটা ঘুরছে ও মিনিটের কাঁটা এক বিন্দু করে সরছে। তাই মিনিটের কাঁটা আবার 12টি ঘর পার হলে 8 বার পুরো বৃত্তটি ঘোরা হবে। ঘন্টার কাঁটাটি তার আগে পর্যন্ত 7 থেকে 8-এর ঘরে থাকবে ও একটু একটু করে 8 বিন্দুটির দিকে যাবে। তাই ঘন্টার কাঁটা 7 থেকে 8-এর মধ্যে থাকলে আমরা বলব 7 ঘন্টা (পার হয়েছে), ও একই ভাবে 2 থেকে 3-এর মধ্যে থাকলে আমরা বলব 2 ঘন্টা (পার হয়েছে), 5 থেকে 6-এর মধ্যে থাকলে আমরা বলব 5 ঘন্টা (পার হয়েছে)। অর্থাৎ, যে ঘন্টাটি সদ্য পার হয়েছে তাই দিয়ে আমরা ঘন্টার সময়টা বলব।

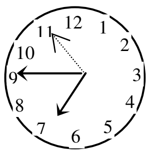
মনে রাখো: সেকেন্ড বা মিনিটের কাঁটার সময় নির্দেশটি পড়তে হয় কোন্ ঘরের কোন্ বিন্দুতে কাঁটাটির অবস্থান তাই দেখে। কিন্তু ঘন্টার কাঁটাটির ঘন্টা নির্দেশটি পড়ব কোন ঘর পার হয়ে কাঁটাটি আছে তাই দিয়ে।

সময় বলা

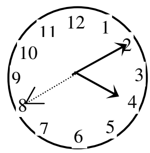
ঘড়িতে সময় দেখার (reading the time) জন্য আমরা প্রথমে দেখব ঘন্টার কাঁটাটি কোন্ ঘর পার হয়েছে, ও তারপর দেখব মিনিট ও সেকেন্ডের কাঁটা কোন্ ঘরের কোন্ বিন্দুতে আছে। অনেক ঘড়িতেই ঘরগুলি লেখা থাকলেও এক একটি ঘরের পাঁচটি করে বিন্দু দেখানো নাও থাকতে পারে। সেক্ষেত্রে আমরা এক একটি ঘরে পাঁচটি করে বিন্দু আন্দাজ করে নিই। এবার দেখো, উপরের প্রথম ঘড়ির ছবিটিতে দেখাচ্ছে 10 ঘন্টা 10 মিনিট 31 সেকেন্ড। একই ভাবে পড়ে বলো নিচের ঘড়িগুলির কোনটা কী সময় দেখাচ্ছে।



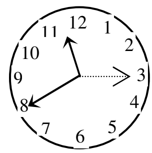
a.



b.



c.



d.

আমরা এই চারটি ঘড়িতে যে সময় দেখাচ্ছে তা বলতে পারি এই ভাবে –

a. 3 ঘন্টা 35 মিনিট 54 সেকেন্ড, b. 6 ঘন্টা 45 মিনিট 55 সেকেন্ড,
c. 4 ঘন্টা 10 মিনিট 40 সেকেন্ড, ও d. 11 ঘন্টা 40 মিনিট 15 সেকেন্ড।

চলিত কথায় সেকেন্ড উহ্য রেখে বলতে পারি –

a. তিনটে বেজে পঁয়ত্রিশ (ইংরেজিতে মিনিটকে আগে বলে – thirty five past three), b. ছটা বেজে পঁয়তাল্লিশ, c. চারটে বেজে দশ, d. এগারোটা বেজে চল্লিশ।

লক্ষ করো, মিনিটের কাঁটাটি দেখায় একটি ঘন্টার পরে কত মিনিট পার হয়েছে, যার আর একটা মানে হল পরের ঘন্টায় পৌঁছতে আরও কত মিনিট (60 মিনিট থেকে বিয়োগ করে) বাকি আছে। তাই যেকোনও ঘন্টার 30 মিনিট পার হয়ে গেলে পরের ঘন্টা আসতে আরো কত মিনিট বাকি আছে সেটা বললে সময়টা বোঝা আরো সহজ হয়। সেই জন্য আমরা তিনটে বেজে পঞ্চান্ন বলার বদলে বলব, চারটে বাজতে পাঁচ (ইংরেজিতে five minutes to four) ।

তিনটি ক্ষেত্রে মিনিটের সময়টিকে অন্য ভাবেও বলা হয়। আমরা 60 মিনিট সময়কে (ঘড়ির বৃত্তটিকে) চারটি ভাগে, এক একটি ভাগে 15 মিনিট করে দেখতে পারি। প্রথম 15 মিনিটের ভাগটাকে বলি সওয়া (quarter), এরপর আরো 15 মিনিট বা দুভাগ নিয়ে হবে 30 মিনিট বা সাড়ে (half), এরপর

আরেকটা 15 মিনিট বা তিনটে ভাগ নিয়ে হবে 45 মিনিট বা পৌনে (quarter to)। তাই 3-টে বেজে 15-কে বলতে পারি সওয়া তিনটে (quarter past three), 3-টে বেজে 30-কে বলতে পারি সাড়ে তিনটে (half past three), ও 3-টে বেজে 45-কে বলতে পারি পৌনে চারটে (quarter to four)।

সময় লেখা

এবারে দেখব একটি দিনের সময়কে আমরা কীভাবে লিখব (writing the time)। আমরা প্রথমে লিখব ঘন্টা, তারপর মিনিট ও তারপর সেকেন্ড, এবং মাঝে দেব কোলন চিহ্ন (:)। সুতরাং, 3 ঘন্টা 35 মিনিট 54 সেকেন্ডকে লিখব 3:35:54 । কিন্তু এখানে আমরা একটা সমস্যা দেখছি। আমরা জানি যে, একটা দিনের 24 ঘন্টাকে আমরা 12 ঘন্টা করে দুইটি ভাগে রেখেছি–মধ্যরাত থেকে মধ্যাহ্ন হল একটি দিনের প্রথম 12 ঘন্টা ও মধ্যাহ্ন থেকে আবার মধ্যরাত হল দিনটির পরের 12 ঘন্টা। ঘড়ির ঘন্টার কাঁটাটি তাই একটি দিনে 12 ঘন্টার বৃত্তটি দুইবার ঘুরছে। তাহলে দেখা যাচ্ছে 12 ঘন্টার ঘড়ির কোনও একটি সময় সকালেও হতে পারে আবার রাতেও হতে পারে – যেমন, 8 ঘন্টা 47 মিনিট 23 সেকেন্ড বা 8:47:23 সময়টা সকালেও হতে পারে আবার রাতেও হতে পারে। তাই সময় লিখতে আমাদের উল্লেখ করতেই হয় সময়টা সকালের (দিবা) না রাতের (রাত্র)। সময় বলায় এই সমস্যা হয়না, কারণ যাকে এখনকার সময় বলছি সে তো দেখতেই পাচ্ছে এখন দিন না রাত।

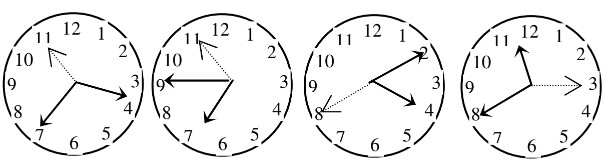
আন্তর্জাতিক নিয়মে সময় লেখার জন্য আমরা দিবা বা রাত্র লেখার বদলে সময়ের শেষে লিখি এ.এম. (a.m.) বা পি. এম. (p.m.)। ইংরেজিতে a.m. কথাটির পুরো হল 'অ্যান্টই মেরিডিয়ান' (ante meridian) ও p.m. কথাটির পুরো হল 'পোস্ট মেরিডিয়ান' (post meridian)। আমরা পৃথিবীর যেকোনও স্থানে দাঁড়িয়ে যদি উত্তর মেরু থেকে দক্ষিণ মেরু পর্যন্ত কোনও রেখা কল্পনা করি, তাহলে সেই রেখা সেই স্থানের মধ্য আকাশ দিয়ে উত্তর থেকে দক্ষিণ বরাবর যায়। এই রেখাটিকে সেই স্থানের 'মেরিডিয়ান' বলে। একটি দিনের প্রথম ভাগে (মধ্যরাত থেকে মধ্যাহ্ন) সূর্যকে আমরা দেখি এই রেখাটির পূর্ব দিকে ও তাকে ক্রমশ পশ্চিমের দিকে যেতে দেখি। 'অ্যান্টই' কথাটার মানে হল আগে। এরপর দিনের দ্বিতীয় ভাগের (মধ্যাহ্ন থেকে মধ্যরাত) শুরুতে সূর্য মধ্য আকাশে এসে এই রেখাটি পার হয়ে যায়। 'পোস্ট' কথাটির মানে হল পরে। সেইজন্য একটি দিনের রাত 12টা থেকে বেলা 12টার ঠিক আগে পর্যন্ত সময়কে বলা হয় a.m. ও বেলা বারোটা থেকে রাত 12টার ঠিক আগে পর্যন্ত সময়কে বলা হয়

p.m.। মনে রাখো, ঠিক রাত 12টা (12:00:00) সময়টা a.m. বা মধ্যরাত (midnight) এবং একই কারণে বেলা ঠিক 12টার পাশে লিখতে হবে p.m. বা মধ্যাহ্ন (noon)।

সময়কে এইভাবে বোঝাতে শেষে a.m. না p.m. বলতেই হচ্ছে। নাহলে সময়টা গুলিয়ে যাচ্ছে – রাত না দিন বোঝা যাচ্ছে না। তাই সময় লেখার অন্য আর একটি পদ্ধতি আছে, যা ট্রেনের সময় সারণিতে দেখা যায় ও যেখানে দিনরাত ধরে কাজ হয়, যেমন হাসপাতাল, টেলিভিশনের খবরাখবর দেখানো, ইত্যাদি। এই পদ্ধতিতে একটি দিনের সময়কে দুই ভাগে 12 ঘন্টা ধরে লেখার বদলে টানা 24 ঘন্টা ধরে লেখা হয়। সুতরাং, একটি দিনের প্রথম ভাগটিকে (মধ্যরাত থেকে মধ্যাহ্ন) 0 থেকে 12 ঘন্টা দিয়ে যেমন লেখা হচ্ছে তা আগের নিয়মেই হবে। কিন্তু দিনের দ্বিতীয় ভাগটিকে (মধ্যাহ্ন থেকে মধ্যরাত) লেখা হবে 13 থেকে 24 ঘন্টায়। এই দুই ভাবে সময় লেখার উদাহরণ –

3:43:23	a.m.	=	03:43:23
7:24:12	a.m.	=	07:24:12
11:52:43	a.m.	=	11:52:43
12 p.m. (noon)		=	12:00:00
3:43:23	p.m.	=	15:43:23
7:24:12	p.m.	=	19:24:12
11:52:43	p.m.	=	23:52:43
12 a.m. (midnight)		=	00:00:00

অনুশীলন 1.1 নিচের ঘড়িগুলিতে দেখানো সময়কে বিভিন্ন ভাবে লেখো



	A	B	C	D
কটা বেজে কত	তিনটে পঁয়ত্রিশ			
কটা বাজতে কত	চারটে বাজতে পঁচিশ			
দিনের সময় হলে	3:35:55 a.m.			
24 ঘন্টার হিসাবে	03:35:55			
দুপুরের পরে হলে	3:35:55 p.m.			
24 ঘন্টার হিসাবে	15:35:55			

রেলওয়ে ট্রেনের সময়পঞ্জি পড়া

রেলওয়ে সময়পঞ্জিতে (railway timetable) সারা দেশে বিভিন্ন ট্রেন চলাচলের সময় লেখা থাকে । এর থেকে আমরা জানতে পারি কোন্ ট্রেন কখন কোথা থেকে ছেড়ে কোথায় যায়। সময়পঞ্জিতে লেখা থাকে ট্রেনের নম্বর ও নাম, স্টেশনের নাম এবং এক একটি স্টেশনে ট্রেন কখন আসে (ইংরেজিতে বলে arrival, যাকে সংক্ষেপে লেখা হয় ‘a’ দিয়ে) ও সেখান থেকে কখন ছাড়ে (ইংরেজি বলে departure, যাকে সংক্ষেপে লেখা হয় ‘d’ দিয়ে)। মনে রাখতে হবে, এখানে সময় লেখা হয় 24 ঘন্টার ঘড়ি হিসাবে। আর মনে রাখতে হবে যে, ট্রেন প্রথমে কোনও একটি স্টেশন থেকে ছেড়ে শেষ গন্তব্য স্টেশনে যায় (একে বলে আপ ট্রেন, লেখা হয় ‘Up’ দিয়ে) ও তারপর সেখান থেকে ফেরত আসে (একে বলে ডাউন ট্রেন, লেখা হয় ‘Dn’ দিয়ে)। ট্রেনের সময়পঞ্জিতে তাই দুটি করে সারণি থাকে – আপ ও ডাউন ট্রেনের। লক্ষ করো, আপ ও ডাউন ট্রেনের অভিমুখ ঠিক বিপরীত। তাই কোনও একটি স্টেশন থেকে অন্য একটি স্টেশনে যেতে হলে আমাদের প্রথমেই বুঝে নিতে হবে আপ না ডাউন ট্রেন ধরতে হবে। নিচে দেখো ডাউন ট্রেনের সময়পঞ্জি কেমন হতে পারে ।

Up ট্রেনের নম্বর, নাম স্টেশন		341 নৈহাটি লোকাল	563 ব্যারাকপুর লোকাল	143 কল্যাণী লোকাল	455 রাণাঘাট লোকাল	267 শান্তিপুর লোকাল	743 কৃষ্ণনগর লোকাল
শিয়ালদহ	a	–	–	–	–	–	–
	d	03:50	04:20	4:40	23:50	14:25	11:55
উল্টোডাঙা	a	03:58	–	4:47	23:57	14:33	12:03
	d	04:00		4:48	23:58	14:34	12:04
দমদম	a	04:11	04:30	4:59	00:08	14:45	12:15
	d	04:13	04:13	5:01	00:12	14:47	12:16
বেলঘরিয়া	a	04:21	–	5:10	00:20	14:55	12:24
	d	04:22		5:11	00:22	14:56	12:25
আগরপাড়া	a	04:27	–	5:16	00:27	15:01	12:30
	d	04:28		5:18	00:28	15:02	12:31
সোদপুর	a	04:35	04:23	5:25	00:35	15:09	12:38
	d	04:37	04:25	5:27	00:37	15:10	12:39
খড়দহ	a	04:43	–	5:33	00:43	15:16	12:45
	d	04:44		5:34	00:45	15:18	12:46
টিটাগড়	a	04:52	–	5:41	00:53	15:26	12:54
	d	04:53		5:42	00:55	15:27	12:56
ব্যারাকপুর	a	05:00	04:55	5:50	01:02	15:34	13:03
	d	05:04	–	5:53	01:05	15:35	13:05

ট্রেনের সময়পঞ্জি দেখে আমরা বলতে পারি কোন্ স্টেশন থেকে কোন্ স্টেশনে যেতে কোন্ ট্রেনে কত সময় লাগে, যেমন উল্টোডাঙা থেকে টিটাগড় যেতে 455 রাণাঘাট লোকাল সময় নেয় 55 মিনিট; 743 কৃষ্ণনগর লোকাল শিয়ালদহ থেকে ছেড়ে 35 মিনিট পরে আগরপাড়া স্টেশনে পৌঁছয়। এই হিসেবগুলি করতে আমাদের জানতে হবে সময়ের যোগ ও বিয়োগ কীভাবে করব।

1.3 সময় পরিমাপের রূপান্তর ও যোগ-বিয়োগ গুণ-ভাগ

সময় পরিমাপের রূপান্তর (conversion of time units)

আমরা জানি যে 24 ঘন্টায় 1 দিন, 60 মিনিটে 1 ঘন্টা, ও 60 সেকেন্ডে 1 মিনিট। সুতরাং, আমরা দিনকে (24 দিয়ে গুণ করে) ঘন্টায়, ঘন্টাকে (60 দিয়ে গুণ করে) মিনিটে, ও মিনিটকে (60 দিয়ে গুণ করে) সেকেন্ডে প্রকাশ করতে পারি। উল্টোটাও করা যেতে পারে গুণের বদলে ভাগ করে।

উদাহরণ: 5 দিন 7 ঘন্টা মানে কত ঘন্টা?

উত্তর: 5 x 24 + 7 = 120 + 7 = 127 ঘন্টা।

উদাহরণ: 10 দিন 5 ঘন্টা 42 মিনিট মানে কত মিনিট?

উত্তর: [(10 x 24) + 5] x 60 + 42

= 245 x 60 + 42 = 14700 + 42= 14742 মিনিট।

উদাহরণ: 3 দিন 7 ঘন্টা 15 মিনিট 32 সেকেন্ড মানে কত সেকেন্ড?

উত্তর: [{(3 x 24)+7} x 60 + 15]x 60 + 32

= [(72+7) x 60 + 15] x 60 + 32

= [4740+15] x 60 + 32 = 4755 x 60 + 32

= 285300+32 = 285332 সেকেন্ড।

অনুশীলন 1.2 সময় পরিমাপের রূপান্তর

	a.	b.	c.
ঘন্টায় প্রকাশ করো	9 দিন 4 ঘন্টা	8 দিন 6 ঘন্টা	12 দিন 2 ঘন্টা
মিনিটে প্রকাশ করো	3 দিন 7 ঘন্টা 42 মিনিট	8 দিন 9 ঘন্টা 32 মিনিট	15 দিন 9 ঘন্টা 8 মিনিট
সেকেন্ডে প্রকাশ করো	2 দিন 11 ঘন্টা 8 মিনিট 32 সেকেন্ড	22 দিন 6 ঘন্টা 25 মিনিট 58 সেকেন্ড	12 দিন 10 ঘন্টা 50 মিনিট 52 সেকেন্ড

উত্তর 10.2

1a.	220 ঘন্টা	1b.	198 ঘন্টা	1c.	290 ঘন্টা
2a.	4782 মিনিট	2b.	12092 মিনিট	2c.	22148 মিনিট
3a.	212912 সেকেন্ড	3b.	1923958 সেকেন্ড	3c.	1075852 সেকেন্ড

ওপরের উদাহরণগুলি থেকে বোঝা যায় যে আমরা উল্টোটাও করতে পারি। সেকেন্ডে প্রকাশিত কোনও সময় 60 সেকেন্ডের বেশি হলে তাকে আমরা মিনিট ও সেকেন্ডে প্রকাশ করতে পারি, (60x60) বা 3600 সেকেন্ডের বেশি হলে আমরা ঘন্টা, মিনিট ও সেকেন্ডে প্রকাশ করতে পারি, আর (24x3600) বা 86400 সেকেন্ডের বেশি হলে দিন, ঘন্টা, মিনিট ও সেকেন্ডে প্রকাশ করতে পারি। এর জন্য আমাদের প্রক্রিয়াটি উল্টো, অর্থাৎ ভাগ করতে হবে।

উদাহরণ: 294 সেকেন্ডকে মিনিট ও সেকেন্ডে প্রকাশ করো ।

এর উত্তর পেতে আমরা 60 দিয়ে ভাগ করে দেখব 294 সেকেন্ডের মধ্যে কতগুলি 60 সেকেন্ড আছে। ভাগফলটি থেকে পাব কতগুলি 60 সেকেন্ড বা মিনিট আছে। আর ভাগশেষটি (60-এর থেকে কম) সেকেন্ড হিসাবেই থেকে যাবে। সুতরাং, এখানে আমরা পাব–

$$294 \div 60 = \frac{294}{60} = 4\,\frac{54}{60} :\ 4 \text{ মিনিট } 54 \text{ সেকেন্ড ।}$$

উদাহরণ: 7658 সেকেন্ডকে ঘন্টা, মিনিট ও সেকেন্ডে প্রকাশ করো ।

এখানে আমরা দুটি ধাপে ভাগ করব। প্রথমে 60 দিয়ে ভাগ করে আমরা মিনিট ও সেকেন্ডে প্রকাশ করব। ওপরের উদাহরণের মতো আমরা ভাগফলটি পাব মিনিটে ও ভাগশেষ থাকবে সেকেন্ডে। তারপর মিনিটকে (60-এর বেশি হলে) আবার 60 দিয়ে ভাগ করে ঘন্টা ও মিনিটে প্রকাশ করব। এখানে ভাগফল পাব ঘন্টায় ও ভাগশেষ থাকবে মিনিটে।

$$7658 \div 60 = \frac{7658}{60} = 127\,\frac{38}{60} = 127 \text{ মিনিট} + 38 \text{ সেকেন্ড}$$

$$127 \div 60 = \frac{127}{60} = 2\frac{7}{60} = 2 \text{ ঘন্টা} + 7 \text{ মিনিট}$$

সুতরাং, উত্তর হল: 2 ঘন্টা 7 মিনিট 38 সেকেন্ড ।

উদাহরণ: 9662 সেকেন্ডকে দিন, ঘন্টা, মিনিট ও সেকেন্ডে প্রকাশ করো।

এখানে আমরা তিনটি ধাপে ভাগ করব। লক্ষ করো, তৃতীয় ধাপে ঘন্টাকে দিনে প্রকাশ করতে আমরা 24 দিয়ে ভাগ করব।

$$96624 \div 60 = \frac{96624}{60} = 1610\,\frac{24}{60} = 1610 \text{ মিনিট} + 24 \text{ সেকেন্ড}$$

$1610 \div 60 = \frac{1610}{60} = 26\frac{40}{60}$ = 26 ঘন্টা + 40 মিনিট

$26 \div 24 = \frac{26}{24} = 1\frac{2}{24}$ = 1 দিন 2 ঘন্টা

সুতরাং, উত্তর হল: 1 দিন 2 ঘন্টা 40 মিনিট 24 সেকেন্ড ।

অনুশীলন 1.3 সময় পরিমাপের রূপান্তর

	সেকেন্ডে দেওয়া সময়কে	a.	b.	c.
1.	মিনিট ও সেকেন্ডে প্রকাশ করো	1968	2472	3349
2.	ঘন্টা, মিনিট ও সেকেন্ডে প্রকাশ করো	8903	12450	80400
3.	দিন, ঘন্টা, মিনিট ও সেকেন্ডে প্রকাশ করো	110312	324508	764087

উত্তর 1.3

	a.	b.	c.
1.	32 মিনিট 48 সেকেন্ড	41 মিনিট 12 সেকেন্ড	55 মিনিট 49 সেকেন্ড
2.	2 ঘন্টা, 28 মিনিট 23 সেকেন্ড	3 ঘন্টা, 27 মিনিট 30 সেকেন্ড	22 ঘন্টা, 20 মিনিট 0 সেকেন্ড
3.	1 দিন, 6 ঘন্টা, 38 মিনিট 32 সেকেন্ড	3 দিন, 18 ঘন্টা, 8 মিনিট 28 সেকেন্ড	8 দিন, 20 ঘন্টা, 14 মিনিট 47 সেকেন্ড

সময়ের যোগ-বিয়োগ ও গুণ-ভাগ (calculation of time)

সময় নিয়ে অঙ্কের এই প্রক্রিয়াগুলি করতে সময়ের মাপকাঠিটি খেয়াল রাখতে হবে–24 ঘন্টায় 1 দিন, 60 মিনিটে 1 ঘন্টা, ও 60 সেকেন্ডে 1 মিনিট।

যোগ ও বিয়োগের উদাহরণ দেখা যাক। এখন সময় 5টা বেজে 45 মিনিট 37 সেকেন্ড হলে 3 ঘন্টা 18 মিনিট 32 সেকেন্ড পরে কটা বাজবে, ও 2 ঘন্টা 48 মিনিট 49 সেকেন্ড আগে কটা বেজেছিল? প্রথম প্রশ্নটির উত্তর পেতে আমাদের 5:45:37-এর সঙ্গে 3:18:32 যোগ করতে হবে, আর দ্বিতীয় প্রশ্নের উত্তর পাব 5:45:37 থেকে 2:48:49 বিয়োগ করে।

যোগ : 5:45:37+3:18:32		
ঘন্টা	মিনিট	সেকেন্ড
5	45	37
3	18	32
8^{+1}	63^{+1}	69
9	04	09
উত্তর: 9টা 4 মিনিট 9 সেকেন্ড		

লক্ষ করো: যোগ শুরু হবে সেকেন্ডের ঘর থেকে । সেকেন্ডের ঘরে যোগফল হল 69, মিনিটের ঘরে 63, ও ঘন্টার ঘরে 8। আমরা জানি 60 সেকেন্ডে 1 মিনিট। তাই 1 মিনিটকে মিনিটের ঘরে যোগ করে সেকেন্ডের ঘরে লিখব বাকি

9 সেকেন্ড। এরপর মিনিটের ঘরে যোগফল হল 64 মিনিট। আমরা জানি 60 মিনিটে 1ঘন্টা। তাই 1 ঘন্টাকে ঘন্টার ঘরে যোগ করে মিনিটের ঘরে লিখব বাকি 4 মিনিট। এরপর ঘন্টার ঘরের যোগফল হল 9 ঘন্টা।

বিয়োগ : 5:45:37–2:48:49		
ঘন্টা	মিনিট	সেকেন্ড
5^{-1}	45^{-1}	37
2	48	49
2	56	48
উত্তর: 2টা 56 মিনিট 48 সেকেন্ড		

লক্ষ করো: বিয়োগ শুরু হবে সেকেন্ডের ঘর থেকে। 37 থেকে 49 বিয়োগ করা যাচ্ছে না। তাই মিনিটের ঘর থেকে 1 মিনিট, মানে 60 সেকেন্ড ধার নিয়ে সেকেন্ডের ঘরে পাই 97 সেকেন্ড। এবার 97 থেকে 49 বিয়োগ করে সেকেন্ডে ঘরে বিয়োগফল লিখি 48 সেকেন্ড। এরপর মিনিটের ঘরের বিয়োগ করব। 1 মিনিট ধার নিয়েছিলাম, তাই 44 থেকে 48 বিয়োগ করতে হবে। এখানেও বিয়োগ করা যাচ্ছে না। তাই ঘন্টার ঘর থেকে 1 ঘন্টা মানে 60 মিনিট ধার নিয়ে মিনিটের ঘরে পাই 104 মিনিট ও 48 মিনিট বিয়োগ করে বিয়োগফল পাই 56 মিনিট। সবশেষে ঘন্টার ঘরের বিয়োগটি করার সময় যে 1 ঘন্টা ধার নিয়েছিলাম সেটাও বিয়োগ করে বিয়োগফল পাই 2 ঘন্টা।

অনুশীলন 1.4 সময়ের যোগ ও বিয়োগ

1. যোগ করো

a.

ঘন্টা	মিনিট	সেকেন্ড
2	46	33
7	22	42

b.

দিন	ঘন্টা	মিনিট	সেকেন্ড
2	12	37	53
5	15	53	28

2. বিয়োগ করো

a.

ঘন্টা	মিনিট	সেকেন্ড
7	46	33
2	22	12

b.

দিন	ঘন্টা	মিনিট	সেকেন্ড
7	7	22	42
3	8	46	52

1. তুমি ও তোমার ভাই মিলে একটি কাজ করছ। তোমার ভাই কাজ করল 3 ঘন্টা 42 মিনিট 42 সেকেন্ড ও তুমি কাজ করলে 3 ঘন্টা 39 মিনিট 48 সেকেন্ড। দুজনে মিলে কতক্ষণ কাজ করলে?
2. একটি কাজ করতে ফরিদা সময় নেয় 2 দিন 8 ঘন্টা 22 মিনিট 12 সেকেন্ড ও ফতেমা সময় নেয় 1 দিন 18 ঘন্টা 47 মিনিট 52 সেকেন্ড। একই সময় কাজ শুরু করলে কে কতক্ষণ আগে কাজটি শেষ করবে?

3. তুমি ঘুম থেকে উঠে সকাল 7টা 20 মিনিট 32 সেকেন্ডে পড়তে বসলে। 1 ঘন্টা 32 মিনিট 42 সেকেন্ড পড়াশোনা করে 33 মিনিট 13 সেকেন্ডে তৈরি হয়ে ইস্কুলে যাবে বলে বাড়ি থেকে বার হলে। ইস্কুলে যেতে 25 মিনিট 22 সেকেন্ড লাগে। তুমি কটার সময় ইস্কুলে পৌঁছবে?

উত্তর 1.4

1a. 10 ঘন্টা 9 মিনিট 15 সেকেন্ড	1b. 8 দিন 4 ঘন্টা 31 মিনিট 21 সেকেন্ড
2a. 5 ঘন্টা 24 মিনিট 21 সেকেন্ড	2b. 3 দিন 22 ঘন্টা 35 মিনিট 50 সেকেন্ড
1. 7 ঘন্টা 22 মিনিট 30 সেকেন্ড	4. ফতেমা 13 ঘন্টা 34 মিনিট 20 সেকেন্ড আগে
5. 9 টা 51 মিনিট 49 সেকেন্ড	

এবার আমরা সময়ের গুণ ও ভাগ করা দেখব। মনে করো 5 জনের প্রত্যেকে 2 ঘন্টা 25 মিনিট 30 সেকেন্ড করে কোনও কাজ করল। তাহলে 5 জনে মিলে মোট কত সময় কাজ করল? এর উত্তর পেতে আমাদের 2 ঘন্টা 25 মিনিট 30 সেকেন্ডকে 5 দিয়ে গুণ করতে হবে।

গুণ : 2:25:30 x 5		
ঘন্টা	মিনিট	সেকেন্ড
2	25	30
		x 5
10^{+2}	125^{+2}	150
12	7	30
উত্তর: 12 ঘন্টা 7 মিনিট 30 সেকেন্ড		

লক্ষ করো, এখানে গুণফল হল সেকেন্ডের ঘরে 150 (30x5) সেকেন্ড, মিনিটের ঘরে 125 (25x5) মিনিট, ও ঘন্টার ঘরে 10 (2x5) ঘন্টা। যেহেতু 60 সেকেন্ডে 1 মিনিট, তাই 150 সেকেন্ডের থেকে মিনিটের ঘরে (60x2=120) বা 2 মিনিট যোগ করে আমরা সেকেন্ডের ঘরে গুণফল লিখব বাকি 30 সেকেন্ড। এরপর মিনিটের ঘরের গুণফল হল 125 ও তার সাথে ওই 2 মিনিটকে যোগ করে পাই 127 মিনিট। যেহেতু 60 মিনিটে 1 ঘন্টা, তাই ঘন্টার ঘরে (60x2=120) বা 2 ঘন্টা পাঠিয়ে আমরা মিনিটের ঘরের গুণফল লিখব 7 মিনিট। এরপর ঘন্টার ঘরে গুণফল পাই 10 ঘন্টা ও তার সাথে ওই 2 ঘন্টা যোগ করে পাই 12 ঘন্টা।

ভাগ করা বুঝতে ওপরের উদাহরণটিকেই উল্টে নিয়ে দেখা যাক–5 জনে মিলে একটি কাজ করল 12 ঘন্টা 7 মিনিট 30 সেকেন্ডে। এক একজন কত সময় কাজ করেছে? এর উত্তর পেতে আমাদের 12 ঘন্টা 7 মিনিট 30 সেকেন্ডকে 5 দিয়ে ভাগ করতে হবে। এই ভাগটি করার পদ্ধতি হল আমরা ভাগ করা শুরু করব বাঁদিক থেকে প্রথমে ঘন্টাকে ভাগ করে। যদি ভাজ্য ঘন্টাটি

ভাজকের থেকে বড় হয় তাহলে ভাগফলটি ঘন্টাতে পাব ও ভাগশেষকে 60 দিয়ে গুণ করে মিনিটে রূপান্তরিত করে নিয়ে মিনিটের সঙ্গে যোগ করে নেব। এমনটা না হলে ভাজ্য ঘন্টাকে প্রথমেই 60 দিয়ে গুণ করে মিনিটের সঙ্গে যোগ করে নিতে হবে। এরপর মিনিটকে ভাগ করব একই ভাবে–ভাগফলটি মিনিটে রেখে ভাগশেষকে 60 দিয়ে গুণ করে সেকেন্ডে রূপান্তরিত করব ও সেকেন্ডের সংখ্যাটির সঙ্গে যোগ করে নেব। তারপর ভাগ করব।

এই পদ্ধতিতে ভাগ করার সময় ভুল হওয়ার সম্ভাবনা থাকে। তাই সহজ পদ্ধতি হল, যে সময়টিকে ভাগ করতে হবে তাকে তার সবচেয়ে ছোট অংশটির মাপকাঠিতে রূপান্তরিত করে নেওয়া ও তারপর ভাগ করা। ভাগফল যা পাব, তাকে এরপর আবার প্রয়োজন মতো ঘন্টা, মিনিট, সেকেন্ডে রূপান্তরিত করে নিতে হবে। আমাদের এই উদাহরণটিতে আমরা 12 ঘন্টা 7 মিনিট 30 সেকেন্ডকে আগে সেকেন্ডে রূপান্তরিত করে ভাগটি করব ও তারপর ভাগফলকে আবার ঘন্টা, মিনিট, সেকেন্ডে রূপান্তরিত করে প্রকাশ করব।

5 জনে মিলে কাজ করেছে 12 ঘন্টা 7 মিনিট 30 সেকেন্ড

$=[(12 \times 60) +7] \times 60 + 30= [720+7] \times 60 + 30$

$=727 \times 60 + 30= 43620 + 30 = 43650$ সেকেন্ড

সুতরাং, এক একজন কাজ করেছে, $43650 \div 5 = 8730$ সেকেন্ড

$= 145 \times 60 + 30 = 145$ মিনিট 30 সেকেন্ড

$= (2 \times 60 + 25)$ মিনিট 30 সেকেন্ড

$= 2$ ঘন্টা 25 মিনিট 30 সেকেন্ড ।

এই ভাবে সময়কে একটি মাত্র মাপকাঠিতে রূপান্তরিত করে গুণ ও ভাগ করার সুবিধা হল, আমরা একটি সময়কে আর একটি সময় দিয়ে গুণ বা ভাগ করতে পারব। উদাহরণ হিসাবে মনে করো, প্রতি ঘন্টায় তুমি 23 মিনিট 47 সেকেন্ড করে সময় ব্যয় করো কথা বলতে। তাহলে 2 দিন 2 ঘন্টায় তুমি মোট কত সময় কথা বলতে ব্যয় করবে? এর উত্তর পেতে আমাদের 23 মিনিট 47 সেকেন্ডকে গুণ করতে হবে 2 দিন 2 ঘন্টা দিয়ে। এই গুণটি করতে আমরা 23 মিনিট 47 সেকেন্ডকে সেকেন্ডে ও 2 দিন 2 ঘন্টাকে ঘন্টার মাপকাঠিতে রূপান্তরিত করে নেব।

23 মিনিট 47 সেকেন্ড $=(23 \times 60) +47 = 1380+47= 1427$ সেকেন্ড

2 দিন 2 ঘন্টা $=[(2 \times 24) + 2] = 50$ ঘন্টা

সুতরাং, 50 ঘন্টায় কথা বলা হবে, $1427 \times 50 = 71350$ সেকেন্ড

= 1189 x 60 + 10 সেকেন্ড = 1189 মিনিট + 10 সেকেন্ড

= 19 x 60+49 মিনিট +10 সেকেন্ড = 19 ঘন্টা 49 মিনিট 10 সেকেন্ড।

একটি সময়কে আর একটি সময় দিয়ে ভাগ করা কখন দরকার হতে পারে তা বুঝতে আমরা আগে করা একটা উদাহরণকে অন্য ভাবে দেখতে পারি। একটি কাজ সম্পন্ন করতে হবে ঠিক 12 ঘন্টা 7 মিনিট 30 সেকেন্ড সময়ে। এক একজন 2 ঘন্টা 25 মিনিট 30 সেকেন্ড করে কাজ করলে, কাজটি ঠিক সময়ে সম্পন্ন করতে কতজন লাগবে? এখানে উত্তর পেতে 12 ঘন্টা 7 মিনিট 30 সেকেন্ডকে ভাগ করতে হবে 2 ঘন্টা 25 মিনিট 30 সেকেন্ড দিয়ে। এই ভাগটি করতে আমরা সময়কে সেকেন্ডে রূপান্তরিত করে নেব।

12 ঘন্টা 7 মিনিট 30 সেকেন্ড

=[(12 x 60) +7] x 60 + 30= [720+7] x 60 + 30

=727 x 60 + 30= 43620 + 30 = 43650 সেকেন্ড ।

2 ঘন্টা 25 মিনিট 30 সেকেন্ড

=[(2 x 60) + 25] x 60+30 = [120+25] x 60+30= 145 x 60+30

= 8700+30= 8730 সেকেন্ড ।

সুতরাং, ঠিক সময়ে কাজটি সম্পন্ন করতে লাগবে

(43650 ÷ 8730) জন = 5 জন ।

অনুশীলন 1.5 দিনের সময়কে গুণ ও ভাগ

1. গুণ করো

a.

ঘন্টা	মিনিট	সেকেন্ড
2	46	33
		x 4

b.

দিন	ঘন্টা	মিনিট	সেকেন্ড
2	12	37	53
			x 8

2. ভাগ করো

a.

ঘন্টা	মিনিট	সেকেন্ড
7	46	33
		÷ 3

b.

দিন	ঘন্টা	মিনিট	সেকেন্ড
6	7	21	44
			÷ 4

3. পড়াশোনা করার সময় প্রতি ঘন্টায় তোমার 23 মিনিট 37 সেকেন্ড সময় যায় বিষয়টা বুঝতে ও ভাবতে। প্রতি ঘন্টার বাকি সময়টায় তুমি বিষয়টা অনুশীলন করো। তুমি গত সাত দিনে পড়াশোনায় মোট সময় 1 দিন 6 ঘন্টা দিলে কতটা সময় অনুশীলন করেছ?

4. জলের কল থেকে বোতলে জল ভরতে তোমাকে মোট 1 ঘন্টা 15 মিনিট সময় দেওয়া হল। এক একটি বোতলে জল ভরতে 2 মিনিট 30 সেকেন্ড সময় লাগলে তুমি মোট কটি বোতলে জল ভরতে পারবে?

উত্তর 1.5

1a. 11 ঘন্টা 6 মিনিট 12 সেকেন্ড	1b. 20 দিন 5 ঘন্টা 3 মিনিট 4 সেকেন্ড
2a. 2 ঘন্টা 35 মিনিট 31 সেকেন্ড	2b. 1 দিন 13 ঘন্টা 50 মিনিট 26 সেকেন্ড
3. 18 ঘন্টা 11 মিনিট 30 সেকেন্ড	4. 30 টি

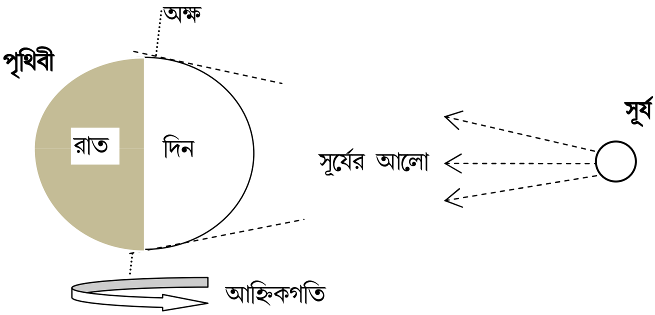
1.4 বছর, মাস, সপ্তাহ ও ক্যালেন্ডার (year, month, week, calendar)

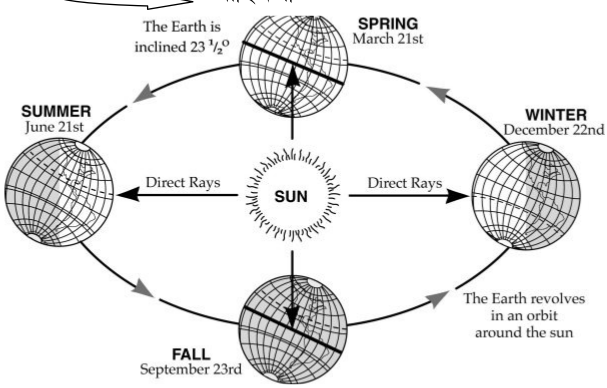
আমরা দিনের সময় মাপার সময় উল্লেখ করেছি – প্রতিদিন দেখি সকাল হয়, দুপুর গড়িয়ে বিকেল আসে, সন্ধ্যা নামে ও রাত হয়, ও তারপর আবার পরের দিন আসে। এই ভাবে সময় বয়ে চলে একটি দিনের থেকে আর একটি দিনে, আর ঘুরে ঘুরে ফিরে আসে এক একটি দিনের ভোর, সকাল, দুপুর, বিকেল, সন্ধ্যা, রাত। এবার আমরা যখন দিনগুলির সব মিলে বয়ে চলা দেখি, তখন অনুভব করতে পারি ছয়টি ঋতুকাল (seasons) – গ্রীষ্ম, বর্ষা, শরৎ, হেমন্ত, শীত, বসন্ত। ইংরেজিতে চারটি ঋতু, summer, autumn বা fall, winter, ও spring। এই ঋতুগুলিও ঘুরে ঘুরে বারবার আসে। ভোর, সকাল, দুপুর, বিকেল, সন্ধ্যা, ও রাত মিলে একটি দিনচক্র সম্পূর্ণ হয় একটা দিনে যাকে আমরা মাপি 24 ঘন্টা সময় হিসাবে। আর গ্রীষ্ম, বর্ষা, শরৎ, হেমন্ত, শীত, বসন্ত মিলে সম্পূর্ণ ঋতুচক্রে হয় একটা বছর (year), যাকে আমরা ধরি মোটামুটিভাবে 365 দিন।

এমনটা হয় কেন? কেন আমরা 24 ঘন্টায় একটা দিন আর 365 দিনে একটা বছর ধরি? এর কারণ পৃথিবীর ঘুরে চলা। পৃথিবীর ঘুরে চলা ঘটছে দু'ভাবে – এক, সে নিজের অক্ষ রেখায় ঘুরছে, যাকে বলা হয় পৃথিবীর আহ্নিকগতি (rotation) ও দুই, তার ওপর সে তার কক্ষপথে (orbit) সূর্যকে প্রদক্ষিণ করছে (revolution) । প্রথমটি, আহ্নিকগতির (rotation) ফলে পৃথিবীতে বিভিন্ন স্থানে এক একটি দিনের ভোর, সকাল, দুপুর, বিকেল, সন্ধ্যা, ও রাত হয়। একটি দিনের সময় প্রায় 24 ঘন্টা হয়, কারণ পৃথিবী তার আহ্নিক চক্রটি সম্পূর্ণ করে 23.93 ঘন্টায়। এর কারণেই পৃথিবীতে সূর্যের আলোর তীব্রতার কম বেশী হয় ও বিভিন্ন স্থানে বিভিন্ন সময়ে দিন-রাত হয়।

দ্বিতীয়টি হল, পৃথিবী তার কক্ষপথে (orbit) সূর্য প্রদক্ষিণ (revolution) একবার সম্পূর্ণ করতে সময় নেয় 365 দিন 5 ঘন্টা 48 মিনিট 47 সেকেন্ড (প্রায়), যাকে আমরা মোটামুটিভাবে 365 দিন (প্রতি চতুর্থ বছরকে 366 দিন)

ধরে বলি এক বছর (year)। এর ফলে প্রতি বছর পৃথিবীতে সূর্যের আলোর তীব্রতার কম বেশী হয় ও ঋতুচক্রের আবর্তন ঘটে।





জগৎ সৃষ্টির সময় থেকে পৃথিবী সূর্যকে প্রদক্ষিণ করে চলছে, আমাদের 24 ঘন্টায় এক দিনের হিসাবে, প্রতি 365 দিনে একবার। প্রশ্ন হল, এক একটা প্রদক্ষিণের সময়, 365 দিনকে এক একটা বছর ধরে হিসাব করে কি করে বলব কত বছর পার হল, আর এখন কোন্ বছর চলছে? আবার প্রতিটা বছরে আছে 365 দিন। প্রশ্ন হল, এই দিনগুলোকেই বা কী করে হিসাব করব ও নির্দিষ্ট করব? এর জন্য আমরা নির্মাণ করেছি ক্যালেন্ডার (calendar) । সেখানে আমরা বছরের 365 দিনকে 12টি মাসে ভাগ করি ও মাসগুলোর এক একটা নাম দিই। সাধারণ হিসাবে আমরা এক একটা মাসকে ধরি 30 দিন। কিন্তু তাতে 12 মাসে পাই 360 দিন। তাই ক্যালেন্ডারে বছরকে 365 দিন করার জন্য 4টি মাসকে 30 দিন (September, April, June, November), বাকি 7টি মাসকে 31 দিন, ও

1টি মাস (February)-কে 28 দিন করে রাখা হয় । এটা ইংরেজি ক্যালেন্ডারের পদ্ধতি। পশ্চিমবঙ্গের বাংলা ক্যালেন্ডারের পদ্ধতি বেশ জটিল – কোনও মাস 29/30, কোনও মাস 31/32 দিনের করেও রাখা হয় কোনও কোনও বছরের ক্যালেন্ডারে। আমরা ইংরেজি ক্যালেন্ডারের পদ্ধতিটাই অনুসরণ করব।

নিচে বাংলা ও ইংরেজি মাসের নাম ও দিনের সংখ্যা দেওয়া হল –

বাংলা মাসের নাম		দিনের সংখ্যা	ইংরেজি মাসের নাম	দিনের সংখ্যা
1.	বৈশাখ	30/31	জানুয়ারি	31
2.	জ্যৈষ্ঠ	31/32	ফেব্রুয়ারি*	28*
3.	আষাঢ়	31/32	মার্চ	31
4.	শ্রাবণ	31/32	এপ্রিল	30
5.	ভাদ্র	31/32	মে	31
6.	আশ্বিন	30/31	জুন	30
7.	কার্তিক	29/30	জুলাই	31
8.	অগ্রহায়ণ	29/30	অগাষ্ট	31
9.	পৌষ	29/30	সেপ্টেম্বর	30
10.	মাঘ	29/30	অক্টোবর	31
11.	ফাল্গুন	29/30	নভেম্বর	30
12.	চৈত্র	30/31	ডিসেম্বর	31

* অধিবর্ষ বা লীপ্ ইয়ারে (leap year) ফেব্রুয়ারি মাস হয় 29 দিনে। এর কারণ পরে বলা হয়েছে।

এরপর মাসের দিনগুলোকে নির্দিষ্ট করতে মাসের 7টি করে দিনকে এক একটি সপ্তাহ (week) ধরা হয়, ও সপ্তাহের পর পর 7টি দিনকে এক একটা বার নামে (day name) চিহ্নিত করা হয়। ক্যালেন্ডারের মাসে মাসে এই বার গুলোই ঘুরে ঘুরে আসে।

	বাংলা নাম (বার)	ইংরেজি নাম (day)
1	সোমবার	Monday
2	মঙ্গলবার	Tuesday
3	বুধবার	Wednesday
4	বৃহস্পতিবার	Thursday
5	শুক্রবার	Friday
6	শনিবার	Saturday
7	রবিবার	Sunday

মনে রাখো, বাংলায় কোনও একটি বছরকে নির্দিষ্ট করে তার শেষে বলা হয় সাল। নিচে ইংরেজি ক্যালেন্ডারে 2017 সালের প্রথম চার মাস – জানুয়ারি, ফেব্রুয়ারি, মার্চ, ও এপ্রিল দেখানো হল। পাশাপাশি এই বছরটা বাংলা ক্যালেন্ডারে হয় ১৪২৩-১৪২৪, ও এই চার মাস হয়, পৌষ-মাঘ, মাঘ-ফাল্গুন, ফাল্গুন-চৈত্র, ও চৈত্র-বৈশাখ। ইংরেজি সালের সংখ্যাটি থেকে 594 বিয়োগ করে আমরা যে সংখ্যাটি পাই, সেটা বাংলা সালের বছরটির শেষ চার মাস, ও পরের বছরটির শুরু। তাই ইংরেজি 2017 সালকে আমরা বাংলা সালে লিখি ২০২৩-২৪।

ইরেজি ক্যালেন্ডার 2017

বাংলা ক্যালেন্ডার ১৪২৩-১৪২৪

জানুয়ারি   পৌষ-মাঘ

সোম	মঙ্গল	বুধ	বৃহ	শুক্র	শনি	রবি
						1 ১৭
2 ১৮	3 ১৯	4 ২০	5 ২১	6 ২২	7 ২৩	8 ২৪
9 ২৫	10 ২৬	11 ২৭	12 ২৮	13 ২৯	14 ৩০	15 ১
16 ২	17 ৩	18 ৪	19 ৫	20 ৬	21 ৭	22 ৮
23 ৯	24 ১০	25 ১১	26 ১২	27 ১৩	28 ১৪	29 ১৫
30 ১৬	31 ১৭					

ফেব্রুয়ারি   মাঘ-ফাল্গুন

সোম	মঙ্গল	বুধ	বৃহ	শুক্র	শনি	রবি
		1 ১৮	2 ১৯	3 ২০	4 ২১	5 ২২
6 ২৩	7 ২৪	8 ২৫	9 ২৬	10 ২৭	11 ২৮	12 ২৯
13 ১	14 ২	15 ৩	16 ৪	17 ৫	18 ৬	19 ৭
20 ৮	21 ৯	22 ১০	23 ১১	24 ১২	25 ১৩	26 ১৪
27 ১৫	28 ১৬					

মার্চ   ফাল্গুন-চৈত্র

সোম	মঙ্গল	বুধ	বৃহ	শুক্র	শনি	রবি
		1 ১৭	2 ১৮	3 ১৯	4 ২০	5 ২১
6 ২২	7 ২৩	8 ২৪	9 ২৫	10 ২৬	11 ২৭	12 ২৮
13 ২৯	14 ৩০	15 ১	16 ২	17 ৩	18 ৪	19 ৫
20 ৬	21 ৭	22 ৮	23 ৯	24 ১০	25 ১১	26 ১২
27 ১৩	28 ১৪	29 ১৫	30 ১৬	31 ১৭		

এপ্রিল   চৈত্র-বৈশাখ

সোম	মঙ্গল	বুধ	বৃহ	শুক্র	শনি	রবি
					1 ১৮	2 ১৯
3 ২০	4 ২১	5 ২২	6 ২৩	7 ২৪	8 ২৫	9 ২৬
10 ২৭	11 ২৮	12 ২৯	13 ৩০	14 ৩১	15 ১	16 ২
17 ৩	18 ৪	19 ৫	20 ৬	21 ৭	22 ৮	23 ৯
24 ১০	25 ১১	26 ১২	27 ১৩	28 ১৪	29 ১৫	30 ১৬

বাংলা ক্যালেন্ডারটি ভারতীয় নিয়ম অনুসারে দেখানো হয়েছে। বাংলাদেশের ক্যালেন্ডারে এক একটি বাংলা মাসের দিনের সংখ্যা অন্য রকম হয়। ক্যালেন্ডারে উল্লিখিত সংখ্যাগুলিকে তারিখ (date) বলা হয়। লক্ষ করো, ইংরেজি বছর শুরু হয় জানুয়ারি মাসের 1 তারিখ থেকে ও বাংলা বছর শুরু হয় বৈশাখ মাসের 1 তারিখ থেকে। দেখা যায় যে সাধারণত ইংরেজি মাসের 14-15 তারিখে এক

একটি বাংলা মাস শেষ হয় ও পরের মাসটি শুরু হয়। বাংলা ও ইংরেজি মাসের তারিখগুলি এক না হলেও সপ্তাহের দিন বা বার (day name) একই ভাবে সাজানো থাকে।

অধিবর্ষ বা লীপ্ ইয়ার্

আমরা একটি বছরকে ধরি 365 দিন, কিন্তু পৃথিবী সূর্যের চারপাশে একবার ঘুরতে সময় নেয় 365 দিন 5 ঘন্টা 48 মিনিট 47 সেকেন্ড (প্রায়)। তাই প্রতি বছরই কিছু কম সময় ধরা হয়। একে হিসাবের মধ্যে আনতে ইংরেজি ক্যালেন্ডারে প্রতি চতুর্থ বছরটিকে আমরা 366 দিনে করে নিই ফেব্রুয়ারি মাসকে 29 দিন ধরে। এই বছরটিকে অধিবর্ষ বা লীপ্ ইয়ার্ (leap year) বলা হয়।

কোনও একটি ইংরেজি বছর অধিবর্ষ বা লীপ্ ইয়ার্ হবে যদি –

a. ইংরেজি সালটির একক ও দশক ঘরের অঙ্ক দুটি শূন্য না হয় ও সালের সংখ্যাটি 4 দ্বারা বিভাজ্য হয়।

b. একক ও দশক ঘরের অঙ্ক দুটি শূন্য হলেও যদি সালের সংখ্যাটি 400 দ্বারা বিভাজ্য হয়, যেমন 1600।

বছর, মাস, সপ্তাহ, দিন, ইত্যাদি নিয়ে সময় হিসেব করা

বছর, মাস, সপ্তাহ, দিন, ইত্যাদি মাপার এককগুলি নিয়ে সময় পরিমাপ (calculation of time) করার সময় আমরা কিছু প্রচলিত নিয়ম (convention) ব্যবহার করি।

আমরা আগে সময় পরিমাপের এককগুলি একত্রে দেখে নিই –

60 সেকেন্ড	=1 মিনিট	30 দিন	=1 মাস
60 মিনিট	=1 ঘন্টা	12 মাস	=1 বছর
24 ঘন্টা	=1 দিন	12 বছর	=1 যুগ
7 দিন	=1 সপ্তাহ	100 বছর	=1 শতাব্দী

365 দিন =1 বছর

আমরা শিখেছি দিন, ঘন্টা, মিনিট, ও সেকেন্ডে বলা সময়কে রূপান্তরিত করে একটিই পরিমাপে প্রকাশ ও উল্টোটাও করা যায়। বছর, মাস, সপ্তাহকেও আমরা দিনে, বা ঘন্টা, মিনিট, ও সেকেন্ডে প্রকাশ করতে পারব একই পদ্ধতিতে। এর জন্য ব্যবহার করতে হবে সময় পরিমাপের একক বা মাপকাঠিগুলি।

মনে রাখতে হবে, দিন, সপ্তাহ, মাস, বছর ইত্যাদি নিয়ে হিসেব করার সময় আমরা প্রচলিত নিয়মে (convention) বছরকে ধরব 365 দিন ও মাসকে ধরব 30 দিন। আবার 4 সপ্তাহে 1 মাস ধরলে মাস হয়ে যায় 28 দিন। ফলে প্রচলিত নিয়মে আমাদের হিসাব পুরোপুরি ঠিক হবে না।

উদাহরণ: 2 বছর 2 মাস 10 দিনকে ঘন্টায় প্রকাশ করো ।

2 বছর	= 2 x 365	=	730 দিন
2 মাস	= 2 x 30	=	60 দিন
10 দিন		=	10 দিন
	মোট হল	=	800 দিন
			x 24
			19200 ঘন্টা ।

উদাহরণ: 18030 ঘন্টাকে বছর, মাস, দিন, ঘন্টায় প্রকাশ করো ।

18030 ঘন্টা	= 751 x 24 +6	= 751 দিন 6 ঘন্টা
	= 25 x 30 +1 +6	= 25 মাস 1দিন 6 ঘন্টা
	= 2 x 12+1 +1+6	= 2 বছর 1 মাস 1দিন 6 ঘন্টা ।

পাঠ 2. দৈর্ঘ্য, ওজন ও তরল পদার্থের পরিমাপ

আমাদের এই জগতে পরিমাপের মূলত তিনটি দিক হয় **দৈর্ঘ্য** (length)**, ওজন** (weight)**, ও সময়** (time) । আগে সময়ের পরিমাপ শিখেছি। এবার আমরা দৈর্ঘ্য ও ওজন পরিমাপ শিখব।

মনে রাখো: দৈর্ঘ্য মানে কোনও কিছু কতটা লম্বা, বা চওড়া, বা উঁচু অথবা জিনিসটি কত দূরে আছে। ওজন মানে কোনও কিছু কতটা ভারি। আর তরল পদার্থ, যার নিজস্ব কোনও আকার (shape) নেই, যেমন জল, দুধ, ইত্যাদিকে মাপা যাবে, একটি বিশেষ আয়তনকে (volume) পরিমাপের একক ধরে।

2.1 পরিমাপের মেট্রিক পদ্ধতি

আগে পরিমাপের জন্য বিভিন্ন স্থানীয় এককের ব্যবহার হত। এখনও সেগুলির কিছু ব্যবহার দেখা যায় – যেমন, দৈর্ঘ্য মাপার জন্য ব্যবহার হয় হাত, গজ, অথবা, ইঞ্চি, ফুট, মাইল ইত্যাদি; ওজন মাপার জন্য তোলা, রতি, কাচ্চা, ছটাক, পোয়া, সের, মণ ইত্যাদি। আবার জমির মাপ বোঝানো হত ছটাক, কাঠা, বিঘা, একর ইত্যাদি দিয়ে। বিভিন্ন স্থানে বা দেশে পরিমাপগুলি আলাদা হওয়ার জন্য অসুবিধা হত বুঝতে। তাই একটি সাধারণ পরিমাপ পদ্ধতি সব দেশেই আজকাল ব্যবহার হয়, যাকে বলা হয় মেট্রিক পদ্ধতি (metric system)।

মেট্রিক পদ্ধতিতে দৈর্ঘ্য মাপার জন্য **মিটার** (metre), ওজন মাপার জন্য **গ্রাম** (gram), এবং তরল পদার্থকে আয়তন দিয়ে মাপার জন্য **লিটার** (litre)-কে একক ধরা হয়। এই একককটির **দশ** গুণ (বা দশ ভাগ) করে আমরা মেট্রিক পদ্ধতির অন্যান্য পরিমাপগুলি পাই, ও একককটির আগে (বা পরে) উল্লেখ করি ।

সহস্র	শতক	দশক	একক	দশমাংশ	শতাংশ	সহস্রাংশ
1000	100	10	1	0.1 =1/10	0.01 =1/100	0.001 =1/1000
কিলো	হেক্টো	ডেকা	মিটার গ্রাম লিটার	ডেসি	সেন্টি	মিলি

ওপরের তালিকা থেকে আমরা পাই, দৈর্ঘ্য মাপার একক হল মিটার ও তার থেকে দশ দশ গুণ করে বড় পরিমাপগুলি হল, ডেকামিটার, হেক্টোমিটার, ও কিলোমিটার, এবং দশাংশ করে করে ছোট পরিমাপগুলি হল ডেসিমিটার,

সেন্টিমিটার ও মিলিমিটার। একই ভাবে গ্রাম ও লিটারের সাথে এই পরিমাপগুলি ব্যবহার হয় । অধিকাংশ ক্ষেত্রে আমরা মিলি, সেন্টি, ও কিলো দিয়ে মাপটিকে প্রকাশ করি। ডেসি, ডেকা, বা হেক্টো খুব একটা বলা হয় না।

মনে রাখো:

10 মিলি	= 1 সেন্টি
10 সেন্টি	= 1 ডেসি
10 ডেসি	= 1 মিটার, গ্রাম, বা লিটার
10 মিটার, গ্রাম, বা লিটার	= 1 ডেকা
10 ডেকা	= 1 হেক্টো
10 হেক্টো	= 1 কিলো

সাধারণত ব্যবহারের জন্য

10 মিলি	= 1 সেন্টি
1000 মিলি	= 1 মিটার, গ্রাম, বা লিটার
100 সেন্টি	= 1 মিটার, গ্রাম, বা লিটার
1000 মিটার, গ্রাম, বা লিটার	= 1 কিলো

লেখার সময় আমরা দৈর্ঘ্যের পরিমাপগুলিকে সংক্ষেপে লিখি –

মিলিমিটার (মি.মি. বা mm), সেন্টিমিটার (সে.মি. বা cm), ডেসিমিটার (ডেসিমি বা dm.), মিটার (মি. বা m), ডেকামিটার (ডে.মি. বা dcm), হেক্টোমিটার (হে.মি. বা hm) ও কিলোমিটার (কি.মি. বা km) ।

একই ভাবে ওজনের পরিমাপ লিখি –

মিলিগ্রাম (মি.গ্রা. বা mg), সেন্টিগ্রাম (সে.গ্রা. বা cg), ডেসিগ্রাম (ডেসিগ্রা. বা dg), গ্রাম (গ্রা. বা g), ডেকাগ্রাম (ডে.গ্রা. বা dcg), হেক্টোগ্রাম (হে.গ্রা. বা hg) ও কিলোগ্রাম (কি.গ্রা. বা কেজি বা kg) ।

তরল পদার্থের পরিমাপগুলিকে লিখি –

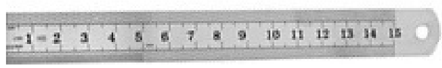
মিলিলিটার (মি.লি. বা ml), সেন্টিলিটার (সে.লি. বা cl), ডেসিলিটার (ডেসিলি. বা dl), লিটার (লি. বা l), ডেকালিটার (ডে.লি. বা dcl), হেক্টোলিটার (হে.লি. বা hl) ও কিলোলিটার (কি.লি. বা kl) ।

দৈর্ঘ্য পরিমাপের একক

মেট্রিক পদ্ধতিতে দৈর্ঘ্য পরিমাপের একক (measurement unit of length) হল মিটার। প্রশ্ন জাগতেই পারে ঠিক কতটা দৈর্ঘ্যকে আমরা 1 মিটার হিসাবে

ধরি। আমরা সময় পরিমাপে কেন 1 দিনকে 24 ঘন্টা ধরি তার ব্যাখ্যা পেয়েছি পৃথিবী সূর্যকে প্রদক্ষিণ করতে কতটা সময় নেয় তা থেকে। এখানেও আমরা ঠিক কতটা দৈর্ঘ্যকে 1 মিটার বলা হয় তার ব্যাখ্যা বিজ্ঞান থেকে পাই, আলো নির্দিষ্ট সময়ে কতটা দূরত্ব যায় তার থেকে। এই ব্যাখ্যা আমরা পরে শিখব।

দৈর্ঘ্য পরিমাপের মেট্রিক একক ছাড়াও বহু ক্ষেত্রে আগেকার পদ্ধতিতে ইঞ্চি, ফুট, ও গজ দিয়ে দৈর্ঘ্য মাপা হয়। সাধারণত দৈর্ঘ্য মাপার স্কেল বা ফিতেতেও একদিকে মিটার ও সেন্টিমিটার এবং অন্যদিকে ইঞ্চি ও ফুট-এর মাপ দেওয়া থাকে। তাই আমরা এই অন্য পরিমাপটিও জেনে রাখব ।



মনে রাখো: 12 ইঞ্চি (inch) = 1 ফুট (foot);
3 ফুট = 1 গজ (gauge); 5280 ফুট = 1 মাইল (mile) ।

ভবিষ্যতে কখনও প্রয়োজন হতে পারে মেট্রিক একককে ইঞ্চি বা ফুটে পরিবর্তন করে নেওয়ার। সেই জন্য বলে রাখা হল –

1 ইঞ্চি = 2.54 সেন্টিমিটার বা 1 মিটার = 3.28082 ফুট ।

ওজন পরিমাপের একক (measurement unit of weight)

এখানেও প্রশ্ন জাগতে পারে, ঠিক কতটা ভারি হলে তাকে আমরা 1 গ্রাম বলব। এরও ব্যাখ্যা আমরা পরে পাব বিজ্ঞান থেকে। তাছাড়া সব দেশেই জাতীয় পরিমাপ সংস্থা আছে, যেখানে ওজনের সঠিক পরিমাপটি রাখা থাকে।

মেট্রিক পদ্ধতিতে বেশি ওজন করতে ব্যবহার হয় কুইন্টাল ও মেট্রিক টন। এই দুটি পরিমাপ হল –

100 কিলোগ্রাম (kilogram) = 1 কুইন্টাল (quintal)
10 কুইন্টাল বা 1000 কিলোগ্রাম = 1 মেট্রিক টন (metric ton) ।

মেট্রিক পদ্ধতিতে ওজনের মাপ হিসাবে গ্রাম বা কিলোগ্রাম যে সর্বদা ব্যবহার হয় তা নয়। বহু ক্ষেত্রে আমরা পাউন্ড (pound) বা আউন্সের (ounce) ব্যবহার দেখি। যেমন, পাউরুটি বা কেক্ পাউন্ডে মাপা হয়, আবার ওষুধের পরিমান অনেক সময় আউন্সে মাপা হয়। এই মাপগুলি আমাদের জেনে রাখতে হবে।

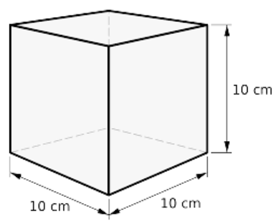
মনে রাখো: 16 আউন্স (বা oz) = 1 পাউন্ড (বা lb) ।

মেট্রিক পরিমাপে পরিবর্তন করতে –

1 আউন্স = 28.3495 গ্রাম; এবং 1 পাউন্ড = 453.592 গ্রাম ।

তরল পদার্থ পরিমাপের একক (measurement unit of liquid)

তরল পদার্থের নিজস্ব কোনও আয়তন নেই। তাই তরল পদার্থ মাপার জন্য আমরা একটি নির্দিষ্ট আয়তনকে তরল পদার্থ রাখার পাত্র হিসাবে ভেবে নিই। এই পাত্রটি হল দৈর্ঘ্য, প্রস্থ, ও উচ্চতায় 10 সেন্টিমিটার করে। এর আয়তন হয় 10 সে.মি. x10 সে.মি. x10 সে.মি. = 1000 সে.মি.^{3} বা 1000 cc (cubic centimeter)। আমরা পরে আয়তনের পরিমাপ শিখব। এই আয়তনের মধ্যে যে পরিমান তরল পদার্থ ধরে সেই পরিমানকে ধরা হয় 1 লিটার (litre) =1000 সিসি (cc)।



এই পরিমানটিকে একক ধরে আমরা তরল পদার্থের পরিমানকে মাপতে পারি। মাপার জন্য বিভিন্ন পাত্র পাওয়া যায়, যার গায়ে স্কেলের মতো দাগ দিয়ে কতটা তরল পদার্থ আছে বোঝানো হয় উচ্চতা দিয়ে।

তরল পদার্থ পরিমাপে আউন্সও ব্যবহার হয়। ওজনের পরিমাপটি থেকে এই আউন্স আলাদা। তাই একে তরলের মাপ বোঝাতে ফ্লুইড আউন্স (fluid ounce) বা fl oz বলা হয়। মনে রাখতে হবে, 1 আউন্স = 29.57 মিলিলিটার। অনেক সময় পরিমাপ হিসাবে গ্যালন (gallon) ব্যবহার করা হয়। কিন্তু, গ্যালনের মাপটি বিভিন্ন দেশে বিভিন্ন হতে দেখা যায়। বৃটিশ (British gallon) বা ইম্পিরিয়াল মাপে, imperial 1 গ্যালন = 4.55 লিটার। আমেরিকায় ব্যবহার হয় US gallon – 1 গ্যালন = 3.8 লিটার ।

2.2 **মেট্রিক পরিমাপে একক পরিবর্তন করা** (conversion of metric units)

এককগুলি পরিবর্তন করার সময় প্রথমেই জেনে রাখতে হবে আমরা কী করতে চাই। দুই রকম হতে পারে – বড় থেকে ছোট এককে প্রকাশ করা, অথবা ছোট থেকে বড় এককে প্রকাশ করা। বড় থেকে ছোট এককে প্রকাশ করতে আমাদের ধাপে ধাপে গুণ করতে হবে 10, 100, 1000, 10000 ইত্যাদি দিয়ে। আর, ছোট থেকে বড় এককে যেতে গেলে আমাদের একই ভাবে ভাগ করতে হবে।

উদাহরণ 1. **বড় থেকে ছোট এককে প্রকাশ করা**

a) 7 ডেকামিটার 9 মিটারকে সেন্টিমিটার ও মিলিমিটারে লেখ।

7 ডে.মি. 9 মি. = 70 মি. + 9 মি. (কারণ, 1 ডে.মি. =10 মি.)
= 79 মি x 100 সে.মি. (1মি. =100 সে.মি.)
= 7900 সে.মি. <u>উত্তর</u>

= 7900 x 10 মি.মি. (1সে.মি =10 মি.মি.)
= 79000 মি.মি. <u>উত্তর</u>

b) 5 কেজি 7 হে.গ্রা. 3 ডে.গ্রা.-কে গ্রাম ও সেন্টিগ্রামে লেখ।

5 কেজি 7 হে.গ্রা. 3 ডে.গ্রা. = 5x1000 +7x100 +3x10 গ্রা.
(কারণ, 1 কেজি =1000 গ্রা., 1 হে.গ্রা. =100 গ্রা., 1 ডে.গ্রা. =10 গ্রা.)
= 5000 +700 +30 গ্রা.
= 5730 গ্রা. <u>উত্তর</u>
= 5730 x100 সে.গ্রা. (1গ্রা. =100 সে.গ্রা.)
= 573000 সে.গ্রা. <u>উত্তর</u>

উদাহরণ 2. **ছোট থেকে বড় এককে প্রকাশ করা**

a) 5347 লিটারকে কিলোলিটার, হেক্টোলিটার, ডেকালিটার, ও লিটারে লেখ।

5347 লিটার = 5000+300+40+7 লিটার
= 5000÷1000 কি.লি. +300÷100 হে.লি. + 40÷10 ডে.লি. +7 লি.
= 5 কি.লি. 3 হে.লি. 4 ডে.লি. 7 লি. <u>উত্তর</u>

b) 7455 সেন্টিমিটারকে ডেকামিটার, মিটার, ডেসিমিটার, ও সেন্টিমিটারে লেখ।

7455 সেন্টিমিটার =7000+400+50+5 সেন্টিমিটার
=7000÷1000 ডে.মি. +400÷100 মি. + 50÷10 ডেসিমি.. +5 সে.মি.

(কারণ, 1 ডে.মি. =10 মি.. = 100 ডেসিমি.. =1000 সে.মি.,
1 মি. =10 ডেসিমি.. =100 সে.মি., 1 ডেসিমি.. =10 সে.মি.)
=7 ডে.মি. 4 মি. 5 ডেসিমি.. 5 সে.মি. উত্তর

অনুশীলন 2.1

1. মিলিমিটারে প্রকাশ করো
   a. 79 মি. 35 সে.মি. 8 মি..মি.   b. 32 মি. 51 সে.মি. 12 মি..মি.
   c. 3 কি.মি. 12 মি. 16 সে.মি.   d. 7 ডে.মি. 4 মি. 5 ডেসিমি.. 5 সে.মি.
2. সেন্টিগ্রামে প্রকাশ করো
   a. 17 গ্রা. 31 ডেসিগ্রা.   b. 72 কেজি 33 গ্রা.
   c. 15 কেজি 7 হে.গ্রা. 3 ডে.গ্রা.   d. 71 হে.গ্রা. 8 ডে.গ্রা. 3 গ্রা.
3. লিটারে প্রকাশ করো
   a. 14 ডে.লি. 7 লি.   b. 31 হে.লি. 8 ডে.লি.
   b. 15 কি.লি. 3 হে.লি. 4 ডে.লি.   d. 42 কি.লি. 9 ডে.লি. 7 লি.
4. 2345 লিটারকে কিলোলিটার, হেক্টোলিটার, ডেকালিটার ও লিটারে লেখ।
5. 4356 সেন্টিমিটারকে ডেকামিটার, মিটার, ডেসিমিটার ও সেন্টিমিটারে লেখ।
6. 6085 মিলিগ্রামকে গ্রাম, ডেসিগ্রাম, সেন্টিগ্রাম ও মিলিগ্রামে লেখ।

উত্তর 2.1

	a.	b.	c.	d.
1.	79358	32522	3012160	74550
2.	2010	7203300	1573000	718300
3.	147	3180	15340	42097
4.	2 কি.লি.	3 হে.লি.	4 ডে.লি.	5 লি.
5.	4 ডে.মি.	3 মি.	5 ডেসিমি..	6 সে.মি.
6.	6 গ্রা.		8 সে.গ্রা.	5 মি.গ্রা.

2.3 মেট্রিক পরিমাপের যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগ (calculation in metric system)

মেট্রিক পদ্ধতির সবচেয়ে বড় সুবিধা হল, সাধারণ অঙ্ক কষার নিয়মেই যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগ করা যাবে। এর কারণ, সংখ্যার স্থানীয় মান যেভাবে বলা হয় দশ-কে ভিত্তি করে, মেট্রিক পরিমাপগুলিও দশ-কে ভিত্তি করে সাজানো হয়।

দশ-য়ের থেকে বড় সংখ্যার কোনও একটি (কিলোর কম) পরিমাপকে সহজেই এইভাবে সাজিয়ে নিতে পারি। সংখ্যাটির শেষ একক অঙ্কটিকে তার পরিমাপটির ঘরে লিখে, আমার এক এক করে বাঁদিকের অঙ্কগুলিকে পর পর আগের পরিমাপগুলির ঘরে লিখব। কিলো পরিমাপটি হল সবচেয়ে বড় (ওজন পরিমাপের ক্ষেত্রে কুইন্টাল ও টন হয়), তাই কিলো পরিমাপটিতে দশক বা তার থেকেও বড় সংখ্যা আসতে পারে, যা অন্য পরিমাপগুলিতে হবে না।

পরিমাপ	কিলো	হেক্টো	ডেকা	মিটার	ডেসি	সেন্টি	মিলি
5678মিটার	5	6	7	8			
2045 ডেসিমিটার		2	0	4	5		
3407 মিলিমিটার				3	4	0	7
8003045মিলিমিটার	8	0	0	3	0	4	5
7350 মিটার	7	3	5	**0**			
25103890মিলিমিটার	25	1	0	3	8	9	**0**

শূন্যগুলি বসানো বিশেষ করে লক্ষ করো।

যোগ, বিয়োগ, গুণ, ভাগ করার সময় আমরা সংখ্যার নিয়মেই, কোনও ঘরের যোগফল একক অঙ্কের থেকে বেশি হলে দশক অঙ্কটিকে আগের ঘরে যোগ করব। আবার, বিয়োগ করার সময় আগের ঘর থেকে 1 ধার নিয়ে পরের ঘরে আনলে তাকে ধরতে হবে 10।

উদাহরণ 1. যোগ করো

মিটার	ডেসি	সেন্টি	মিলি
2^{+1}	7^{+1}	4^{+1}	3
4	5	6	8
7	3	1	1

কিলো	হেক্টো	ডেকা	গ্রাম
8	8^{+1}	6^{+1}	7
4	0	9	8
12	9	6	5

উদাহরণ 2. যোগ করো

মিটার	ডেসি	সেন্টি	মিলি
2^{+2}	7^{+1}	4^{+2}	3
3	4	5	7
4	5	6	8
7	3	1	9
18	0	8	7

কিলো	হেক্টো	ডেকা	গ্রাম
8^{+3}	8^{+2}	6^{+2}	7
5	9	4	5
4	4	9	8
15	9	6	5
35	2	7	5

উদাহরণ 3. বিয়োগ করো

লিটার	ডেসি	সেন্টি	মিলি
7^{-1}	3^{-1}	4^{-1}	3
4	5	6	5
2	7	7	8

কিলো	হেক্টো	ডেকা	লিটার
8	8^{-1}	6^{-1}	7
4	0	9	8
4	7	6	9

উদাহরণ 4. গুণ করো

লিটার	ডেসি	সেন্টি	মিলি
5^{+6}	7	0^{+5}	6
		x	9
51	3	5	4

কিলো	হেক্টো	ডেকা	লিটার
3^{+3}	4^{+5}	6^{+6}	8
		x	8
27	7	4	4

উদাহরণ 4. ভাগ: 74 কি.মি. 8 হে.মি. 9 ডে.মি. 8 মি. কে 9 দিয়ে ভাগ করো

9 | 74 কি.মি. 8 হে.মি. 9 ডে.মি. 8 মি. | 8কি.মি. 3হে.মি. 2ডে.মি. 2মি.

72 কি.মি.

28 হে.মি. (কারণ, 2 কি.মি. = 20 হে.মি.)

27 হে.মি.

19 ডে.মি. (কারণ, 1হে.মি. = 10ডে.মি.)

18 ডে.মি.

18 মি. (কারণ, 1ডে.মি. = 10মি.)

18 মি.

0

উত্তর: ভাগফল 8কি.মি. 3হে.মি. 2ডে.মি. 2মি:. ভাগশেষ 0

লক্ষ করো: এই ভাগটি কিন্তু আরও সহজে করা যায়।

74 কি.মি. 8 হে.মি. 9 ডে.মি. 8 মি. =74898মি. । এই সংখ্যাটিকে আমরা 9 দিয়ে ভাগ করলে ভাগফল পাই 8322 = 8 কি.মি. 3 হে.মি. 2 ডে.মি. 2 মি. ।

সহজ পদ্ধতি: মেট্রিক পদ্ধতির পরিমাপগুলির যোগ, বিয়োগ, গুণ, ভাগ আমরা সহজ উপায়ে সাধারণ সংখ্যা ধরে নিয়ে করতে পারব। এটা করার সময় লক্ষ রাখতে হবে, সংখ্যাগুলির পরিমাপ যেন একই হয়। সংখ্যা হিসাবে লেখার সময় মাঝের কোনও পরিমাপ শূন্য হওয়ার জন্য বলা না থাকলেও তার জায়গায় শূন্য লিখতে ভুল যেন না হয়। যেমন, 7 মি. 8 সেন্টি.মি. মানে কিন্তু 708 সেন্টি.মি.। উত্তরটি লেখার সময় আবার পরিমাপগুলিতে ভেঙে লিখতে হবে।

উদাহরণ 5. যোগ করো: 4 কেজি 7 গ্রাম ও 12 গ্রাম 5 সেন্টিগ্রাম।

4 কেজি 7 গ্রাম	=	4007 গ্রাম	=	400700 সেন্টিগ্রাম
12 গ্রাম 5 সেন্টিগ্রাম	=			1205 সেন্টিগ্রাম
				401905 সেন্টিগ্রাম

এবারে পরিমাপটিকে স্থানীয় মানে বসাতে হবে, নিচের মতো করে।

পরিমাপ	কিলো	হেক্টো	ডেকা	গ্রাম	ডেসি	সেন্টি	মিলি
401905 সেন্টিগ্রাম =	4	0	1	9	0	5	

উত্তর: 4 কেজি 1 ডেকাগ্রাম 9 গ্রাম 5 সেন্টিগ্রাম ।

অনুশীলন 2.2

1. যোগ করো

a.

মিটার	ডেসি	সেন্টি	মিলি
3	6	9	3
4	5	6	8

b.

কিলো	হেক্টো	ডেকা	গ্রাম
7	8	5	5
4	0	9	8

c.

লিটার	ডেসি	সেন্টি	মিলি
2	7	4	5
7	5	0	3
4	2	6	6
8	1	9	7

d.

কিলো	হেক্টো	ডেকা	গ্রাম
7	7	8	5
8	6	5	8
5	7	7	8
12	8	7	6

2. বিয়োগ করো

a.

লিটার	ডেসি	সেন্টি	মিলি
5	0	4	3
3	3	7	8

b.

কিলো	হেক্টো	ডেকা	লিটার
9	5	3	7
5	5	9	8

c.

লিটার	ডেসি	সেন্টি	মিলি
6	5	2	3
3	7	8	6

d.

কিলো	হেক্টো	ডেকা	লিটার
8	3	6	5
4	7	9	8

3. গুণ করো

a.

লিটার	ডেসি	সেন্টি	মিলি
3	8	0	7
		x	9

b.

কিলো	হেক্টো	ডেকা	লিটার
9	3	7	8
		x	6

c.	লিটার	ডেসি	সেন্টি	মিলি
	5	7	0	6
			x	12

d.	কিলো	হেক্টো	ডেকা	লিটার
	3	4	6	8
			x	15

4. ভাগ করো

a. 2 কি.মি. 9 হে.মি. 7 ডে.মি. 6 মি. ÷ 8

b. 15 কি.মি. 7 হে.মি. 5 ডে.মি. 7 মি. ÷ 7

c. 24 কি.মি. 7 হে.মি. 3 ডে.মি. 2 মি. ÷ 12

d. 30 কি.মি. 3 হে.মি. 4 ডে.মি. 5 মি. ÷ 15

উত্তর 2.2

	a.	b.	c.	d.
1.	8 মি. 2 ডেসিমি. 6 সে.মি. 1 মি.মি.	11 কেজি 9হে.গ্রা. 5 ডে.গ্রা. 3 গ্রা.	22লি. 7ডেসিলি. 1 সে.লি. 1মি.লি.	32কেজি 9 ডে.গ্রা. 7 গ্রা.
2.	1লি. 6 ডেসিলি. 6 সে.লি. 5মি.লি.	3কি.লি. 9হে.লি. 3 ডে.লি. 9 লি.	2 লি. 7 ডেসিলি. 3 সে.লি. 7 মি.লি.	3কি.লি. 5হে.লি. 6 ডে.লি. 7লি.
3.	34লি. 2ডেসিলি. 6 সে.লি. 3 মি.লি.	56কি.লি. 2 হে.লি. 6 ডে.লি. 8 লি.	68লি. 4 ডেসিলি. 7 সে.লি. 2 মি.লি.	52কি.লি. 2 ডে.লি.
4.	3 হে.মি. 7 ডে.মি. 2 মি.	2 কি.মি. 2 হে.মি. 5 ডে.মি. 1মি.	2 কি.মি. 6 ডে.মি. 1 মি.	2 কি.মি. 2 ডে.মি. 3 মি.

2.4 দশমিক ভগ্নাংশে মেট্রিক পরিমাপ (metric measurement in decimal)

মেট্রিক পরিমাপগুলির বিশেষত্ব হল এগুলিকে সরাসরি দশমিক ভগ্নাংশে প্রকাশ করা যায়, পর পর 10 দিয়ে ভাগ করে। নিচে এর কিছু উদাহরণ দেওয়া হল মিটার দিয়ে। একই ভাবে আমরা গ্রাম বা লিটারকেও প্রকাশ করতে পারব।

মিটার	= ডেসিমিটার	= সেন্টিমিটার	= মিলিমিটার
0.005	0.05	0.5	5
0.037	0.37	3.7	37
0.5	5	50	500
2.8	28	280	2800

কিলোমিটার	= হেক্টোমিটার	= ডেকামিটার	= মিটার
0.001	0.01	0.1	1
0.435	4.35	43.5	0.435

0.750	7.5	75	750
0.500	5	50	500
5.708	57.08	570.8	5708

এইভাবে দশমিক ভগ্নাংশে লেখার সুবিধা হল, আমরা মেট্রিক পরিমাপগুলির যোগ, বিয়োগ, গুণ, ভাগ সহজেই দশমিক ভগ্নাংশের নিয়মেই করতে পারব। শুধু খেয়াল রাখতে হবে যাতে পরিমাপটির এককটি একই থাকে।

অনুশীলন 2.3 দশমিকে লিখে দেখো ঠিক লিখেছ কিনা

লেখো	a. দশমিক মিটারে	b. দশমিক লিটারে	c. দশমিক গ্রামে
1.	4মি. 75সে.মি.	7লি. 5সে.লি.	12গ্রা. 8সে.গ্রা.
2.	7মি. 7ডেসিমি. 9সে.মি.	2লি. 7ডেসিলি. 3সে.লি.	3গ্রা. 6ডেসিগ্রা. 2সে.গ্রা.
3	4ডেসিমি. 5মি.মি.	14ডেসিলি. 3মি.লি.	7ডেসিগ্রা. 25মি.গ্রা.
4.	75সে.মি. 4মি.মি.	22সে.লি. 4মি.লি.	17সে.গ্রা. 9মি.গ্রা.
লেখো	a. দশমিক কিলোগ্রামে	b. দশমিক সেন্টিলিটারে	c. দশমিক কিলোমিটারে
5.	2কি.গ্রা. 3হে.গ্রা. 4ডে.গ্রা.	2কি.লি. 30লি. 14মি.লি.	2কি.মি. 3হে.মি. 4ডে.মি.
6.	12কি.গ্রা. 4গ্রা.	6হে.লি. 4লি. 8মি.লি.	12কি.মি. 4মি.
7.	4ডে.গ্রা. 5গ্রা.	7 সে.লি. 4মি.লি.	5মি. 7 সে.মি.
8.	500গ্রা. 30 সে.গ্রা.	50লি. 3 সে.লি. 4মি.লি.	50মি. 3 সে.মি. 4মি.মি.

অনুশীলন 2.4 মেট্রিক পরিমাপগুলিতে ভেঙে লেখো

	a.	b.	c.
1.	4.75মি.	7.05লি.	12.08গ্রা.
2.	7.79মি.	2.73.লি.	3.62গ্রা.
3	0.405মি.	1.403লি.	0.725গ্রা.
4.	0.0754মি.	0.224লি.	0.179গ্রা.
5.	2.34কি.গ্রা.	2.03014কি.লি.	2.34কি.মি.
6.	12004কি.গ্রা.	0.604008কি.লি.	12.004কি.মি.
7.	0.045কি.গ্রা.	0.000074কি.লি.	0.00507কি.মি.
8.	0.503কি.গ্রা.	50.000034কি.লি.	0.050034 কি.মি.

অনুশীলন 2.5

1. রঞ্জিতের মুদির দোকানে 123 কেজি 340 গ্রাম চাল আছে। তার থেকে সে 32 কেজি 250 গ্রাম চাল সহদেবকে ও 67 কেজি 750 গ্রাম চাল সঞ্জীবকে বিক্রি করল। রঞ্জিতের কাছে এখন কত চাল রইল?
2. পাড়ার পিকনিকে 12 জন প্রত্যেকে দিল 2 কেজি 500 গ্রাম করে চাল, ও 7 জন প্রত্যেকে দিল 1 কেজি 750 গ্রাম করে ডাল। মোট কত চাল, ও কত ডাল হল?
3. এক একজন যদি মাথাপিছু 225 গ্রাম চালের ভাত খায়, তাহলে 1 কেজি 575 গ্রাম চালে কত জন খেতে পারবে?
4. একটি জলের ড্রামে 175 লিটার জল ধরে। একটি বালতিতে যদি 12 লিটার 50 সেন্টিলিটার জল তোলা যায়, তাহলে ড্রামটি ভরতে কত বালতি জল লাগবে?
5. বোলপুর থেকে কলকাতা 192 কিলোমিটার 330 মিটার, ও কলকাতা থেকে বর্ধমান 107 কিলোমিটার 750 মিটার। তাহলে বোলপুর থেকে বর্ধমান কতটা দূর?

উত্তর 2.5

1.	23 কেজি 340 গ্রা.	2.	30 কেজি চাল; 12কেজি 250 গ্রা. ডাল		
3.	7 জন	4.	14 বালতি	5.	84কি.মি. 580মি.

পাঠ 3. ভারতীয় মুদ্রার পরিমাপ

যেকোনও কিছু কিনতেই আমাদের টাকাপয়সা লাগে। তাই আমরা কাজ করে টাকাপয়সা উপার্জন করি, ও তা দিয়ে প্রয়োজনীয় জিনিসপত্র কিনি। আর পারলে কিছু টাকাপয়সা সঞ্চয়ও করি। টাকাপয়সাগুলো বাজারে আসে ব্যাংক থেকে। সব দেশেরই নিজস্ব টাকাপয়সা আছে ও তাদের আলাদা নামও আছে। এমনিতে টাকাপয়সাকে বলা হয় মুদ্রা (money)। টাকাপয়সা বা মুদ্রার দুটি ধরন হয় ধাতু মুদ্রা (coin) ও কাগজের মুদ্রা (currency notes) বা শুধু নোট। ভারতীয় টাকাপয়সার নাম **রুপি** (Rupee), যাকে লেখা হয় **₹** চিহ্ন দিয়ে।

টাকাপয়সা দিয়ে জিনিসপত্রের কেনা ও বেচা হয়, তাই যেকোনও কেনাবেচার জিনিসের দাম মাপা হয় টাকাপয়সা দিয়ে। যেমন, ধরা যাক একটি পেন্সিলের দাম ₹3, এক লিটার দুধের দাম ₹20, এক কেজি চালের দাম ₹40, এক প্যাকেট বিস্কুটের দাম ₹5 টাকা। তাহলে আমরা বলতে পারব, 4টি পেন্সিল কিনতে ₹12, 3 লিটার দুধ কিনতে ₹60, 7 কেজি চাল কিনতে ₹280, 5 প্যাকেট বিস্কুট কিনতে ₹25 লাগবে। যত টাকাপয়সা কিনতে লাগল, বা বিক্রী করে দোকানদার পেল, তাকে আমরা বলি জিনিসগুলোর মূল্য (money value)। এখানে যোগ করে সবগুলির মোট মূল্য হল ₹377।

3.1 ভারতীয় মুদ্রার একক (units of Indian money)

টাকাপয়সা দিয়ে জিনিসপত্রের মূল্য পরিমাপের ভারতীয় একক হল এক রুপি, ₹ 1 (যাকে চলতি বাংলায় বলি টাকা)। এই 1 টাকাকে আবার শতাংশে ভাগ করে আমরা 1 পয়সা পাই। মানে 100 পয়সায় 1 টাকা। পয়সাকে লেখা হয় p দিয়ে। রুপি ও পয়সার পরিমাপ আমরা দশমিক ভগ্নাংশ দিয়ে বুঝতে পারি।

100p = ₹1 50p = ₹0.5 25p = ₹0.25 1p = ₹0.01

সুতরাং, ₹42.57 মানে হল 42 টাকা 57 পয়সা বা ₹42 ও 57p।

টাকাপয়সার লেনদেন বা কেনাকাটা সুবিধার জন্য দেশের সরকার বিভিন্ন মূল্য পরিমাপের ধাতু মুদ্রা ও নোট ঠিক করে দেয়, যা আমরা ব্যবহার করি। আগে 1 পয়সা, 2 পয়সা, 3 পয়সা, 10 পয়সা, 20 পয়সা ব্যবহার হত। আজকাল সব জিনিসেরই দাম বেড়ে যাওয়ায় ওগুলি আর ব্যবহার হয় না। এমনকি 25 পয়সা, 50 পয়সাও খুবই কম ব্যবহার হয়। তাহলেও দাম জুড়ে মোট মূল্য হিসাবের সময় পয়সা থাকে। নিচে ভারতীয় মুদ্রা বা টাকা পয়সার ছবি দেখে নাও।

এই ছবিগুলো 2016 সালের। সরকার কখনো পুরনো নোট বা কয়েন বদলে নতুন নোট বা কয়েন চালু করতে পারে।

ভারতীয় ধাতু মুদ্রা Coin (কয়েন)

ভারতীয় টাকা বা কাগজের নোট Currency (কারেন্সি)

অনুশীলন 3.1

1. টাকায় (₹) প্রকাশ করো

300 p	700 p	1200 p	34000 p
187 p	2307 p	80004 p	1201005 p

2. পয়সায় (p) প্রকাশ করো

₹32	₹47	₹355	₹231
₹507	₹912	₹401	₹1209

3. দশমিকে প্রকাশ করো

₹30 ও 7p	₹100 ও 30 p	₹122 ও 97 p	₹304 ও 9p
₹34 ও 57p	₹8010 ও 20p	₹10 ও 10p	₹10 ও 1p

4. টাকা (₹) ও পয়সায় (p) প্রকাশ করো

₹30.57	₹100.58	₹100.10	₹100.01
₹34.22	₹3004. 01	₹999.9	₹333.03

3.2 টাকাপয়সার যোগ, বিয়োগ, গুণ, ও ভাগ (monetary calculations)

টাকাপয়সার যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগ করার একটা পদ্ধতি হল, আগে সবগুলি টাকা ও পয়সাকে পয়সায় প্রকাশ করে নেওয়া। প্রথমে টাকার সংখ্যাটিকে 100 দিয়ে গুণ করে পয়সায় নিয়ে এসে তার সাথে পয়সার সংখ্যাটিকে যোগ করে সবটাই পয়সায় লিখে নিতে হবে ও তারপর সংখ্যাগুলি নিয়ে যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগ করা যাবে সাধারণ সংখ্যা হিসাবে। উত্তরটা আসবে পয়সায়, ও তাই তাকে আবার 100 দিয়ে ভাগ করে টাকা ও পয়সায় লিখতে হবে।

উদাহরণ 1. যোগ করো: ₹34 p78 + ₹73 p57

₹34 p78 = p 34x 100+78 = p 3400+78 = p 3478
₹73 p57 = p 73x 100+57 = p 7300+57 = <u>p 7357</u>
p10835

উত্তর: p10835 = ₹10835÷100 = ₹108.35 = ₹108 p35

উদাহরণ 2. বিয়োগ করো: ₹73 p57 – ₹34 p78

₹73 p57 = p 73x 100+57 = p 7300+57 = p 7357
₹34 p78 = p 34x 100+78 = p 3400+78 = <u>p 3478</u>
p 3879

উত্তর: p 3879 = ₹3879÷100 = ₹38.79 = ₹38 p79

উদাহরণ 3. গুণ করো: ₹43 p85 x 4

₹43 p85 = p 43x 100+85 = p 4300+85 = p 4385

$$\begin{array}{r} \text{p }4385 \\ \times\ 4 \\ \hline \text{p}17540 \end{array}$$

উত্তর: p 17540 = ₹17540÷100 = ₹175.40 = ₹175 p40

উদাহরণ 4. ভাগ করো: ₹81 p45÷ 9

₹81 p45 = p 81x 100+45 = p 8100+45 = p 8145

$$\begin{array}{r|l|l} 9 & 8145 & 905 \\ & \underline{81} & \\ & 45 & \\ & \underline{45} & \\ & 0 & \end{array}$$

উত্তর: p 905 = ₹905÷100 = ₹9.05 = ₹9 p5

অনুশীলন 3.2

	a. যোগ করো	b. বিয়োগ করো	c. গুণ করো	d. ভাগ করো
1.	₹203 p54 + ₹ 85 p65	₹ 23 p 27 – ₹ 17 p 82	₹73 p 57 x 5	₹73 p 55 ÷ 5
2.	₹623 p8 + ₹288 p97	₹203 p 62 – ₹112 p 73	₹103 p 18 x 9	₹102 p 87 ÷9
3.	₹123 p56 + ₹ 94 p9	₹123 p 27 – ₹104 p 82	₹703 p 43 x 12	₹723 p 48 ÷12
4.	₹786 p87 + ₹112 p43	₹237 p 06 – ₹ 98 p18	₹227 p 67 x 11	₹227 p 59 ÷ 11

উত্তর 3.7

	a.	b.	c.	d.
1.	₹289 p19	₹ 5 p 45	₹367 p 85	₹14 p 71
2.	₹912 p05	₹ 90 p 89	₹928 p 62	₹11 p 43
3.	₹217 p65	₹ 18 p 45	₹8441 p 16	₹60 p 29
4.	₹899 p30	₹ 138 p 88	₹2504 p 37	₹20 p 69

ছোট সংখ্যার সহজ পদ্ধতি: অনেক সময়েই টাকাপয়সার হিসাব এভাবে লিখে করার সুযোগ থাকে না, বিশেষত দোকানবাজার করার সময়। তাই টাকাপয়সার ছোটখাটো হিসাব আমাদের মনে মনেই করে নিতে হয়। মনে মনে হিসাব করার

জন্য আমরা প্রথমে পয়সার হিসাবটা করে নিই ও সেটার টাকার অংশ ও পয়সার অংশ যা পাই তা মনে রাখি। এরপর টাকার অংশের হিসাব করে তার সাথে একে যোগ করে নিই।

যোগ করা

পয়সাগুলির যোগফলটি একশতের বেশি হতে পারে। আমরা জানি 100 পয়সায় 1 টাকা। তাই পয়সার যোগফলটি 100-র বেশি হলে 1 টাকা, 200-র বেশি হলে 2 টাকা–এইভাবে টাকার অংশটি আলাদা করে হাতে রেখে বাকি পয়সার অংশটি পয়সা হিসাবে লিখব। এরপর টাকার অংশটি যোগ করে নিয়ে হাতে রাখা টাকাকেও যোগ করে নেব ও যোগফলটি টাকা হিসাবে লিখব।

উদাহরণ 5. যোগ করো: ₹62 p53 + ₹43 p78

এখানে আমরা আগে পয়সার অংশটি যোগ করব।

p53 + p78 = p131 = ₹1 p31

এবারে টাকার অংশটি যোগ করব ও তার সাথে এই 1 টাকাও যোগ করে নেব।

₹62 + ₹43 + ₹1 = ₹105+ ₹1 = ₹106

এবারে টাকা ও পয়সার অংশটিকে পাশাপাশি লিখে পাই আমাদের উত্তর।

উত্তর ₹106 p31।

বিয়োগ করা

এই পদ্ধতিতে বিয়োগ করার সময় এমন হতে পারে যে পয়সার অংশটিতে বিয়োগ করতে টাকার অংশ থেকে 1 টাকা বা 100 পয়সা ধার নিতে হবে। তেমন হলে এই 1 টাকাটিকে আমরা পরে টাকার অংশেও বিয়োগ করে নেব।

উদাহরণ 6. বিয়োগ করো: ₹62 p53 – ₹43 p78

আগে পয়সার অংশটি বিয়োগ করব। যেহেতু 53 পয়সা থেকে 78 পয়সা বিয়োগ করা যায় না তাই টাকার অংশ থেকে 1 টাকা বা 100 পয়সা ধার নিয়ে 153 পয়সা থেকে 78 পয়সা বিয়োগ করব।

p153 – p78 = p75

এবারে টাকার অংশটি বিয়োগ করব ও তার থেকে ওই 1 টাকাও বিয়োগ করব।

₹62 – ₹43 – ₹1 = ₹61– ₹43 = ₹18

এবারে টাকা ও পয়সার অংশটিকে পাশাপাশি লিখে পাই আমাদের উত্তর।

উত্তর ₹18 p75।

গুণ করা

গুণের সময়ও পয়সাকে গুণ করে গুণফলটি 100-র বেশি পেতে পারি। তাই পয়সার গুণফলটি 100-র বেশি হলে 1 টাকা, 200-র বেশি হলে 2 টাকা –

এইভাবে টাকার অংশটি আলাদা করে হাতে রেখে বাকি পয়সার অংশটি পয়সা হিসাবে লিখব। পরে টাকার অংশটিকে গুণ করে নিয়ে হাতে রাখা টাকাকেও যোগ করে নেব ও যোগফলটি টাকা হিসাবে লিখব।

উদাহরণ 7. গুণ করো: ₹43 p85 x 4

আমরা আগে পয়সার অংশটি গুণ করব।

p85 x 4 = p340 = ₹3 p40

এবারে টাকার অংশটি গুণ করব ও তার সাথে ওই 3 টাকাও যোগ করে নেব।

₹43 x 4+ ₹3 = ₹172+ ₹3 = ₹175

এবারে টাকা ও পয়সার অংশটিকে পাশাপাশি লিখে পাই আমাদের উত্তর।

উত্তর: ₹175 p40।

ভাগ করা

ভাগ করার সময় মনে রাখতে হবে যে সর্বদা নিঃশেষে ভাগ নাও হতে পারে, অর্থাৎ ভাগশেষ থেকে যেতে পারে। দ্বিতীয়ত, আমরা এখানে আগে পয়সার অংশ নয়, টাকার অংশটিকে ভাগ করব। ভাগশেষ থাকলে তাকে 100 গুণ করে পয়সায় করে নেব ও পয়সার অংশে যোগ করে নেব। তারপর পয়সার অংশটিকে ভাগ করব।

উদাহরণ 8. ভাগ করো: ₹127 p25 ÷ 5

আমরা আগে টাকার অংশটিকে ভাগ করব।

₹127 ÷ 5 = ₹25, ভাগশেষ ₹2 = p 200

ভাগশেষ p200 পয়সার অংশে যোগ করে পাই p225, যাকে আমরা এবারে ভাগ করব। p225÷ 5 = p 45

এবারে টাকা ও পয়সার অংশটিকে পাশাপাশি লিখে পাই আমাদের উত্তর।

উত্তর: ₹25 p45।

অনুশীলন 3.3 না লিখে মনে মনে করো

	a. যোগ করো	b. বিয়োগ করো	c. গুণ করো	d. ভাগ করো
1.	₹50 p50	₹23 p27	₹8 p50	₹15 p55
	+ ₹10 p25	– ₹20 p20	x 5	÷ 5
2.	₹65 p08	₹33 p75	₹12 p30	₹14 p04
	+ ₹14 p92	– ₹20 p50	x 4	÷4
3.	₹23 p17	₹31 p22	₹40 p25	₹62 p40
	+ ₹76 p93	– ₹12 p42	x 8	÷12
4.	₹24 p65	₹14 p15	₹20 p63	₹20 p70
	+ ₹11 p55	– ₹12 p18	x 10	÷ 9

উত্তর 3.3

	a.	b.	c.	d.
1.	₹60 p75	₹3 p07	₹42 p50	₹3 p11
2.	₹80	₹13 p25	₹49 p20	₹3 p51
3.	₹100 p10	₹18 p80	₹483	₹5 p20
4.	₹36 p20	₹1 p97	₹206 p30	₹2 p30

দশমিক পদ্ধতি: টাকাপয়সার বড় বড় যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগ করার সহজ পদ্ধতি হবে সরাসরি দশমিক সংখ্যায় টাকাপয়সাগুলিকে লিখে নিয়ে যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগ করা। টাকা ও পয়সার সংখ্যাগুলিকে দশমিক সংখ্যায় ওপর-নিচে লেখার সময় খেয়াল রেখো দশমিক বিন্দুটি যেন একই লাইনে থাকে।

উদাহরণ 1. যোগ করো: ₹34 p78 + ₹73 p57

টাকা ₹			পয়সা p	
$^{+1}$	3	4^{+1}	7^{+1}	8
	7	3	5	7
1	0	8	3	5

উত্তর: ₹108. 35

উদাহরণ 2. যোগ করো: ₹103 p32 + ₹114 p57 + ₹183 p47

টাকা ₹			পয়সা p	
1^{+1}	0^{+1}	3^{+1}	3^{+1}	2
1	1	4	5	7
1	8	3	4	7
4	0	1	3	6

উত্তর: ₹401. 36

উদাহরণ 3. বিয়োগ করো: ₹252 p23 – ₹143 p78

টাকা ₹			পয়সা p	
2	5^{-1}	2^{-1}	2^{-1}	3
1	4	3	7	8
1	0	8	4	5

উত্তর: ₹108. 45

উদাহরণ 4. গুণ করো: ₹453 p78 x 43

টাকা ₹					পয়সা p	
		4	5	3	7	8
				x	4	3
	1	3	6	1	3	4
1	8	1	5	1	2	0
1	9	5	1	2	5	4

উত্তর: ₹19512. 54

উদাহরণ 5. ভাগ করো: ₹4055 p25 ÷ 15

দশমিক সংখ্যাকে অখন্ড সংখ্যা দিয়ে ভাগ করা শিখেছি। এই ভাগটা সেইভাবে করব।

```
15 | 4055.25 | 270.35
     30
     105
     105
        52
        45
         75
         75
          0
```

উত্তর: ₹270. 35।

উদাহরণ 6. প্রত্যেককে 169 টাকা 70 পয়সা করে দিলে 1018 টাকা 20 পয়সা থেকে কতজনকে দেওয়া যাবে?

এই হিসাবটা করতে আমাদের 1018 টাকা 20 পয়সাকে ভাগ করতে হবে 169 টাকা 70 পয়সা দিয়ে, বা 1018.20-কে ভাগ করতে হবে 169.70 দিয়ে। আমরা একটি দশমিক সংখ্যাকে আরেকটি দশমিক সংখ্যা দিয়ে ভাগ করা শিখেছি। এই ভাগটি সেইভাবে করতে হবে।

ভাজকের দশমিক বিন্দুকে ডানদিকে দুই ঘর সরিয়ে পাই 16970 আর সেইমতো ভাজ্যেরও দশমিক বিন্দুকে ডানদিকে দুই ঘর সরিয়ে পাই 101820। ভাগটি তাই করতে হবে 101820-কে 16970 দিয়ে।

এখানে ভাজক হল 5 অঙ্কের ও ভাজ্য হল 6 অঙ্কের। আমরা ভাগটির আন্দাজ করতে দেখব ভাজকের প্রথম দুটি অঙ্ক, মানে 16 দিয়ে ভাজ্যের প্রথম তিনটি অঙ্ক, মানে 101-কে কতবার ভাগ করা যেতে পারে। 16-র নামতা মনে

করে দেখ, 6x16 হল 96, কিন্তু 7x16 জল 112। তাই 6 দিয়ে আমরা ভাগটি করে দেখব। এবারে ভাজককে 6 দিয়ে গুণ করে পাই 6x16970= 101820। সুতরাং, ভাগফল 6 হলেই ভাগটি মিলে যাবে, কোনও ভাগশেষ থাকে না।

$$\begin{array}{r|l|l} 16970 & 101820 & 6 \\ & \underline{101820} & \\ & \quad\quad 0 & \end{array}$$

উত্তর: 1018 টাকা 20 পয়সা থেকে প্রত্যেককে 169 টাকা 70 পয়সা করে 6 জনকে দেওয়া যাবে ।

অনুশীলন 3.4 দশমিক পদ্ধতিতে করো

	a. যোগ করো	b. বিয়োগ করো	c. গুণ করো	d. ভাগ করো
1.	₹567 p78	₹203 p17	₹87 p17	₹175 p05
	+ ₹110 p57	– ₹107 p28	x 52	÷ 15
2.	₹678 p08	₹336 p25	₹27 p35	₹144 p04
	+ ₹114 p97	– ₹208 p58	x 23	÷4
3.	₹233 p07	₹317 p22	₹40 p25	₹606 p72
	+ ₹716 p93	– ₹128 p47	x 19	÷₹50 p56
4.	₹240 p65	₹143 p15	₹24 p63	₹186 p 84
	+ ₹119 p85	– ₹ 87 p18	x 13	÷ ₹20 p76

উত্তর 3.4

	a.	b.	c.	d.
1.	₹678.35	₹95.89	₹4532.84	₹11. 67
2.	₹793.05	₹127.67	₹629.05	₹36.01
3.	₹950	₹188.75	₹764.75	12
4.	₹360.50	₹55.97	₹320.19	9

3.3 টাকাপয়সার জমা-খরচের হিসাব রাখা (monetary accounting)

আমাদের সর্বদাই টাকাপয়সার হিসাব (accounting) রাখতে হয় – সংসারের হিসাব, বাজারের হিসাব, দোকান বা ব্যবসা চালানোর হিসাব, এমনকি চাঁদা তুলে কোনও অনুষ্ঠান করার হিসাব। এই হিসাব রাখার পদ্ধতি হল, টাকাপয়সা যা পাওয়া গেল তাকে জমা (receipts) বা আয় (income) ও যা দিয়ে দিতে হল তাকে খরচ (payments) বা ব্যয় (expenses) হিসাবে আলাদা করে লিখে রাখা। এরপর জমাগুলিকে যোগ করে মোট জমা ও খরচগুলিকে যোগ করে মোট

খরচ পাওয়া যাবে । মোট জমা থেকে মোট খরচ বিয়োগ করলে কত টাকা হাতে রইল বা ব্যালান্স (money balance) তা পাওয়া যাবে।

উদাহরণ 1. মনে করো তোমরা পাঁচজন বন্ধু মিলে নিজেরা বাবা-মায়ের কাছ থেকে টাকাপয়সা যে যা পাবে তাই দিয়ে চড়ুইভাতি বা পিকনিক করবে ঠিক করেছ। হিসাব রাখার ভার তোমার। পিকনিকের জন্য টাকা উঠল এই রকম – রাজেশ 35 টাকা 50 পয়সা, স্বপন 43 টাকা 75 পয়সা, রহমত 57 টাকা 20 পয়সা, মিতা 38 টাকা 80 পয়সা, আর কবিতা 33 টাকা 65 পয়সা। এবার যা খরচ হল তা এই রকম – চাল 32 টাকা 80 পয়সা, ডাল 35 টাকা 35 পয়সা, তেল 13 টাকা 75 পয়সা, মশলা 18 টাকা 35 পয়সা, ডিম 45 টাকা, সন্দেশ 50 টাকা। কত টাকা উঠল আর কত খরচ হল ও কত বাঁচল তার হিসাব তুমি কীভাবে দেবে?

উত্তর: বাঁদিকে জমা ও ডানদিকে খরচগুলি লিখে হিসাবটি এই ভাবে দেবে –

জমা (receipts)	₹	খরচ (payments)	₹
রাজেশ	35.50	চাল	32.80
স্বপন	43.75	ডাল	35.35
রহমত	57.20	তেল	13.75
মিতা	38.80	মশলা	18.35
কবিতা	33.65	ডিম	45.00
		সন্দেশ	50.00
মোট (Total) জমা	208.90	মোট (Total) খরচ	195.25

হাতে রইল (money balance):

মোট জমা = 208.90

– মোট খরচ = –195.25

= ₹13.65

পাঠ 4. ঐকিক নিয়ম – ধারণা ও ব্যবহার

4.1 ঐকিক নিয়মের সাহায্যে হিসাব করা

ঐকিক কথাটা আমরা পাই একক কথাটি থেকে, যার অর্থ একককে নিয়ে আসা। কোনও কিছুর নির্দিষ্ট পরিমাণের হিসাবটি জানা থাকলে আমরা তার থেকে বেশি বা কম পরিমাণের হিসাবটি বার করে নিতে পারি। এর জন্য প্রথমে ওই নির্দিষ্ট পরিমাণের হিসাব থেকে আগে একক পরিমাণের হিসাবটি বার করতে হয়। এই জন্য এই পদ্ধতিকে ঐকিক নিয়ম (unitary method) বলা হয়।

মনে রাখো: কোনও একটি নির্দিষ্ট পরিমাণের হিসাব থেকে অন্য কোনও পরিমাণের হিসাব বার করতে ঐকিক নিয়মের ব্যবহার হয়।

আগে দেখে নাও, ঐকিক নিয়ম ব্যবহার করতে হবে এমন প্রশ্নগুলি কেমন হয়।

1. এক ডজন, মানে 12টি পেনসিলের দাম 37 টাকা 20 পয়সা হলে 3টি পেনসিল কিনতে তোমার কত টাকা লাগবে?
2. একটি গাড়ি 3 ঘন্টায় 165 কিলোমিটার 750 মিটার যায়। গাড়িটি 5 ঘন্টায় কত দূর যাবে?
3. বাড়িতে চাল-ডাল যা আছে তাতে বাড়ির 8 জনের 12 দিন খাওয়া হবে। এবার আরও 4 জন অতিথি এসে বাড়িতে থাকলে কত দিন খাওয়া যাবে?
4. একটি কাজ 4 জনে মিলে 6 দিনে সম্পূর্ণ করে। আরও 2 জন এসে যোগ দিলে মোট 6 জনে মিলে কাজটি কত দিনে সম্পূর্ণ করবে?

লক্ষ করো, প্রথম দুটি প্রশ্নের ধরন আর শেষের দুটি প্রশ্নের ধরন আলাদা। প্রথমটিতে একটি পেনসিলের দামকে 12 দিয়ে **গুণ করে** আমরা পাই 12টি পেনসিলের দাম 37 টাকা 20 পয়সা। দ্বিতীয় প্রশ্নটিতে এক ঘন্টায় গাড়িটি যতদূর যায় তাকে 3 দিয়ে **গুণ করে** আমরা পাই 165 কিলোমিটার 750 মিটার। এবার দেখো শেষের দুটি প্রশ্ন। প্রথমটিতে বলা হয়েছে বাড়িতে যা চাল-ডাল আছে তা 8 জন মিলে **ভাগ করে** খেলে 12 দিন খাওয়া হয়। দ্বিতীয়টিতে বলা হয়েছে, কাজটি 4 জন মিলে **ভাগ করে** করলে 6 দিনে সম্পূর্ণ হয়।

এই দুই ধরনের প্রশ্নকে বিশেষভাবে আলাদা করে বুঝতে হবে। বুঝে নিতে হবে, যে পরিমাণের হিসাবটি দেওয়া আছে, তা গুণ করে, না ভাগ করে আসে। সেই অনুযায়ী ঐকিক নিয়ম পদ্ধতিটির প্রয়োগ (unitary method application types) ঠিক উল্টো হবে।

4.2 ঐকিক নিয়মে ভাগ করে গুণ ও গুণ করে ভাগ

যে পরিমাণের হিসাবটি দেওয়া থাকবে, তা যদি গুণ করে এসে থাকে তাহলে আমরা প্রথমে হিসাবটিকে ওই পরিমাণ দিয়ে ভাগ করে একক পরিমাণে আনব, ও তারপর যে পরিমাণের জন্য হিসাব করতে হবে তা দিয়ে গুণ করব। অন্যদিকে, যে পরিমাণের হিসাবটি দেওয়া হয়েছে, তা যেহেতু ভাগ করে পাওয়া, তাই একক পরিমাণের হিসাবটি পেতে আমাদের আগে গুণ করে নিতে হবে ও তারপর এই একক পরিমাণের হিসাবটিকে আরও অনেকে মিলে করলে কত হবে তা পাব ভাগ করে।

এবারে লক্ষ করো ঐকিক নিয়মের প্রয়োগ কীভাবে লেখা হয়। প্রথম ও দ্বিতীয় ধরনের প্রশ্নের দুটি করে উদাহরণ নিচে দেওয়া হল। এগুলির পার্থক্য বিশেষ করে বুঝে নাও।

প্রথম ধরনের প্রশ্ন – ভাগ করে গুণ করা (unitary method – divide then multiply)

উদাহরণ 1. এক ডজন, মানে 12টি পেনসিলের দাম 37 টাকা 20 পয়সা হলে 3টি পেনসিল কিনতে তোমার কত টাকা লাগবে?

12টি পেনসিলের দাম	= ₹37.20
সুতরাং, 1টি পেনসিলের দাম	= ₹37.20÷12
	= ₹3.10
অতএব, 3টি পেনসিলের দাম	= ₹3.10 x3
	= ₹9.30

উত্তর: 3টি পেনসিল কিনতে আমার লাগবে 9 টাকা 30 পয়সা।

উদাহরণ 2. একটি গাড়ি 3 ঘন্টায় 165 কিলোমিটার 750 মিটার যায়। গাড়িটি 5 ঘন্টায় কত দূর যাবে?

গাড়িটি 3 ঘন্টায় যায়	=165.750 কি. মি.
সুতরাং, গাড়িটি 1 ঘন্টায় যায়	=165.750÷3 কি. মি.
	= 55.25 কি. মি.
অতএব, গাড়িটি 5 ঘন্টায় যাবে	= 55.25 x5 কি. মি.
	= 276.25 কি. মি.

উত্তর: গাড়িটি 5 ঘন্টায় যাবে 276.25 কি. মি.।

দ্বিতীয় ধরনের প্রশ্ন – গুণ করে ভাগ করা (unitary method – multiply then divide)

উদাহরণ 3.বাড়িতে চাল-ডাল যা আছে তাতে বাড়ির 8 জনের 12 দিন খাওয়া হবে। আরও 4 জন অতিথি এসে বাড়িতে থাকলে কত দিন খাওয়া যাবে?

8 জন মিলে ভাগ করে খেলে খাওয়া হয়	= 12 দিন
সুতরাং, 1 জনই সবটা খেলে খাওয়া হবে	= 12x8 দিন
	= 96 দিন

অতএব, 12 জন মিলে খেলে খাওয়া হবে = 96÷12 দিন = 8 দিন

উত্তর: অতিথি নিয়ে 12 জন মিলে খাওয়া হবে 8 দিন ।

উদাহরণ 4. একটি কাজ 4 জনে মিলে 6 দিনে সম্পূর্ণ করে। আরও 2 জন এসে যোগ দিলে মোট 6 জনে মিলে কাজটি কত দিনে সম্পূর্ণ করবে?

4 জন মিলে ভাগ করে কাজটি সম্পূর্ণ করে	= 6 দিন
সুতরাং, 1 জন কাজটি সম্পূর্ণ করবে	= 6x4 দিন
	= 24 দিন
অতএব, 6 জন মিলে ভাগ করে কাজটি সম্পূর্ণ করবে	= 24÷6 দিন
	= 4 দিন

উত্তর: 6 জন মিলে কাজটি সম্পূর্ণ করবে 4 দিনে ।

এরপর আমরা দেখব একটু জটিল প্রশ্ন, যেখানে দুই ধরনের প্রশ্নই মিলে থাকে, ও তাই সমাধান করতে ঐকিক নিয়ম প্রয়োগ করতে হয় দুটি ধাপে।

উদাহরণ 5. 4 জন মিলে 3 বিঘা জমি চাষের জন্য তৈরি করতে সময় নেয় 6 দিন।

a. 16 জন মিলে 8 বিঘা জমি তৈরি করতে কত দিন নেবে?
b. 4 বিঘা জমি 16 দিনে তৈরি করতে কত জন লাগবে?
c. 8 জন লোক 7 দিনে কত বিঘা জমি তৈরি করবে?

লক্ষ করো, প্রথম প্রশ্নটি হল কত দিন, দ্বিতীয়টি হল কত জন, আর তৃতীয়টি হল কত বিঘা। সমাধান করার সময় ডান দিকে রাখতে হবে প্রথমটিতে দিনকে, দ্বিতীয়টিতে জনকে, ও তৃতীয়টিতে বিঘাকে, ও সেই অনুযায়ী অন্য দুটোকে এককে আনতে হবে। তিনটে রাশি থাকার জন্য একে বলে **ত্রৈরাশিক**। সমানুপাতের অঙ্কে ত্রৈরাশিকের সমাধান (rule of three) পরে করা আছে।

<u>সমাধান a.</u>

4 জন মিলে 3 বিঘা জমি তৈরি করতে সময় নেয় = 6 দিন
সুতরাং, 1 জনে 3 বিঘা জমি তৈরি করতে সময় নেবে = 6 x4 দিন
= 24 দিন
অতএব, 1 জনে 1 বিঘা জমি তৈরি করতে সময় নেবে = 24÷3 দিন
= 8 দিন
অতএব, 1 জনে 8 বিঘা জমি তৈরি করতে সময় নেবে = 8 x8 দিন
= 64 দিন
অতএব, 16 জনে 8 বিঘা তৈরি করতে সময় নেবে = 64÷16 দিন= 4 দিন
উত্তর: 16 জনে 8 বিঘা জমি তৈরি করতে সময় নেবে 4 দিন।

<u>সমাধান b.</u>

6 দিনে 3 বিঘা জমি তৈরি করতে লাগে = 4 জন
সুতরাং, 1 দিনে 3 বিঘা জমি তৈরি করতে লাগবে = 6 x4 জন
= 24 জন
অতএব, 1 দিনে 1 বিঘা জমি তৈরি করতে লাগবে = 24÷3 জন
= 8 জন
অতএব, 1 দিনে 4 বিঘা জমি তৈরি করতে লাগবে = 8 x4 জন
= 32 জন
অতএব, 16 দিনে 4 বিঘা জমি তৈরি করতে লাগবে = 32 ÷16 জন
= 2 জন
উত্তর: 16 দিনে 4 বিঘা জমি তৈরি করতে লাগবে 2 জন ।

<u>সমাধান c.</u>

4 জন মিলে 6 দিনে জমি তৈরি করে = 3 বিঘা
সুতরাং, 1 জনে 6 দিনে জমি তৈরি করবে = 3÷4 বিঘা
অতএব, 1 জনে 1 দিনে জমি তৈরি করবে = 3÷4÷6 বিঘা
= 3/24=1/8 বিঘা
অতএব, 8 জনে 1 দিনে জমি তৈরি করবে =(1/8) x8 বিঘা
=1 বিঘা
অতএব, 8 জনে 7 দিনে জমি তৈরি করবে =1 x7 বিঘা
= 7 বিঘা
উত্তর: 8 জনে 7 দিনে জমি তৈরি করবে 7 বিঘা ।

অনুশীলন 4.1

1. মনে মনে করে শূন্য স্থানে উত্তরটা লেখ

   a. 10টি কলার দাম 40 টাকা হলে 6টি কলার দাম হবে.... টাকা ।

   b. 5টি বালতিতে 35 লিটার জল ধরলে 7টি বালতিতে ধরবে....লিটার।

   c. 3টি ঝুড়িতে 39টি আম ধরলে 5টি ঝুড়িতে ধরবে....টি আম।

   d. 7টি ডিমের দাম 28 টাকা হলে 3টি ডিমের দাম হবে.... টাকা।

2. 7 দিনে তুমি 28 টাকা জমালে 13 দিনে কত টাকা জমাবে?

3. 3 জনকে 5 দিন কাজ করালে দিতে হয় 2550 টাকা। 7 জনকে 6 দিন কাজ করালে কত টাকা দিতে হবে?

4. একটি পুকুর কাটতে 180 জন লোকের লাগে 20 দিন। পুকুরটি 15 দিনে কাটতে কত জন লোক লাগবে?

5. এক ব্যক্তি সপ্তাহে 770 টাকা আয় করেন। 4620 টাকা আয় করতে তাঁর কত দিন লাগবে?

6. 60 জন লোকের যে খাদ্যে 20 দিন চলে, সেই খাদ্যে 40 জন লোকের কত দিন চলবে?

7. একটি ছাত্রাবাসে 400 জন ছাত্রের 40 দিনের খাবার আছে। 10 দিন পরে ওই ছাত্রাবাসে আরও 200 ছাত্র আসল। বাকি খাবারে আর কত দিন চলবে?

8. ছাত্রী আবাসে 18 জন ছাত্রীর 25 দিনের খাবার ছিল। কয়েক জন নতুন ছাত্রী আসায় খাবার 15 দিনে শেষ হয়ে গেল। কত জন নতুন ছাত্রী এসেছিল?

9. একটি কাজ 8 জন মিলে 21 দিনে করতে পারে। 14 জন মিলে কত দিনে ওই কাজটি করবে?

উত্তর 4.1

a.	24 টাকা	b.	35 লিটার	c.	65 টি	d.	12 টাকা
2.	52 টাকা	3.	7140 টাকা	4.	240 জন	5.	42 দিন
6.	30 দিন	7.	20 দিন	8.	12 জন	9.	12 দিন

4.3 দোকান বাজারে কেনাবেচার হিসাব মনে মনে করা (mental calculation)

সকলকেই দোকান বাজার করতে হয়। তাই বিভিন্ন জিনিসপত্রের দাম (price) থেকে চটপট হিসাব করতে হয় বিভিন্ন পরিমাণের মূল্য কত হবে। প্রথমেই বলে রাখতে হয়, যে কোনো বস্তুর দাম বলা হয় তার পরিমাণের একক (unit) প্রতি, যেমন 1 কেজি চাল, 1 লিটার দুধ, 1টি পেনসিল, ইত্যাদি। বস্তুটির পরিমাণ তার এককের থেকে বেশি বা কম করে নিলে হিসাব করতে হয় দাম অনুযায়ী ওই পরিমাণের মূল্য (value) কত হয়।

মনে রাখো, পরিমাণটি যদি এক কেজির বেশি হয় ও তাতে যদি গ্রামের অংশও থাকে, তাহলে আমরা কেজির পরিমাণ ও গ্রামের পরিমাণটির মূল্য আলাদা করে হিসেব করে যোগ করে নেব। কেজির পরিমাণটির মূল্য সহজেই গুণ করে পাওয়া যাবে। কিন্তু, এক কেজির দাম থেকে পরিমাণটির গ্রামের অংশের দাম আমাদের মনে মনে হিসাব করতে হবে অন্য ভাবে। যেমন, এক কেজি ডালের দাম 120 টাকা হলে 850 গ্রাম ডালের মূল্য কত হবে, অথবা 670 গ্রামের মূল্য বা 375 গ্রামের মূল্য কত হবে? এই হিসেব আমাদের মনে মনেই করে নিতে হবে। কীভাবে তা করা যেতে পারে, ঐকিক নিয়মকেই একটু অন্য ভাবে ব্যবহার করে, সেটাই এবার দেখব। মূল্য হিসেব করা যাবে বিভিন্ন ভাবে, বিভিন্ন দিক থেকে। কোনও নির্দিষ্ট পদ্ধতি নেই। কে কোন্ ভাবে করবে তা নির্ভর করবে কার কোন্টা করতে সুবিধা হচ্ছে।

মূল্য কত হবে হিসেবটা আমরা মনে মনে করতে পারি তিনভাবে – পরিমাণটিকে ভেঙ্গে নিয়ে মূল্যগুলিকে যোগ বা বিয়োগ করে, অথবা পরিমাণটিকে দশমিক ভগ্নাংশ হিসাবে নিয়ে গুণ করে, অথবা পরিমাণটিকে সাধারণ ভগ্নাংশ হিসাবে নিয়ে গুণ করে। কোনটা করা সহজতর হবে তা নির্ভর করবে পরিমাণটি কেমন তার ওপরে, ও যার যেভাবে সুবিধা হয় সে সেইভাবেই করবে।

প্রথম পদ্ধতি: পরিমাণটিকে ভেঙ্গে নিয়ে দামগুলিকে যোগ বা বিয়োগ করা

উদাহরণ 1. এক কেজি ডালের দাম 120 টাকা হলে 850 গ্রাম ডালের মূল্য । প্রথমে দেখো 850 গ্রামের হিসেব বার করা। 850 গ্রাম মানে, 800+50 গ্রাম । সুতরাং, আমরা 800 গ্রামের ও 50 গ্রামের মূল্যটা বার করে যোগ করে নেব।

এবারে, দেখো 800 গ্রামের ও 50 গ্রামের দাম কীভাবে বার করব। সহজ উপায় হল 100 গ্রামের মূল্য বার করে তাকে 8 দিয়ে গুণ করে 800 গ্রাম, ও 100 গ্রামের মূল্যকে 2 দিয়ে ভাগ করে 50 গ্রামের মূল্য বার করা।

আমরা জানি 1 কেজি মানে 1000 গ্রাম। তাহলে 100 গ্রামের মূল্য পাব 1 কেজির দামকে দশ ভাগ করে, মানে দামের শেষের একটা শূন্য বাদ দিয়ে। এখানে তাহলে 100 গ্রামের মূল্য হবে 12 টাকা, আর 50 গ্রামের মূল্য হবে তার অর্দ্ধেক, মানে 6 টাকা। সুতরাং, 850 গ্রামের মূল্য হবে 8x12+6 = 96+6 = 102 টাকা।

বিয়োগ করেও হিসেবটা করা যায়। আমরা হিসেব করলাম 100 গ্রামের মূল্য 12 টাকা, ও 50 গ্রামের মূল্য 6 টাকা। তাহলে 100+50=150 গ্রামের মূল্য হবে 12+6 = 18 টাকা। আমরা জানি 850 গ্রাম হল 1 কেজি বা 1000 গ্রামের থেকে 150 (1000–850) গ্রাম কম। তাহলে 850 গ্রামের মূল্য হবে 1 কেজির দামের থেকে 18 টাকা কম, মানে 120–18 = 102 টাকা।

উদাহরণ 2. 670 = 600+70 গ্রামের মূল্য আমরা বার করতে পারব একই উপায়ে। 100 গ্রামের মূল্যকে 6 দিয়ে গুণ করে পাব 600 গ্রামের মূল্য । কিন্তু এবার আমাদের 70 গ্রামের মূল্য বার করার জন্য আগে বার করতে হবে 10 গ্রামের মূল্য ও তাকে 7 গুণ করলে পাব 70 গ্রামের মূল্য ।

100 গ্রামের মূল্য পেয়েছি 12 টাকা। তাহলে 10 গ্রামের মূল্য হবে 12 টাকাকে আবার 10 দিয়ে ভাগ করে 1.20 বা 1 টাকা 20 পয়সা। তাহলে 70 গ্রামের মূল্য হবে, সাত বারো চুরাশি, বা 8 টাকা 40 পয়সা। সুতরাং, 670 গ্রামের মূল্য হবে 6x12+8.40 = 72+8.40 = 80 টাকা 40 পয়সা।

উদাহরণ 3. 375=300+70+5 গ্রামের মূল্য এই ভাবে হিসেব করতে আমাদের আরও লাগবে আলাদা করে 5 গ্রামের মূল্য । 10 গ্রামের অর্দ্ধেক হল 5 গ্রাম, তাই এখানে 5 গ্রামের মূল্য হল 1.20÷2 = 60 পয়সা। সুতরাং, 375 গ্রামের মূল্য বার করতে আমরা ভেঙে ভেঙে 100 গ্রামের মূল্যকে 3 দিয়ে গুণ করে 300 গ্রামের মূল্য, 10 গ্রামের মূল্যকে 7 দিয়ে গুণ করে 70 গ্রামের মূল্য, ও 10 গ্রামের মূল্যকে অর্দ্ধেক করে 5 গ্রামের মূল্য পাব, ও এইগুলোকে যোগ করে নিলেই 375 গ্রামের মূল্য পেয়ে যাব। এইভাবে, 375 গ্রামের মূল্য পেলাম 3x12+7x1.20+0.60 = 36+8.40+0.60 = 36+9 = 45 টাকা।

লক্ষ করো, 75 গ্রামের মূল্য এইভাবে ভেঙে 70+5 করে বার করা একটু জটিল। এর থেকে সহজ হবে 100 গ্রামের সাধারণ ভগ্নাংশ হিসাবে 75 গ্রামের মূল্য বার করা, যা আমরা এর পরে দেখব।

দ্বিতীয় পদ্ধতি: পরিমাণটিকে দশমিক ভগ্নাংশ হিসাবে নিয়ে গুণ করা

আমরা দশমিক পদ্ধতি থেকে জানি যে গ্রামকে কেজিতে প্রকাশ করা যায় দশমিক ব্যবহার করে। যেমন,

300 গ্রাম = 0.3 কেজি; 500 গ্রাম = 0.5 কেজি; 800 গ্রাম = 0.8 কেজি;
30 গ্রাম = 0.03 কেজি 50 গ্রাম = 0.05 কেজি; 80 গ্রাম = 0.08 কেজি;
3 গ্রাম = 0.003 কেজি 5 গ্রাম = 0.005 কেজি; 8 গ্রাম = 0.008 কেজি।

লক্ষ করো, পরিমাণটি শতক গ্রামের সংখ্যায় হলে তাকে কেজিতে লিখছি দশমিক বিন্দুর ঠিক পরের ঘরটিতে, দশক গ্রামের সংখ্যায় হলে লিখছি দশমিক বিন্দুর পরে দ্বিতীয় ঘরটিতে, আর একক গ্রামের সংখ্যায় হলে লিখছি দশমিক বিন্দুর পরে তৃতীয় ঘরটিতে।

এবারে কয়েকটি উদাহরণ দেখো –

উদাহরণ 4. এক কেজির দাম 120 টাকা হলে 300 গ্রামের মূল্য পাব কীভাবে? 300 গ্রাম মানে 0.3 কেজি। 120-কে 3 দিয়ে গুণ করে পাব 360 ও দশমিক বিন্দু বসিয়ে নিতে হবে এমন ভাবে যাতে দশমিকের পরে **একটি ঘর** থাকে, অর্থাৎ, 36.0 = 36 টাকা।

একই ভাবে গুণ করে 30 গ্রামের মূল্য পাব 120-কে 3 দিয়ে গুণ করে 360 ও তারপর আমাদের দশমিক বিন্দু বসিয়ে নিতে হবে এমন ভাবে যাতে দশমিকের পরে **দুইটি ঘর** থাকে কারণ, 300 গ্রাম মানে 0.3 কেজি । অর্থাৎ, 3.60 = 3 টাকা 60 পয়সা। একই ভাবে 3 গ্রামের মূল্য পাব এমন ভাবে দশমিক বিন্দু বসিয়ে যাতে দশমিকের পরে **তিনটি ঘর** থাকে, অর্থাৎ, 0.360 = 36 পয়সা।

মনে রাখতে হবে যে, দামে যদি পয়সার অংশ থাকে, তাহলে সহজ হবে টাকার অংশ ও পয়সার অংশ আলাদা করে হিসাব করে যোগ করে নেওয়া। পয়সার অংশ হিসাব করার সময় আমাদের তার জন্য দুইটি দশমিক বিন্দু হিসেবে ধরে নিতে হবে।

এক কেজির দাম 12 টাকা 50 পয়সা, অর্থাৎ, ₹12.50 হলে 300 গ্রামের দাম হবে, টাকার অংশে 12 x0.3=3.60 অর্থাৎ, 3 টাকা 60 পয়সা ও পয়সার অংশে 0.50 x0.3=0.150, অর্থাৎ, 15 পয়সা। এবার টাকার অংশ ও পয়সার অংশ যোগ করে পাই 3.75 = 3 টাকা 75 পয়সা ।

তৃতীয় পদ্ধতি: পরিমাণটিকে সাধারণ ভগ্নাংশ হিসাবে নিয়ে গুণ করে

উদাহরণ 5. কোনও কোনও পরিমাণের ক্ষেত্রে পরিমাণটিকে এক কেজির ভগ্নাংশ হিসাবে দেখে এক কেজির দামকেও ওই ভগ্নাংশে করে নিলে আমরা চট করে পরিমাণটির দাম পেয়ে যাই। যেমন, 250 গ্রাম হল এক কেজির চার ভাগের এক ভাগ। তাহলে, এক কেজির দাম 120 টাকা হলে 250 গ্রামের মূল্য হবে 120÷4 = 30 টাকা।

এই ভাবে পাই, 500 গ্রাম হল এক কেজির দুই ভাগের এক ভাগ। তাহলে, এক কেজির দাম 120 টাকা হলে 500 গ্রামের মূল্য হবে 120÷2 = 60 টাকা ও একই ভাবে 750 গ্রাম মানে এক কেজির চার ভাগের তিন ভাগ বলে তার মূল্য (120÷4) x3 = 30 x3 = 90 টাকা।

একই পদ্ধতিতে আগে এক কেজির দামকে 10 দিয়ে ভাগ করে 100 গ্রামের দামে এনে 25 গ্রাম, 50 গ্রাম, 75 গ্রামের দাম হিসাব করতে পারব, চার ভাগের এক ভাগ, দুই ভাগের এক ভাগ, ও চার ভাগের তিন ভাগ করে নিয়ে।

অনুশীলন 4.2 মনে মনে মূল্য হিসাব করো

	পরিমাণ	এক কেজির দাম				
		a. ₹150	b. ₹60	c. ₹70	d. ₹20	e. ₹48
1.	10 গ্রা					
2.	100 গ্রা					
3.	25 গ্রা					
4.	50 গ্রা					
5.	500 গ্রা					
6.	600 গ্রা					
7.	800 গ্রা					
8.	750 গ্রা					
9.	2 কি 500 গ্রা					
10.	3 কি 750 গ্রা					

উত্তর 4.2

	a. ₹	b. ₹	c. ₹	d. ₹	e. ₹
1.	1.50	0.60	0.70	0.20	0.48
2.	15.00	6.00	7.00	2.00	4.80
3.	3.75	1.50	1.75	0.50	1.20
4.	7.50	3.00	3.50	1.00	2.40
5.	75.00	30.00	35.00	10.00	24.00
6.	90.00	36.00	42.00	12.00	28.80
7.	120.00	48.00	56.00	16.00	38.40
8.	112.50	45.00	52.50	15.00	36.00
9.	375.00	150.00	175.00	50.00	120.00
10.	562.50	225.00	262.50	75.00	180.00

পাঠ 5. গড় সংখ্যা – ধারণা ও ব্যবহার

5.1 এক জাতীয় বিভিন্ন রাশির গড় হিসাব করা

প্রথমে লক্ষ করো, এক জাতীয় রাশি বলতে আমরা কী বোঝাই, ও সেগুলি কখন পাই। মনে করো, তোমার বন্ধুদের বয়েস। সাত জন বন্ধুর এক একজনের বয়েস একটা কাগজে লিখলে তুমি সাতটি রাশি পাবে, যেগুলির প্রত্যেকটি হল বয়েস। আবার মনে করো পাঁচটি ঝুড়ির কোনটিতে কটা আম আছে গুনলে। এখানে পাঁচটি রাশি পাবে যেগুলির প্রত্যেকটি হল ঝুড়িতে আমের সংখ্যা।

এবারে মনে করো, কেউ যদি তোমাকে প্রশ্ন করে, তোমার বন্ধুদের এক একজনের বয়েস মোটামুটি কত, বা এক একটি ঝুড়িতে আন্দাজ কটা করে আম আছে, তাহলে তুমি কী উত্তর দেবে। এই উত্তর দিতে তোমাকে রাশিগুলির গড় (average) হিসাব করে বলতে হবে।

মনে রাখো: কীভাবে এক জাতীয় একাধিক রাশি থেকে গড় বার করা হয় –
এক জাতীয় একাধিক রাশির গড় = রাশিগুলির যোগফল ÷ রাশিগুলির সংখ্যা ।

উদাহরণ 1. তোমার 7 জন বন্ধুর বয়েস হল, 7 বছর, 12 বছর, 9 বছর, 8 বছর, 11 বছর, 12 বছর, ও 8 বছর। মোটের ওপর তোমার এক একজন বন্ধুর বয়েস কত?

রাশিগুলির যোগফল বা 7 জন বন্ধুর মোট বয়েস

= 7+12+9+8+11+9+7 = 63 বছর

সুতরাং, এদের বয়েসের গড় = 63÷ 7= 9 বছর।

উত্তর: বন্ধুদের এক একজনের বয়েস মোটামুটি, বা গড় বয়েস হল 9 বছর।

লক্ষ করো, বন্ধুদের প্রত্যেকের বয়েস যদি 9 বছর করে হত, তাহলেও ওদের বয়েসের যোগফল (9+9+9+9+9+9+9) বা মোট বয়েস একই (63) হত।

উদাহরণ 2. পাঁচটি ঝুড়ির এক একটিতে আম রাখা আছে, 22টি, 25টি, 20টি, 23টি ও 20টি। এক একটি ঝুড়িতে মোটের ওপর কটি করে আম আছে?

রাশিগুলির যোগফল বা 5টি ঝুড়িতে মোট আমের সংখ্যা

= 22+25+20+23+20 = 110টি আম

সুতরাং, ঝুড়িতে আমের সংখ্যার গড় = 110÷ 5= 22টি আম।

উত্তর: এক একটি ঝুড়িতে মোটামুটি আমের সংখ্যা, বা গড় আমের সংখ্যা হল 22টি।

লক্ষ করো, এখানেও, প্রত্যেকটি ঝুড়িতে 22টি করে আম রাখা থাকলেও মোট আমের সংখ্যা (22+22+22+22+22) বা 110-ই হত।

5.2 গড় সংখ্যা কখন ব্যবহার হয় (application of average)

ওপরের উদাহরণ থেকে এটা বোঝাই যায় যে অনেকগুলি এক জাতীয় রাশিকে নির্দিষ্ট করে একটি সংখ্যা দিয়ে প্রকাশ করতে আমরা গড় ব্যবহার করি। এই গড় সংখ্যাটি দিয়ে আমরা রাশিগুলি সম্বন্ধে একটি আন্দাজ করতে পারি।

গড় হিসাব করার দ্বিতীয় একটি ব্যবহার হল, অনেকগুলি এক জাতীয় রাশি যদি দুইটি বা তারও বেশি দলের ক্ষেত্রে পাওয়া যায়, তাহলে আমরা গড় দিয়ে দলগুলির তুলনা করতে পারি।

মনে করো, তোমাকে প্রশ্ন করা হল, তোমার ক্লাসের ছেলেরা না মেয়েরা অঙ্ক পরীক্ষায় ভাল ফল করেছে। এর উত্তর কীভাবে দেবে? এর উত্তর দিতে তোমাকে অঙ্ক পরীক্ষায় ছেলেদের পাওয়া নম্বর আর মেয়েদের পাওয়া নম্বরের গড় করে দেখতে হবে গড়ে কারা বেশি পেয়েছে।

উদাহরণ 3. মনে করো অঙ্ক পরীক্ষায় 6 জন ছাত্র নম্বর পেয়েছে– 66, 87, 48, 75, 79, 83 ও 8 জন ছাত্রী নম্বর পেয়েছে–38, 92, 64, 74, 58, 88, 55, 58। কারা বেশি ভাল ফল করেছে, ছাত্ররা না ছাত্রীরা?

6 জন ছাত্রের মোট নম্বর = 66+87+48+75+79+83= 438 নম্বর ।

সুতরাং, ছাত্রদের গড় নম্বর = 438÷ 6 = 73 নম্বর।

8 জন ছাত্রীর মোট নম্বর = 38+92+64+74+58+88+55+59 = 528 নম্বর।

সুতরাং, ছাত্রীদের গড় নম্বর = 528÷ 8 = 66 নম্বর।

উত্তর: ছাত্রদের গড় নম্বর 73 ও ছাত্রীদের গড় নম্বর 66 । সুতরাং, ছাত্রদের গড় নম্বর ছাত্রীদের গড় নম্বর থেকে 7 বেশি বলে আমরা বলব ছাত্ররা তুলনায় বেশি ভাল ফল করেছে।

মনে রাখো:

এক জাতীয় একাধিক রাশির গড় = রাশিগুলির যোগফল ÷ রাশিগুলির সংখ্যা।

সুতরাং, রাশিগুলির যোগফল = রাশিগুলির গড় x রাশিগুলির সংখ্যা।

উদাহরণ 4. মনে করো একটি ক্লাসের 8 জন ছাত্রী পেয়েছে গড়ে 66 নম্বর ও 6 জন ছাত্র পেয়েছে গড়ে 73 নম্বর। সকলে মিলে গড়ে কত নম্বর পেয়েছে?

8 জন ছাত্রী পেয়েছে গড়ে 66 নম্বর,

সুতরাং, 8 জন ছাত্রী পেয়েছে মোট 66 x 8 নম্বর = 528 নম্বর।

6 জন ছাত্র পেয়েছে গড়ে 73 নম্বর

সুতরাং, 6 জন ছাত্র পেয়েছে মোট 73 x 6 নম্বর = 438 নম্বর।

অতএব, 8+6=14 জন ছাত্রছাত্রী পেয়েছে মোট 528+438= 966 নম্বর।

সুতরাং, 14 জন ছাত্রছাত্রীর গড় নম্বর = 966÷ 14 = 69 নম্বর।

উত্তর: সকল ছাত্রছাত্রীর গড় নম্বর 69 নম্বর।

মনে রাখো:

1. একাধিক দলের গড় থেকে সকল দলকে মিলে গড় বার করতে আগে এক একটি দলের রাশিগুলির যোগফল বার করে নিতে হবে। তারপর সবগুলি দলের রাশিগুলির মোট যোগফলকে সবগুলি দলের মোট রাশিসংখ্যা দিয়ে ভাগ করে আমরা সবকটি দল মিলিয়ে গড় পাবো।
2. সবকটি দলের মিলিত গড় ও তার মধ্যে একটি দলের গড় দেওয়া থাকলে আমরা অন্য দলটির গড় বার করতে পারব। এর জন্য সবকটি দলের মিলিত যোগফল থেকে বিয়োগ করে নিতে হবে যে দলটির গড় দেওয়া আছে তার যোগফলটি। তাহলে পাব অন্য দলটির যোগফল। একে ওই দলটির সংখ্যা দিয়ে ভাগ করে আমরা এই দলটির গড় পাব।

উদাহরণ 5. একটি ক্লাসের 12 জন ছাত্রদের গড় বয়েস 12 বছর। 4 জন ছাত্র ক্লাস থেকে চলে গেল, যাদের গড় বয়েস ছিল 10 বছর। এখন ক্লাসের ছাত্রদের গড় বয়েস কত হবে?

12 জন ছাত্রদের গড় বয়েস 12 বছর,

সুতরাং, 12 জন ছাত্রদের মোট বয়েস =12 x 12= 144 বছর।

চলে গেল 4 জন ছাত্র যাদের গড় বয়েস ছিল 10 বছর,

সুতরাং, এই 4 জন ছাত্রদের মোট বয়েস =10 x 4= 40 বছর।

অতএব, বাকি (12–4) বা 8 জনের মোট বয়েস =144– 40= 104 বছর।

সুতরাং, বাকি 8 জনের গড় বয়েস =104÷8= 13 বছর।

উত্তর: এখন ক্লাসের ছাত্রদের গড় বয়েস 13 বছর।

অনুশীলন 5.1

1. গড় নির্ণয় করো:
   a. 24, 28, 64, 78, 23, 56
   b. 47 সেমি, 32 সেমি, 63 সেমি, 22 সেমি, 12 সেমি
   c. 12 কেজি, 23 কেজি, 18 কেজি, 11 কেজি, 42 কেজি, 68 কেজি

d. 32 মিনিট, 27 মিনিট, 18 মিনিট, 56 মিনিট, 46 মিনিট, 25 মিনিট

e. 32 লিটার, 21 লিটার, 62 লিটার, 75 লিটার

f. 38 টাকা, 19 টাকা, 65 টাকা, 72 টাকা, 33 টাকা, 31 টাকা, 43 টাকা

2. 13টি সংখ্যার যোগফল 1924। এদের মধ্যে 7টি সংখ্যার গড় 172। অন্য 6টি সংখ্যার গড় কত? সবগুলি সংখ্যার গড় কত?
3. 7টি সংখ্যার যোগফল 401। এইগুলির প্রথম 3টি সংখ্যার গড় 56 ও শেষের 3টি সংখ্যার গড় 58। চতুর্থ সংখ্যাটি কত?
4. একটি মৌজার 5টি গ্রামের জনসংখ্যা হল, যথাক্রমে 1234, 968, 1102, 1056, 955। গ্রামগুলোর গড় জনসংখ্যা কত?
5. ক্লাসের পরীক্ষায় 8 জন ছাত্রছাত্রীর অঙ্কের নম্বর হল এই রকম – 76, 48, 56, 68, 84, 74, 50, 68। এরা গড়ে কত নম্বর পেয়েছে?
6. মলি আর ডলির গড় বয়েস 22 বছর। ডলি আর পলির গড় বয়েস 24 বছর। মলির বয়েস 21 বছর হলে ডলি আর পলির বয়েস কত?
7. শ্রাবণ মাসের প্রথম দশ দিন ফুলডাঙায় বৃষ্টিপাতের পরিমাণ দৈনিক গড়ে 53 মিমি, দ্বিতীয় দশ দিনে দৈনিক গড়ে 48 মিমি, ও শেষ দশ দিনে দৈনিক গড়ে 43 মিমি। ফুলডাঙায় শ্রাবণ মাসে দৈনিক গড় বৃষ্টিপাতের পরিমাণ কত?
8. তিনটি সন্তান ও পিতার গড় বয়েস 16 বছর। ওই তিনটি সন্তান ও মাতার গড় বয়েস 13 বছর। মাতার বয়েস 22 বছর হলে পিতার বয়েস কত?

উত্তর 5.1

1a.	45.5	1b.	35.2 সেমি	1c.	29 কেজি
1d.	34 মিনিট	1e.	47.5 লিটার	1f.	43 টাকা
2.	120, 148	3.	59	4.	1063
5.	65.5	6.	23 বছর, 25 বছর	7.	48 মিমি
8.	34 বছর				

পাঠ 6. শতকরায় হিসাব

6.1 শতকরার ধারণা (percentage)

আমরা দশমিক ভগ্নাংশ শিখেছি দশ ভাগের কয়টি অংশ বা ভাগকে বোঝাতে। এগুলিকে দশাংশ বলেছি। একই ভাবে শতাংশ বলেছি একশ ভাগের কয়টি অংশ বা ভাগকে। দশাংশকে যেমন দশমিকে বলা হয়, তেমনই শতাংশকে শতকরা হিসাবে বলা হয়। অর্থাৎ, শতকরায় বলা মানে 100-তে কত বলা। দশাংশকে ও শতাংশকে দশমিক বিন্দু দিয়ে লেখার উদাহরণ দেখো –

$\frac{4}{10}$ = 4 দশাংশকে লেখা হয় 0.4, যাকে বলি দশমিক চার

$\frac{4}{100}$ = 4 শতাংশকে লেখা হয় 0.04 বা 4%, যাকে বলি শতকরা চার।

শতকরাকে সংক্ষেপে লেখা হয় % চিহ্নটি দিয়ে, যাকে ইংরেজিতে বলে পারসেন্ট। লক্ষ করো, দশাংশের সঙ্গে তুলনা করলে দেখি দশমিক বিন্দুর পরে একটি ঘর, আর শতকরার ক্ষেত্রে পরে দশমিক বিন্দুর পরে দুটি ঘর হয়। 4% কে আমরা 4 শতাংশও বলে থাকি। এবারে দেখো সাধারণ ভগ্নাংশকে কীভাবে দশমিক ও শতকরায় লেখা যায়।

সাধারণ ভগ্নাংশ	দশমিক	শতকরা
$\frac{15}{100}$	0.15	15%
$\frac{7}{100}$	0.07	7%
$\frac{84}{100}$	0.84	84%
$\frac{284}{100}$	2.84	2.84%
$\frac{5004}{100}$	50.04	50.04%

> শতকরা হল এক ধরনের ভগ্নাংশ, যার হর হল 100। সুতরাং, যেকোনও সাধারণ ভগ্নাংশকে আমরা শতকরায় লিখতে পারি, হরটিকে 100 করে নিয়ে। আবার, যেকোনও শতকরাকে আমরা সাধারণ ভগ্নাংশে লিখতে পারি, তাকে 100 দিয়ে ভাগ করে।

উদাহরণ 1. সাধারণ ভগ্নাংশকে শতকরায় প্রকাশ করা

$$\frac{4}{5} = \frac{4x20}{5x20} = \frac{80}{100} = 0.8 = 8\%$$

উদাহরণ 2. শতকরাকে সাধারণ ভগ্নাংশে প্রকাশ করা

$$75\% = \frac{75}{100} = \frac{3x25}{4x25} = \frac{3}{4}$$

অনুশীলন 6.1

1. সাধারণ ভগ্নাংশকে শতকরায় প্রকাশ করো

   a. $\frac{5}{8}$ b. $\frac{3}{15}$ c. $\frac{6}{30}$ d. $\frac{15}{24}$

2. শতকরাকে সাধারণ ভগ্নাংশে প্রকাশ করো

   a. 6% b. 24% c. 75% d. 11.28%

3. মান নির্ণয় করো

   a. 30 টাকার 6% b. 40 কেজির 12% c. 60 গ্রামের 30%

   d. 80 মিটারের 40%

   (সূত্র: ভগ্নাংশের গুণের নিয়ম ব্যবহার করো)

উত্তর 6.1

	a.	b.	c.	d.
1.	62.5%	20%	20%	62.5%
2.	$\frac{3}{50}$	$\frac{6}{25}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{282}{25}$
3.	₹ 1 p 80	4 কেজি 800 গ্রা	18 গ্রা	320 মিটার

6.2 শতকরায় বৃদ্ধির হিসাব করা (percentage growth)

পৃথিবীতে কোনও কিছুই স্থির হয়ে থাকে না, হয় বৃদ্ধি পায় নয় ক্ষয় হয়। যেমন, ব্যাংকে টাকা রাখলে তা বেড়ে চলে; গ্রামে মানুষের জন্ম ও মৃত্যু বা নতুন মানুষ আসা বা চলে যাওয়ায় গ্রামের জনসংখ্যা বেড়ে চলে বা কমে যায়। সময়ের স্রোতে এই বৃদ্ধি বা ক্ষয় কী হারে হচ্ছে তার হিসাব আমরা শতকরা দিয়ে প্রকাশ করি। কীভাবে শতকরা দিয়ে বৃদ্ধির হিসাব করা যায় তা আমরা নিচের উদাহরণগুলি থেকে দেখব। ক্ষয়ের ক্ষেত্রে হিসাবটা ঠিক উল্টো করে করা হবে।

তিন ধরনের হিসাব করার উদাহরণ –

a. কতটা ছিল আর বৃদ্ধি পেয়ে কতটা হয়েছে, এই দুই পরিমাণ থেকে বের করব শতকরা বৃদ্ধি কতটা আর সময়ের হিসাবে শতকরা বৃদ্ধির **হার** (rate of growth) কত;

b. কতটা ছিল আর শতকরা বৃদ্ধির হার কত, এই দুই থেকে বের করব কত সময় পরে বৃদ্ধি পেয়ে কতটা হবে;

c. শতকরা বৃদ্ধির হার ও বৃদ্ধি পেয়ে কত হয়েছে, এই দুই থেকে বের করব আগে কত ছিল।

এই হিসাবগুলির ক্ষেত্রে ঐকিক নিয়মের ব্যবহার লক্ষ করতে হবে। মনে রাখতে হবে, ঐকিক নিয়মে আমরা হিসাবকে 1-য়ে নিয়ে আসি, আর শতকরায় আমাদের হিসাবকে ঐকিক নিয়ম দিয়েই 100-তে নিয়ে আসতে হবে।

উদাহরণ 3. একটি গ্রামের জনসংখ্যা 2000 জন ছিল। 5 বছর পরে বৃদ্ধি পেয়ে হল 2300 জন। শতকরা কতটা বৃদ্ধি হল ও বছরে গড় বৃদ্ধির হার কত?

প্রথমেই বার করতে হবে বৃদ্ধির পরিমাণটা কত। আগে ছিল 2000 ও পরে হয়েছে 2300। সুতরাং বৃদ্ধির পরিমাণ 2300–2000 = 300। এবারে ঐকিক নিয়ম ব্যবহার করতে হবে।

2000 জনে 5 বছরে বৃদ্ধি পায়	300 জন
সুতরাং, 1 জনে 5 বছরে বৃদ্ধি পায়	$300 \div 2000 = 3/20$
সুতরাং, 100 জনে 5 বছরে বৃদ্ধি পায়	$(3/20) \times 100 = 15$

উত্তর: গ্রামটির জনসংখ্যার 5 বছরে বৃদ্ধি হয়েছে শতকরা 15 জন বা 15%।

5 বছরে বৃদ্ধি শতকরা 15 হলে

প্রতি বছর গড়ে বৃদ্ধি হয় $15\% \div 5 = 3\%$ বা শতকরা 3 জন।

মনে রাখো:

$$\text{শতকরা বৃদ্ধি} = \frac{(\text{এখন যা হয়েছে} - \text{আগে যা ছিল}) \times 100}{\text{আগে যা ছিল}}$$

$$\text{কোনও সময়ে শতকরা বৃদ্ধির হার} = \frac{(\text{এখন যা হয়েছে} - \text{আগে যা ছিল}) \times 100}{\text{আগে যা ছিল} \times \text{সময়}}$$

6.3 শতকরায় সুদের হিসাব করা (calculation of interest)

উদাহরণ 4. ব্যাংকে 400 টাকা জমা রাখলে। 8 মাস পরে দেখলে সেই টাকা বেড়ে হয়েছে 480 টাকা। শতকরা বৃদ্ধি কত হল ও মাসে গড় বৃদ্ধির হার কী?

400 টাকা 8 মাসে বাড়ে (480–400) বা	80 টাকা
সুতরাং, 1 টাকা 8 মাসে বাড়ে	$80 \div 400 = 1/5$ টাকা
সুতরাং, 100 টাকা 8 মাসে বাড়ে	$(1/5) \times 100 = 20$ টাকা

উত্তর: ব্যাংকে রাখা টাকা 8 মাসে বাড়ে 20% বা শতকরা 20 টাকা।

প্রতি মাসে গড়ে বাড়ে $20\% \div 8 = 2.5\%$ বা শতকরা 2 টাকা 50 পয়সা।

মনে রাখো: ব্যাংকে জমা রাখা টাকা বাড়ে কারণ ব্যাংক জমা (আমানত) টাকার ওপর সুদ দেয়। জমা টাকার বৃদ্ধির হারকে, এখানে মাসিক 2.5%, সুদের হার (rate of interest) বলে, আর যে টাকা জমা রাখা হয়েছিল তাকে বলে আসল (principal amount) ।

উদাহরণ 5. তুমি ব্যাংকে 2500 টাকা জমা রাখলে। ব্যাংক প্রতি বছর 6% হারে সুদ দেয়। হিসাব করে বল 3 বছর পরে টাকা বেড়ে মোট কত হবে?

6% সুদ মানে 100 টাকা 1 বছরে বেড়ে হয় 106 টাকা

সুতরাং, 1 টাকা 1 বছরে বেড়ে হয় 106÷ 100 = 53/50 টাকা

2500 টাকা 1 বছরে বেড়ে হবে (53/50)x2500 = 2650 টাকা

সুতরাং, 2500 টাকায় 1 বছরে সুদ হয় 2650–2500 = 150 টাকা

2500 টাকায় 3 বছরে সুদ হয় 150 x3 = 450 টাকা

সুতরাং, 3 বছর পরে 2500 টাকা বেড়ে হবে 2500+450 = 2950 টাকা।

মনে রাখো:

$$\text{বৃদ্ধি বা সুদের পরিমাণ} = \frac{\text{সুদের হার} \times \text{আসল} \times \text{সময়}}{100}$$

মনে রাখো: এইভাবে বৃদ্ধিকে বলা হয় সাধারণ হার (simple rate)। এছাড়া আরেক ধরনের বৃদ্ধি হতে পারে যাকে বলা হয় চক্রবৃদ্ধি হার (compound rate), যা তোমরা পরে শিখবে।

উদাহরণ 6. ব্যাংকে সুদের হার 6% হলে কত টাকা আজ জমা দিলে 5 বছর পরে 240 টাকা সুদ পাবে?

সুদের হার 6% মানে

6 টাকা সুদ পাওয়া যায় 1 বছরে যখন আসল হল 100 টাকা

1 টাকা সুদ পাওয়া যায় 1 বছরে যখন আসল হল 100÷6 টাকা

240 টাকা সুদ পাওয়া যায় 1 বছরে যখন আসল হল (100÷ 6) x 240 টাকা

= 4000 টাকা

240 টাকা সুদ পাওয়া যায় 5 বছরে যখন আসল হল 4000÷5 টাকা

= 800 টাকা (উত্তর)।

$$\text{মনে রাখো: আগে ছিল বা আসল} = \frac{100 \times \text{বৃদ্ধি বা সুদের পরিমান}}{\text{সুদের হার} \times \text{সময়}}$$

উদাহরণ 7. ফুলডাঙা গ্রামের লোকসংখ্যা শতকরা 4% বেড়ে হল 2080 জন। আগে তাহলে লোকসংখ্যা কত ছিল?

লোকসংখ্যার 4% বৃদ্ধির মানে

104 জন লোকসংখ্যা হয়   100 জন থেকে

সুতরাং, 1 জন লোকসংখ্যা হয়   100÷ 104 = 50/52 জন থেকে

2080 জন লোকসংখ্যা হয়   (50/52)x2080 = 2000 জন থেকে।

উত্তর: আগে লোকসংখ্যা ছিল 2000 জন ।

অনুশীলন 6.2

1. রূপপুর গ্রামের লোকসংখ্যা 1980 সালে ছিল 2460 ও 1985 সালে ছিল 2706। 1980 থেকে 1985 সালের মধ্যে লোকসংখ্যার শতকরা বৃদ্ধি কত হয়েছিল? গড় বৃদ্ধির হার কত ছিল?
2. 2010 সালে তুমি ব্যাংকে 750 টাকা রেখেছিলে। 2016 সালে ওই টাকা বেড়ে হয়েছিল 930 টাকা। শতকরা বৃদ্ধি কত হয়েছিল? বছরে বৃদ্ধির হার কত ছিল?
3. 1080 লিটারের একটি জলের ট্যাংকে 270 লিটার জল আছে। পাইপ দিয়ে আরও জল ভরার ফলে মিনিটে ট্যাংকের 5% হারে জল বাড়ছে । কতক্ষণে ট্যাংকটি ভর্তি হবে?

[সমাধান কীভাবে হবে: আমাদের ট্যাংকটা ভরতে হবে। ট্যাংকটা 1080 লিটারের আর এখন জল আছে 270 লিটার। তাহলে আরও ভরতে হবে 810 লিটার। এবারে বলা আছে যে 1 মিনিটে জল ভরে ট্যাংকের 5% হারে, মানে 1080 লিটারের শতকরা 5 ভাগ করে। বা 1080x(5/100) বা 54 লিটার করে। তাহলে 810 লিটার ভরতে কত মিনিট লাগবে? ঐকিক নিয়ম ব্যবহার করো]

4. বাজারে সব্জির দাম বাড়ছে বছরে 5 শতাংশ হারে। এখন বেগুনের দাম 30 টাকা কেজি হলে 3 বছর পরে তার দাম কত হবে?

[সমাধান কীভাবে হবে: দাম বাড়ার হার হল বছরে 5 শতাংশ বা শতকরা 5। এখন দাম 30 টাকা। তাহলে প্রতি বছর দাম বাড়বে 30-এর 5 শতাংশ বা 30x(5/100) টাকা করে, বা 1.50 টাকা (1 টাকা 50 পয়সা) করে। তাহলে 3 বছরে দাম বাড়বে 4.50 টাকা বা 4 টাকা 50 পয়সা। তাহলে এখন দাম হবে, যা ছিল আর যা বাড়ল তার যোগফল।]

5. ফুলডাঙা গ্রামের লোকসংখ্যা প্রতি বছরে গড়ে 2.5 শতাংশ হারে বেড়ে 6 বছর পরে হয়েছে 2070। 6 বছর আগে লোকসংখ্যা কত ছিল?

[সমাধান কীভাবে হবে: এখানে ঐকিক নিয়ম ব্যবহার করতে হবে। আগে দেখো বৃদ্ধির হার হল বছরে 2.5 শতাংশ বা শতকরা 2.5। তাহলে গত 6 বছরে মোট বৃদ্ধি হয়েছে 6x2.5 শতাংশ বা 15 শতাংশ। এর অর্থ হল, 100 থাকলে বেড়ে হয় 115। এবার ঐকিক নিয়ম ব্যবহার করতে হবে। যদি 115 হয় 100 থাকলে, তাহলে 2070 হবে কত থাকলে? অর্থাৎ, (100/115) x 2070।]

6. 4 বছর আগে তুমি ব্যাংকে কিছু টাকা রেখেছিলে বছরে 6% সুদে। এখন তোমার ব্যাংকে আছে 2480। তুমি 4 বছর আগে কত টাকা রেখেছিলে?
   [সমাধান কীভাবে হবে: আগের 5 নম্বর অঙ্কটার মতো করে করো]

উত্তর 6.2

1. 10%, 2%	2. 24%, 4%	3. 20 মিনিট
4. 34 টাকা 50 পয়সা	5. 1800 জন	6. 2000 টাকা

6.4 শতকরায় লাভ লোকসানের হিসাব (profit and loss)

প্রথমে জেনে নিই লাভ বা মুনাফা (profit) ও লোকসান বা ক্ষতি (loss) বলতে কী বোঝায় । যা দিলাম বা খরচ করলাম ও তার ফলে যা পেলাম বা আয় হল এই দুই থেকে হিসাব করে লাভ বা লোকসান পাওয়া যায়। যা দিলাম যদি তার থেকে বেশি ফেরত পাই তাহলে লাভ হয়, আর যদি কম ফেরত পাই তাহলে লোকসান হয়। দিলাম আর পেলাম, এই দুইয়ের বিয়োগফলটিই লাভ বা লোকসান, বা কোনওটাই হয়নি দেখাবে।

মনে রাখো:

যা দিলাম > যা পেলাম হলে লাভ হয়
যা দিলাম < যা পেলাম হলে লোকসান হয়
যা দিলাম = যা পেলাম হলে লাভ বা লোকসান কোনওটা হয় না।
যা দিলাম – যা পেলাম = (+) লাভ
যা দিলাম – যা পেলাম = (–) লোকসান, বা,
যা পেলাম – যা দিলাম = লোকসান

লাভ বা লোকসানকে সর্বদা বলা হয় যা দিলাম তার ওপরে।

লক্ষ করো, লাভই হল বৃদ্ধির পরিমাণ, যাকে ব্যবসায় মুনাফা বলে। যা দিয়েছিলে বা খরচ করেছিলে, তা হল ক্রয়মূল্য (purchase value), যা তোমার আসল বা বিনিয়োগ। আর যা ফেরত পেলে বিক্রি করে তা হল বিক্রয়মূল্য (sales value) । লাভ-লোকসান দেখা যায় ব্যবসা-বাণিজ্যে। মনে করো তুমি খেল্‌না

তৈরি করে বিক্রী করো । খেল্‌না তৈরি করতে তোমার কিছু টাকা খরচ হয়, যা তোমাকে দিতে হয়, আর সেই খেল্‌নাগুলো বিক্রী করে তুমি কিছু টাকা পাও। তাহলে আমরা হিসাব করতে পারি, এই কত দিলে আর কত পেলে থেকে তোমার লাভ হল, না লোকসান হল।

> ব্যবসা-বাণিজ্যের ক্ষেত্রে মনে রাখো:
>
> লাভ = বিক্রয়মূল্য – ক্রয়মূল্য (বা তৈরি করার খরচ)
>
> লোকসান = ক্রয়মূল্য (বা তৈরি করার খরচ) – বিক্রয়মূল্য
>
> লাভ বা লোকসানের শতকরা হিসাব ক্রয়মূল্য বা খরচের ওপর করা হয়। ব্যবসা বাণিজ্যের লাভকে মুনাফা বলা হয়।

উদাহরণ 8. এক কিলো চাল 30 টাকায় কিনে 36 টাকায় বিক্রি করলে শতকরা কত টাকা লাভ বা মুনাফা হয়? তাহলে 700 টাকার চাল কিনে বিক্রি করলে কত টাকা মুনাফা হবে?

আমরা জানি, লাভ = বিক্রয়মূল্য – ক্রয়মূল্য

এখানে 1 কিলোর বিক্রয়মূল্য 36 টাকা, আর ক্রয়মূল্য 30 টাকা

সুতরাং 1 কিলোতে লাভ = 36 – 30 = 6 টাকা ।

30 টাকায় লাভ হয় 6 টাকা

সুতরাং 1 টাকায় লাভ হয় 6÷30 = 1/5 টাকা

তাহলে 100 টাকায় লাভ হয় (1/5)x100 টাকা = 20 টাকা ।

সুতরাং শতকরা 20 টাকা মুনাফা বা 20% মুনাফা হয়, যা হল মুনাফার হার (rate of profit বা percentage profit)।

এবারে দেখো, মুনাফার হার যদি 20% হয় তাহলে 700 টাকা বিনিয়োগ করলে কত মুনাফা হবে।

100 টাকায় মুনাফা হয় 20 টাকা

সুতরাং, 1 টাকায় মুনাফা হয় $\frac{20}{100}$ টাকা

তাহলে 700 টাকায় মুনাফা হবে $\frac{20}{100}$ x 700 টাকা = 140 টাকা ।

মনে রাখো: মুনাফা পরিমাণ = $\frac{\text{মুনাফার হার x বিনিয়োগ}}{100}$

উদাহরণ 9. এক কিলো চাল 40 টাকায় কিনে 35 টাকায় বিক্রি করলে শতকরা কত টাকা লোকসান হয়? তাহলে 400 টাকার চাল কিনে বিক্রি করলে কত টাকা লোকসান হবে?

আমরা জানি, লোকসান = ক্রয়মূল্য – বিক্রয়মূল্য

এখানে 1 কিলোর বিক্রয়মূল্য 35 টাকা, আর ক্রয়মূল্য 40 টাকা

সুতরাং 1 কিলোতে লোকসান = 40 – 35 = 5 টাকা ।

40 টাকায় লোকসান হয় 5 টাকা

সুতরাং 1 টাকায় লোকসান হয় 5÷40 = 1/8 টাকা

তাহলে 100 টাকায় লোকসান হয় (1/8)x100 টাকা = 12.50 টাকা ।

সুতরাং শতকরা 12.50 টাকা লোকসান বা 12.5% লোকসান হয়।

তাহলে 400 টাকায় লোকসান হবে = $\dfrac{\text{লোকসানের হার x বিনিয়োগ}}{100}$

$= \dfrac{12.5 \times 400}{100}$ টাকা = 50 টাকা।

অনুশীলন 6.3 শতকরায় লাভ লোকসানের হিসাব করা

1. এক কেজি বেগুন 40 টাকায় কিনে 45 টাকায় বিক্রি করলে শতকরা কত টাকা লাভ হয়?

[সমাধান: 40 টাকায় 5 টাকা লাভ হলে 100 টাকায় কত লাভ হয়?]

2. একটি জামা 70 টাকায় কিনে 63 টাকায় বিক্রি করলে শতকরা কত টাকা লোকসান হয়?

[সমাধান: 70 টাকায় 7 টাকা লোকসান হলে 100 টাকায় কত লোকসান হয়?]

3. একটি জামার ক্রয়মূল্য 120 টাকা। কত টাকায় জামাটি বিক্রি করলে শতকরা 20 টাকা লাভ থাকে?

[সমাধান: এখানে ঐকিক নিয়ম ব্যবহার করতে হবে। শতকরা 20 টাকা লাভ রাখতে 100 টাকার জিনিস বিক্রি করতে হয় 120 টাকায়। সুতরাং শতকরা 20 টাকা লাভ রাখতে 1 টাকার জিনিস কত টাকায় বিক্রি করতে হয়, আর তাহলে 120 টাকার জিনিস কত টাকায় বিক্রি করতে হবে?]

4. একটি সাইকেল 4400 টাকায় বিক্রি করে 10% লাভ হল কেনা দামের ওপর । সাইকেলটি কত দামে কেনা হয়েছিল?

[সমাধান: লক্ষ করো যে (100+ শতকরা মুনাফার হার) টাকা হল বিক্রির মূল্য, যখন কেনা দাম (ক্রয়মূল্য) 100 টাকা। সুতরাং, শতকরা 10 টাকা লাভ রাখলে বিক্রয়মূল্য হয় 110 টাকা, যখন কেনা দাম হল 100 টাকা। এইখান থেকে ঐকিক নিয়ম ব্যবহার করতে হবে। সুতরাং, শতকরা 10 টাকা লাভ রাখলে বিক্রয় মূল্য হয় 1 টাকা, যখন কেনা দাম হল (100/110) টাকা। তাহলে শতকরা 10 টাকা লাভ রেখে 4400 টাকায় বিক্রি করার মানে কেনা দাম ছিল (100/110)x4400 টাকা।]

5. 1900 টাকায় এক ঝুড়ি আম বিক্রি করে 5% লোকসান হল কেনা দামের ওপর। আমগুলি কত দামে কেনা হয়েছিল?

[সমাধান: আগের 4 নম্বর অঙ্কটার মতো করে করো। লক্ষ করো, 5% লোকসান মানে 95 টাকা বিক্রয়মূল্য যখন 100 টাকা হল ক্রয়মূল্য।]

6. কেনা দামের ওপর 12% মুনাফায় 3360 টাকার বিক্রি হলে মোট মুনাফা কত টাকা হয়?

[সমাধান: আগের 4 নম্বর অঙ্কটার মতো করে ক্রয়মূল্য বার করো ও বিক্রয়মূল্য 3360 টাকা থেকে বিয়োগ করে নাও।]

7. 4000 টাকা দিয়ে সব্‌জির দোকান দিয়ে 3 বছরে মুনাফা হল 1800 টাকা। বছরে মুনাফার হার কত?

[সমাধান কীভাবে হবে: আগে মোট মুনাফা শতকরা কত হল বার করো ও তারপর ৩ দিয়ে ভাগ করে বছরে মুনাফার হার বার করো।

8. শতকরা মুনাফার হার বছরে 8%। 5000 টাকা ব্যবসায় বিনিয়োগ করলে 4 বছরে কত টাকা মুনাফা হবে?

[সমাধান: বছরে মুনাফার হার শতকরা 8% মানে 100 টাকায় 1 বছরে মুনাফা হয় 8 টাকা। সুতরাং 5000 টাকায় 1 বছরের মুনাফা হবে 5000-এর 8% বা (5000x8/100) টাকা। তাহলে 4 বছরে কত মুনাফা হবে?]

9. শতকরা মুনাফার হার বছরে 20%। কত টাকা বিনিয়োগ করলে 5 বছরে মোট 3500 টাকা মুনাফা পাবে?

[সমাধান: আগে দেখো, 5 বছরে 3500 টাকা মুনাফা মানে 1 বছরে 700 টাকা মুনাফা। এবার ঐকিক নিয়ম লাগবে। বছরে 20% মুনাফার হার মানে 20 টাকা মুনাফা হয় 1 বছরে 100 টাকা বিনিয়োগ করলে। বার করো, তাহলে 700 টাকা মুনাফা হয় 1 বছরে কত টাকা বিনিয়োগ করলে।]

10. মুনাফার হার বছরে শতকরা 5%। 3000 টাকা বিনিয়োগ করলে কত বছরে 1500 টাকা মুনাফা পাবে?

[সমাধান: মুনাফার হার আর বিনিয়োগ থেকে বার করো 1 বছরে মুনাফা কত টাকা হয়। এবার ঐকিক নিয়ম দিয়ে বার করো 1500 টাকা মুনাফা করতে কত বছর লাগবে।]

উত্তর 6.3

1.	12.5%	2.	10%	3.	144	4.	4000	5.	2000
6.	360	7.	15%	8.	1600	9.	3500	10.	10

পাঠ 7. অনুপাত ও সমানুপাত

7.1 অনুপাতের ধারণা

রোজকার জীবনে আমাদের প্রায়ই একটার সাথে আরেকটার তুলনা করতে হয়। যেমন ধরো, তোমার 9টা বই আছে আর আমার আছে 3টা বই। এখানে আমরা বিয়োগ করে বলতে পারি কার কতটা বেশি আছে – তোমার 6টা বই বেশি আছে বা আমার 6টা বই কম আছে। কিন্তু, বিয়োগ করে তুলনা করা সর্বদা ঠিক হয় না। তাই আমরা তুলনা করতে অনুপাত (ratio) ব্যবহার করি।

মনে করো, সিমেন্ট দিয়ে ঢালাই করার সময় 2 কিলো সিমেন্টের সাথে 4 কিলো বালি মেশাতে হয়। তাহলে কী বিয়োগ করে বলব, বালির পরিমাণ সর্বদা সিমেন্টের থেকে 2 কিলো বেশি হতে হয়। এটা বলা ভুল হবে। কারণ, এই হিসাবে 6 কিলো সিমেন্টের সাথে 12 কিলো বালি মেশাতে হবে। 2 কিলো বেশি মানে 8 কিলো বালি মেশালে হবে না। এটা হল অনুপাতের হিসাব। আমরা তুলনা করে বলছি সিমেন্টের দ্বিগুণ হবে বালির পরিমাণ। অনুপাত দিয়ে তুলনায় আমরা কোন্‌টা কতটা বেশি বা কম দেখছি না, দেখছি কোন্‌টা কত গুণ বেশি ।

সিমেন্ট ও বালির অনুপাতকে আমরা অনুপাত চিহ্ন (:) দিয়ে লিখব,

সিমেন্ট : বালি $= 1 : 2$ বা $\frac{1}{2}$ অথবা উল্টো করে, বালি : সিমেন্ট $= 2 : 1$ বা $\frac{2}{1}$

> দুটি বা দুটির বেশি পরস্পর সম্পর্কিত একই ধরনের রাশির (পরিমাপের একক একই) তুলনা করা হয় তাদের অনুপাত দিয়ে। অনুপাত লেখা হয় দুটো রাশির মাঝে অনুপাত চিহ্ন (:) দিয়ে। অথবা, অনুপাতকে ভগ্নাংশ হিসাবে প্রকাশ করা যায় ভাগ চিহ্নের ওপরে একটা ও নিচে অন্যটা লিখে। অনুপাত একই ধরনের রাশির হয় বলে এই ভগ্নাংশের কোনও একক থাকে না। ভাগ করে যেটা পাই সেটা হল, একটা সংখ্যা অন্যটার কতগুণ বা উল্টে নিয়ে বললে কত ভাগ।

তুলনা করতে অনুপাত কীভাবে পাই তার উদাহরণ দেখো ।

এখন তোমার বয়েস 12 বছর আর দাদার বয়েস 18 বছর। তোমার দাদা ও তোমার বয়েসের অনুপাত কত? এই অনুপাতটার মানে কী?

দাদার বয়েস : তোমার বয়েস $= 18 : 12 = 3 : 2$

বা, $\frac{\text{দাদার বয়েস}}{\text{তোমার বয়েস}} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$

এর মানে হল, তোমার থেকে তোমার দাদার বয়েস এখন দেড় গুণ বেশি ।

এবার ভাবো এই প্রশ্নটা – তোমার বয়েস যখন দ্বিগুণ হয়ে 24 হবে তখন তোমার দাদার বয়েস কত হবে? এর উত্তর ওই দেড় গুণ অনুপাতের হিসাবে হবে না। তোমার বয়েস আরো 12 বছর বেড়ে যখন 24 হবে তখন তোমার দাদার বয়েসও ওই 12 বছরই বেড়ে 30 হবে। এখন বয়েসের অনুপাতটা পাল্টে যাবে। এটা হল **পরিবর্তনশীল অনুপাতের** (non-constant ratio) উদাহরণ। কোন **স্থির অনুপাত** (constant ratio) এখানে পাওয়া যায় না, যা দিয়ে সর্বদা তুলনা করা যাবে। আসলে এখানে তোমার ও তোমার দাদার বয়েস পরস্পরের সাথে সম্পর্কিত নয়। এরা সময়ের সাথে সম্পর্কিত।

স্থির অনুপাতের উদাহরণ আগেই দেওয়া হয়েছে, সিমেন্ট দিয়ে ঢালাই করার সময় সিমেন্ট ও বালির অনুপাত। এই অনুপাতটা স্থির কারণ মিশ্রণে বালি বাড়ালে (বা কমালে) ওই অনুপাতে সিমেন্টও বাড়াতে (বা কমাতে) হবে। আর এই অনুপাতটার হিসেব করেই আমরা বলে দিতে পারব, কোনো পরিমাণ মিশ্রণে কতটা সিমেন্ট আর কতটা বালি থাকার কথা। ধরা যাক, ঢালাই করতে 2 ভাগ (বালতি) সিমেন্টের সাথে 5 ভাগ (বালতি) বালি মেশাতে হয়। তোমার দরকার 35 বালতি ঢালাইয়ের মিশ্রণ। কত বালতি সিমেন্ট আর কত বালতি বালি মেশাবে? উত্তর হল, 2:5 অনুপাতে 10 বালতি সিমেন্ট আর 25 বালতি বালি।

পূর্বপদ (antecedent) **ও উত্তরপদ** (consequent): দুইটি রাশি অনুপাত চিহ্ন দিয়ে লেখা হলে প্রথম সংখ্যাটাকে পূর্বপদ ও পরের সংখ্যাটাকে উত্তরপদ বলে । মনে রেখো, অনুপাত লেখার সময় কোন্‌টা পূর্বপদ আর কোন্‌টা উত্তরপদ গুলিয়ে ফেললে কিন্তু অনুপাত লেখাটা ভুল হয়ে যাবে। ওপরের উদাহরণে দেখো, বলা হয়েছে দাদা আর তোমার বয়েসের অনুপাত লিখতে। তাই আমরা লিখেছি 18 : 12 । উল্টোটা, মানে 12 : 18 লিখিনি। ওটা লিখতাম, যদি বলা হত, তোমার ও দাদার বয়েসের অনুপাত লেখো।

সমতুল অনুপাত (equivalent ratio) **ও অনুপাতের লঘিষ্ঠ আকার** (simple reduced ratio): অনুপাতকে ভগ্নাংশ হিসাবে প্রকাশ করা যায়, পূর্বপদকে লব ও উত্তরপদকে হর ধরে। ভগ্নাংশের লব ও হরকে শূন্য ছাড়া একই সংখ্যা দিয়ে গুণ বা ভাগ করলে ভগ্নাংশের মানের কোনও পরিবর্তন হয় না। একইভাবে, অনুপাতেও পূর্বপদ ও উত্তরপদকে শূন্য ছাড়া একই সংখ্যা দিয়ে গুণ বা ভাগ করলে অনুপাতের মানের কোনও পরিবর্তন হয় না। এইভাবে যে অনুপাতগুলো পাব, সেগুলোকে বলা হবে সমতুল অনুপাত। এগুলোর মধ্যে ভগ্নাংশ হিসাবে

লেখা অনুপাতগুলোর সবচেয়ে ছোট ভগ্নাংশটাকে বলা হবে সমতুল অনুপাতগুলোর লঘিষ্ঠ অনুপাত।

ওপরের উদাহরণটা দেখো। 18 : 12 অনুপাতটার পূর্বপদ ও উত্তরপদকে 2 দিয়ে ভাগ করে পাই 9 : 6, আবার 3 দিয়ে ভাগ করে পাই 3 : 2 । সুতরাং, 18 : 12, 9 : 6, 3 : 2, এগুলো হল সমতুল অনুপাত আর 3 : 2 হল অনুপাতের লঘিষ্ঠ আকার।

মনে রাখো:
আমরা যে কোনও অনুপাতের অসংখ্য সমতুল অনুপাত পেতে পারি, শূন্য ছাড়া বিভিন্ন সংখ্যা নিয়ে এক এক বারে পূর্বপদ আর উত্তরপদকে গুণ করে। অনুপাতের রাশি দুটোকে তাদের গ.সা.গু. দিয়ে ভাগে করলে আমরা অনুপাতকে লঘিষ্ঠ আকারে পাই।

7.2 বিভিন্ন ধরনের অনুপাতের নাম

সরল অনুপাত (simple ratio) **:** মাত্র দুটো রাশি নিয়ে অনুপাতকে সরল অনুপাত বলে। পরে শিখব, তিন বা তারও বেশি রাশির অনুপাত হতে পারে।

লঘু অনুপাত (ratio of lesser inequality) **ও গুরু অনুপাত** (ratio of greater inequality)**:** সরল অনুপাতের পূর্বপদ উত্তরপদের থেকে ছোট হলে তাকে লঘু অনুপাত বলা হয়, আর পূর্বপদ উত্তরপদের থেকে বড় হলে তাকে গুরু অনুপাত বলা হয় ।

ওপরের উদাহরণে দাদা আর তোমার বয়েসের অনুপাত, 18 : 12 হল গুরু অনুপাত আর তোমার ও দাদার বয়েসের অনুপাত, 12 : 18 হল লঘু অনুপাত।

ব্যস্ত অনুপাত (reciprocal ratio) **:** যে কোনও সরল অনুপাতের পূর্ব ও উত্তর পদ দুটোকে উল্টে নিলে আমরা তার ব্যস্ত অনুপাত পাই। গুরু অনুপাতের ব্যস্ত অনুপাত হবে লঘু অনুপাত, আর লঘু অনুপাতের ব্যস্ত অনুপাত হবে গুরু অনুপাত। এটা আমরা ওপরের আলোচনাতেই দেখতে পাচ্ছি।

একক অনুপাত বা সাম্যানুপাত (ratio of equality)**:** সরল অনুপাতের পূর্ব ও উত্তর পদ দুটো সমান হলে আমরা একক অনুপাত পাই। এর লঘিষ্ঠ আকার হয় 1:1।

মিশ্র অনুপাত (compound ratio)**:** একাধিক সরল অনুপাতের পূর্ব পদগুলোর গুণফলকে পূর্ব পদ ও উত্তর পদগুলোর গুণফলকে উত্তর পদ ধরে নিলে আমরা একটি সরল অনুপাত পাই। এটাকে বলে মিশ্র অনুপাত।

7.3 অনুপাত থেকে সমষ্টির অংশ: আনুপাতিক ভাগের হার

মনে করো, সিমেন্ট ও বালি মেশাতে হবে 3 : 5 অনুপাতে । মোট 32 কিলো মিশ্রন চাই। কতটা সিমেন্ট আর কতটা বালি মেশাবে?

সিমেন্ট : বালি এই অনুপাতটা 3 : 5, মানে হল 3+5 বা 8-এর মধ্যে সিমেন্ট হল $\frac{3}{8}$ অংশ আর বালি হল $\frac{5}{8}$ অংশ ।

তাহলে মোট 32 কিলো মিশ্রণ পেতে আমরা সিমেন্ট দেব $\frac{3}{8} \times 32 = 12$ কিলো আর বালি দেব $\frac{5}{8} \times 32 = 20$ কিলো ।

> মনে রাখো: অনুপাতের পূর্বপদ ও উত্তরপদের যোগফল দিয়ে, পূর্বপদ ও উত্তরপদকে ভাগ করলে তাদেরকে সমষ্টির আনুপাতিক ভাগের হার (proportional parts ratio) বা অংশ হিসাবে পাওয়া যায়।

7.4 অনুপাতের অঙ্কের কিছু উদাহরণ

উদাহরণ 1. তোমার কাছে আছে 14 টাকা আর ভাইয়ের কাছে আছে 3 টাকা 50 পয়সা। তোমার ও ভাইয়ের টাকার অনুপাত কত?

লক্ষ করো, এখানে রাশি দুটো একই ধরনের, অর্থাৎ টাকা । কিন্তু এদের পরিমাপের একক আলাদা। তাই অনুপাত বার করতে আগে এদের পরিমাপ একই এককে আনতে হবে।

তোমার আছে 14 টাকা, মানে $14 \times 100 = 1400$ পয়সা

আর ভাইয়ের আছে 3 টাকা 50 পয়সা, মানে $3 \times 100 + 50 = 350$ পয়সা।

তাহলে অনুপাত হল, তোমার আছে : ভাইয়ের আছে $= 1400 : 350 = \frac{1400}{350}$

350 দিয়ে পূর্বপদ ও উত্তরপদকে অথবা ভগ্নাংশর লব ও হরকে ভাগ করে আমরা লঘিষ্ঠ আকারে অনুপাতটা পাই 4 : 1।

উত্তর: তোমার আছে : ভাইয়ের আছে = 4 : 1 ।

> মনে রাখো: 1. এক জাতীয় রাশি হলেও অনুপাত বার করার সময় দেখে নেবে পরিমাপের একক একই আছে কিনা।
> 2. অনুপাত বার করে নিয়ে তাকে লঘিষ্ঠ আকারে উত্তরে লিখবে।

উদাহরণ 2. মিতা ও কবিতাকে ওদের মা কিছু টাকা দিয়ে বললেন মিতা পাবে 3 ভাগ আর কবিতা পাবে 2 ভাগ।

a) কবিতা ও মিতার টাকা অনুপাতে লেখ।

b) দুটো করে বার করো, মিতার কত টাকা হলে কবিতার কত টাকা হবে, আর কবিতার কত টাকা হলে মিতার কত টাকা হবে।

c) কে কত পাবে, যদি মা দিয়ে থাকেন 50 টাকা, 125 টাকা, 250 টাকা।

উত্তর কীভাবে বার করবে :

a) লক্ষ করো, যদিও বলা আছে মিতার 3 ভাগ আর কবিতার 2 ভাগ, প্রশ্নে চেয়েছে কবিতা ও মিতার ভাগের অনুপাত। তাই আমরা অনুপাতটা লিখব কবিতার টাকার ভাগ : মিতার টাকার ভাগ $= 2 : 3$ বা $\frac{2}{3}$

b) দুটো করে মোট চারটে সমতুল অনুপাত বার করতে হবে $\frac{}{}$ মিতার ভাগটা ধরে নিয়ে কবিতার ভাগে কত, আর কবিতার ভাগটা ধরে নিয়ে মিতার ভাগে কত হবে। এই সমতুল ভগ্নাংশ আমরা বার করি এভাবে –

$$\frac{\text{কবিতার ভাগ}}{\text{মিতার ভাগ}} = \frac{2}{3} = \frac{\text{কবিতার ভাগ}}{9} = \frac{\text{কবিতার ভাগ}}{30} = \frac{80}{\text{মিতার ভাগ}} = \frac{160}{\text{মিতার ভাগ}}$$

প্রথমটা থেকে পাই, মিতা 9 টাকা পেলে কবিতা পাবে 6 টাকা, কারণ সমতুল করতে লবকেও 3 দিয়ে গুণ করতে হবে, যেহেতু হরকে 3 দিয়ে গুণ করা হয়েছে। এইভাবে, দ্বিতীয়টা থেকে পাই, কবিতা পাবে 20 টাকা, যদি মিতা পায় 30 টাকা। তৃতীয়টাতে হরকে 40 দিয়ে গুণ ও চতুর্থটাতে হরকে 80 দিয়ে গুণ করে সমতুল পাবো। অর্থাৎ, কবিতা 80 টাকা পেলে মিতা পাবে 120 টাকা ও কবিতা 160 পেলে মিতা পাবে 240 টাকা ।

$$\frac{2}{3} = \frac{\text{কবিতার ভাগ}}{\text{মিতার ভাগ}} = \frac{6}{9} = \frac{20}{30} \quad \frac{80}{120} \quad \frac{160}{240}$$

c) এখানে আগে অনুপাত থেকে বের করে নিতে হবে কার কত অংশ। কবিতার টাকার ভাগ : মিতার টাকার ভাগ = $2 : 3$ বা $\frac{2}{3}$

ভগ্নাংশ হিসাবে অনুপাত থেকে পাই লব ও হরের যোগফল (2+3) হল 5। সুতরাং, 5-এর মধ্যে কবিতার অংশ হল $\frac{2}{5}$ আর মিতার অংশ হল $\frac{3}{5}$ ।

এবারে দেখো, মা 50 টাকা দিলে কবিতা পায় $50 \times \frac{2}{5} = 20$ টাকা

মিতা পায় $50 \times \frac{3}{5} = 30$ টাকা

এই ভাবে বার করো, মা 125 টাকা, ও 250 টাকা দিলে কবিতা ও মিতা কত টাকা করে পাবে।

উদাহরণ 3. তোমাদের ক্লাসে 30 মোট জন ছাত্রছাত্রীর মধ্যে 18 জন ছাত্র আর আর 12 জন ছাত্রী। বের করো –

a) ছাত্রীদের তুলনায় ছাত্রদের অনুপাত কত?
b) ছাত্রদের তুলনায় ছাত্রীদের অনুপাত কত?
c) মোট ছাত্রছাত্রীর (মধ্যে) তুলনায় ছাত্রদের অনুপাত কত?
d) মোট ছাত্রছাত্রীর তুলনায় (মধ্যে) ছাত্রীদের অনুপাত কত?

উত্তর কীভাবে বার করবে:

> এই উদাহরণটা রাখা হল বিশেষ করে এটাই দেখানোর জন্য যে অনুপাত বার করার সময় সর্বদা খেয়াল রাখতে হবে, কোন্‌টার তুলনায় বা মধ্যে কার অনুপাত লিখছ। যেটার অনুপাত লিখছ, সেটা পূর্বপদ বা ভগ্নাংশের লব হবে, আর যেটার তুলনায় বা মধ্যে অনুপাতটা লিখছ, সেটা হবে উত্তরপদ বা ভগ্নাংশের হর। এটা উল্টে গেলে ভুল হয়ে যাবে কারণ অনুপাতের মানেটাই উল্টো যাবে।

a) ছাত্রদের অনুপাত বার করতে হবে
ছাত্র সংখ্যা হল 18 আর ছাত্রী সংখ্যা হল 12।
সুতরাং, ক্লাসে ছাত্র : ছাত্রী হল 18 : 12 বা $\frac{18}{12} = \frac{3}{2}$

b) ছাত্রীদের অনুপাত বার করতে হবে
ছাত্রী সংখ্যা হল 12 আর ছাত্র সংখ্যা হল 18।
সুতরাং, ক্লাসে ছাত্রী : ছাত্র হল 12 : 18 বা $\frac{12}{18} = \frac{2}{3}$

c) ছাত্রদের অনুপাত বার করতে হবে মোট ছাত্রছাত্রীর (মধ্যে)
ছাত্র সংখ্যা হল 18 আর মোট ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা হল 30।
সুতরাং, ক্লাসে ছাত্র : মোট ছাত্রছাত্রীর হল 18 : 30 বা $\frac{18}{30} = \frac{3}{5}$

d) ছাত্রীদের অনুপাত বার করতে হবে মোট ছাত্রছাত্রীর (মধ্যে)
ছাত্রী সংখ্যা হল 12 আর মোট ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা হল 30।
সুতরাং, ক্লাসে ছাত্রী : মোট ছাত্রছাত্রীর হল 12 : 30 বা $\frac{12}{30} = \frac{2}{5}$

> লক্ষ করো: a ও b-য়ের অনুপাত দুটো হল একটা আরেকটার ব্যস্ত অনুপাত (reciprocal ratio) । c ও d-য়ের অনুপাত দুটো হল সমষ্টির অংশ বা আনুপাতিক ভাগের হার proportional parts ratio ।

অনুশীলন 7.1

1. কবিতা আর সবিতার মধ্যে 4 : 3 অনুপাতে 280 টাকা ভাগ করে দিলে কে কত টাকা পাবে?

2. তোমার কাছে 26 টা পেয়ারা আছে। তুমি ও মিতা 5 : 8 অনুপাতে ভাগ করে নেবে। কে কটা পাবে?

3. 3 মিটার লম্বা একটা বাঁশের 50 সেমি তুমি সবুজ রঙ করলে ও বাকি অংশ সাদা রঙ করলে। তিনটে অনুপাত বের করো –

   a) বাঁশটার দৈর্ঘ্য ও সবুজ রঙ করা অংশের দৈর্ঘ্য;

   b) বাঁশটার দৈর্ঘ্য ও সাদা রঙ করা অংশের দৈর্ঘ্য;

   c) সবুজ রঙ করা অংশের দৈর্ঘ্য ও সাদা রঙ করা অংশের দৈর্ঘ্য ।

4. ইস্কুলের একটা আলমারিতে অঙ্ক ও বিজ্ঞানের বই রাখা আছে 4 : 3 অনুপাতে। আলমারিতে মোট বইয়ের সংখ্যা 420টা । কটা অঙ্কের বই আর কটা বিজ্ঞানের বই আছে?

5. শরবৎ তৈরি করতে জল ও সিরাপ মেশাতে হয় 7 : 4 অনুপাতে। 20 লিটার সিরাপের সাথে কত লিটার জল মেশাতে হবে?

6. নিচের কোন্‌টা কোন্‌টার অনুপাত বের করা যায় বা যায় না লেখো –

   a) তোমার ওজন ও আমার উচ্চতা;

   b) রাজু কতক্ষণ হল স্কুলে এসেছে ও নব ইস্কুলে আসার জন্য কতক্ষণ আগে বাড়ি থেকে বের হয়েছে;

   c) একটা জিনিস বিক্রি করে বাবলুর লাভ হল 40 টাকা আর সেটা বিক্রি করে টুবলুর লোকসান হল 20 টাকা;

   d) তোমার কাছে কত টাকা ছিল ও কত টাকা খরচ করেছ।

   যেগুলোর অনুপাত করা যাবে না, ব্যাখ্যা করো কেন যাবে না।

7. নিচে দেওয়া অনুপাতগুলোর পূর্বপদ, উত্তরপদ, অনুপাতটা লঘু না গুরু, ব্যস্ত অনুপাত, লঘিষ্ঠ আকার, ও লঘিষ্ঠ আকারটার তিনটে করে সমতুল অনুপাত পাশে লেখো :

অনুপাত		পূর্ব পদ	উত্তর পদ	লঘু/ গুরু	ব্যস্ত অনুপাত	লঘিষ্ঠ আকার	সমতুল অনুপাত		
a.	18:48								
b.	27:14								
c.	45:27								
d.	32:24								
e.	20:25								

উত্তর 7.1

1.	কবিতা 160, সবিতা 120 টাকা	2.	তুমি 10 মিতা 16 টা পেয়ারা

3.	6:1; 6:5; 1:5			4.	অঙ্কের 240, বিজ্ঞানের 180 টা বই
5.	35 লিটার জল	6.	d) হবে। বাকিগুলো হবে না।		

ওপরের 6 নম্বর অঙ্কটা থেকে বুঝে নাও –

দুটো রাশির পরিমাপ ও পরিমাপের একক এক হলেই যে অনুপাত করা যায় তা নয়। রাশি দুটো সম্পর্কিত বা তুলনীয় হতে হবে, তুলনার অর্থ থাকতে হবে।

7.5 দুইয়ের বেশি সমজাতীয় রাাশির অনুপাত (continued ratio)

আমরা দুটো সমজাতীয় রাশি নিয়ে সরল অনুপাত দেখেছি। আরও বেশি সংখ্যক সমজাতীয় রাশি নিয়েও অনুপাত হতে পারে। কয়েকটা উদাহরণ দেখো –

a) ধরা যাক, একটা বাঁশের দৈর্ঘ্যের 2 ভাগ কাদায়, 3 ভাগ জলে ও 4 ভাগ জলের ওপরে আছে। কী অনুপাতে বাঁশটার কতটা কাদায়, জলে আর জলের ওপরে আছে। এর উত্তর আমরা সহজেই লিখব 2 : 3 : 4।

b) মনে করো ঢালাই করার কংক্রিট বানাতে 2 ভাগ সিমেন্ট, 5 ভাগ বালি, ও 3 ভাগ পাথরের টুক্‌রো (স্টোন চিপ্‌স) মেশাতে হয়। এই মিশ্রনটা কী অনুপাতে তৈরি করা হয়.? এর উত্তর হল সিমেন্ট : বালি : স্টোন চিপ্‌স = 2 : 5 : 3।

c) বাবার বয়েস 36, মায়ের বয়েস 30, দাদার বয়েস 9 ও তোমার বয়েস 6। তোমাদের বয়েসের অনুপাত কীভাবে লিখবে। উত্তর হল 36 : 30: 9 : 6 ।

এই ধরনের অনুপাতের অঙ্কের কয়েকটা উদাহরণ করে দেখো –

1. টিংকু, পিংকু আর রিংকুকে 360 টাকা এমনভাবে ভাগ করে দাও, যাতে ওরা 2 : 3 : 7 অনুপাতে টাকা পায়।

টাকা পাওয়ার অনুপাত হল, টিংকু : পিংকু : রিংকু = 2 : 3 : 7।

তাহলে আনুপাতিক ভাগ হার বা অংশ হল,

$$\text{টিংকু} = \frac{2}{2+3+7} = \frac{2}{12}$$

$$\text{পিংকু} = \frac{3}{2+3+7} = \frac{3}{12}$$

$$\text{রিংকু} = \frac{7}{2+3+7} = \frac{7}{12}$$

সুতরাং আনুপাতিক ভাগ হার অনুসারে, 360 টাকার 12 ভাগের 2 ভাগ পাবে টিংকু, 3 ভাগ পাবে পিংকু, আর 7 ভাগ পাবে রিংকু । তাহলে উত্তর হল,

টিংকু পাবে $360 \times \frac{2}{12} = 30 \times 2 = 60$ টাকা;

পিংকু পাবে $360 \times \frac{3}{12} = 30 \times 3 = 90$ টাকা;

রিংকু পাবে $360 \times \frac{7}{12} = 30 \times 7 = 210$ টাকা ।

2. তোমাদের ইস্কুলের তিনটে ঘরে ছাত্রছাত্রীদের বসার জায়গা আছে 11 : 9: 15 অনুপাতে। এবার পরীক্ষায় মোট 350 জন পরীক্ষা দেবে। ওদের বসার ব্যবস্থা কীভাবে ভাগ করবে।

   এই অঙ্কটা একই ভাবে নিজে করো। উত্তর পাবে, প্রথম ঘরে 110 জন, দ্বিতীয় ঘরে 90 জন, আর তৃতীয় ঘরে 150 জন।

3. টিংকু, পিংকু আর রিংকুকে 2700 টাকা এমনভাবে ভাগ করে দাও, যাতে টিংকু যা পায় পিংকু তার দ্বিগুণ পায়, আর রিংকু পায় টিংকু ও পিংকু মিলে যা পেয়েছে তার অর্ধেক।

   টিংকু 1 পেলে পিংকু পায় 2। তাহলে ওরা দুজনে মিলে পেল 3। সুতরাং, রিংকু পাবে তার অর্ধেক মানে, $\frac{3}{2}$ । তাহলে অনুপাত হল,

   টিংকু : পিংকু : রিংকু $= 1 : 2 : \frac{3}{2}$

   $= 2 : 4 : 3$ [2 দিয়ে গুণ করে]

   অঙ্কটা একই ভাবে নিজে করো। উত্তর পাবে, টিংকু 600 টাকা, পিংকু 1200 টাকা, আর রিংকু 900 টাকা পাবে ।

4. গ্রামের মানুষেরা নিজেরাই চাঁদা তুলে গ্রামের রাস্তাটা মেরামত করে প্রতি বছর। গত চার বছর যা খরচ হয়েছে তার অনুপাত হল 2 : 3: 2: 4। চার বছরে মোট 33121 টাকা খরচ হলে বের করো কোন্ বছর কত টাকা খরচ হয়েছিল।

   অঙ্কটা একই ভাবে নিজে করো। উত্তর পাবে, প্রথম বছর 6022 টাকা, দ্বিতীয় বছর 9033 টাকা, তৃতীয় বছর 6022 টাকা, আর চতুর্থ বছর 12044 টাকা খরচ হয়েছিল।

7.6 অনুপাত ও শতকরা (ratio and percentage)

আমরা শিখেছি যে শতকরা হল এক বিশেষ ধরনের ভগ্নাংশ যার হর হল 100। তাই যেকোনও ভগ্নাংশের হরকে 100 করে নিয়ে আমরা সেটা শতকরা হিসাবে লিখতে বা বলতে পারি। এখন আমরা দেখলাম যে অনুপাতকেও ভগ্নাংশে লেখা যায়। তাই, অনুপাতকে শতকরায়, আবার শতকরাকেও অনুপাতে লেখা যাবে।

উদাহরণ

a) তোমার আছে 10 টাকা আর আমার আছে 7 টাকা। আমার কত টাকা আছে তোমার টাকার অনুপাতে?

এর উত্তর আমরা সহজেই দিতে পারি অনুপাতের হিসাবে 7 : 10 ।
এবার এটাকেই আমরা শতকরা হিসাবে বলতে পারি। তোমার টাকার অনুপাতে আমার টাকা হল,

$$\frac{7}{10} = \frac{7x10}{10x10} = \frac{70}{100} = 70\%$$

সুতরাং, আমরা এটাও বলতে পারি যে তোমার টাকার তুলনায় বা অনুপাতে আমার টাকা হল 70% ।

b) শরবৎ বানাতে জলে 18% সিরাপ মেশাতে হয়। জল ও সিরাপের অনুপাত কত?

18% মানে হল, $\frac{18}{100} = \frac{9}{50}$ । সুতরাং, সিরাপ ও জলের অনুপাত 9:50।

c) পাঁচটি ওষুধ 2 : 4 : 7 : 3 : 9 অনুপাতে মিশিয়ে একটা মিক্সচার ওষুধ তৈরি করা হয়। মিক্সচার ওষুধটার মধ্যে কোন্ ওষুধটা শতকরা কতটা আছে কীভাবে বলবে?

এখানে আগে আনুপাতিক ভাগের হার বা অংশগুলো বার করতে হবে। তারপর এগুলোর হরকে 100 করে নিলে আমরা শতকরায় অনুপাত পাব। নিজে করে দেখো। উত্তর হবে 8%, 16%, 28%, 12%, 36%।

অনুশীলন 7.2

1. অনুপাতকে শতকরায় প্রকাশ করো

a. 2 : 5	b. 3 : 20	c. 4 :25	d. 17:10
e. 3 : 2	f. 6 : 5	g. 2 : 5 : 13	h. 22:17:11

2. শতকরাকে অনুপাতে প্রকাশ করো

a. 15%	b. 33%	c. 72%	d. 80%
e. 100%	f. 180%	g. 250%	h. 22.5%

7.7 সমানুপাতের ধারণা

সমানুপাত হল দুটো ভাগাভাগির অনুপাত সমান থাকা। ইংরেজিতে এই ধরনের তুলনা করাকে বলে প্রপোরশন (proportion)। আমরা উদাহরণ দিয়ে বুঝব কী ধরনের সমস্যায় এই তুলনা করাটা প্রয়োজন হয়।

উদাহরণ 1. ইনু দিল 12 টাকা আর মিনু দিল 18 টাকা। এতে ওদের হল মোট 30 টাকা আর ওরা বাজারে গিয়ে 30 টাকায় 20 টা লজেন্স কিনল। ফিরে এসে ভাগ করার সময় ইনু বলল ও পাবে 10 টা লজেন্স। কিন্তু মিনু বলল, না তুমি পাবে 8 টা লজেন্স, আর আমি পাব 12 টা, কারণ আমি বেশি টাকা দিয়েছি। মিনু ঠিক না ইনু ঠিক?

উত্তরে বলতে হয়, ইনু আর মিনু যে অনুপাতে টাকা দিয়েছে, সেই অনুপাতেই ওদের উচিত লজেন্স ভাগ করে নেওয়া। এটাই সমানুপাতিক, বা সমানুপাত অনুযায়ী হবে। সুতরাং, আমাদের প্রথমে দেখতে হবে ইনু আর মিনু কী অনুপাতে টাকা দিয়েছে, ও তারপর দেখব লজেন্সগুলো ইনু কী অনুপাতে আর মিনু কী অনুপাতে ভাগাভাগি করতে চাইছে। যার ভাগাভাগির অনুপাতটা টাকা দেওয়ার অনুপাতের সঙ্গে সমান হবে, সে ঠিক।

ইনু দিয়েছে 12 টাকা আর মিনু দিয়েছে 18 টাকা। অনুপাত হল 12:18 = 2:3
ইনু চাইছে 10টা, তাহলে মিনু পায় 10টা লজেন্স। অনুপাত হল 10:10 = 1:1
মিনু চাইছে ইনু পাবে 8 টা আর ও পাবে 12 টা । অনুপাত হল 8:12 = 2:3

সুতরাং, মিনু ঠিক। কারণ, মিনুর ভাগাভাগিতে ইনু ও মিনুর টাকা দেওয়ার অনুপাত 12:18 আর লজেন্সের ভাগের অনুপাত 8:12 সমান।

মনে রাখো: দুটো অনুপাত সমান হলে সেই সংখ্যাগুলোকে সেইভাবে সাজিয়ে বলা হয় সমানুপাতে আছে। অনুপাত দুটোর মাঝে সমানুপাতের চিহ্ন (: :) দেওয়া হয়। সমানুপাতের রাশি বা সংখ্যাগুলোকে বলা হয় সমানুপাতী পদ (proportional terms)।

12:18 আর 8:12 অনুপাত দুটো সমান। তাই আমরা লিখব 12:18 **::** 8:12। এর মানে হল, 12, 18, 8, 12 সংখ্যাগুলো এইভাবে সাজালে সমানুপাতে আছে। তাই এখানে 12, 18, 8, 12 হল সমানুপাতী পদ।

লক্ষ করো, একই সংখ্যাগুলো ঠিক উল্টে সাজালে 12, 8, 18, 12 সমানুপাতী হবে। কিন্তু <u>অন্যরকম সাজালে সমানুপাতী হবে না</u>।

উদাহরণ 2. হাবুলের কাছে 24টা পেয়ারা আর বাবুলের কাছে 18টা কলা আছে। হাবুল 4টে পেয়ারা বাবুলকে দিল। কিন্তু বাবুল হাবুলকে দিল মাত্র 3টে কলা। হাবুল বলল, আমি তোকে 4টে দিলাম, আর তুই আমাকে 3টে দিলি, এটা কি ঠিক হল? ওরা মিতার কাছে গেল, আর মিতা হিসাব করে বলল, ঠিক ভাগাভাগিই হয়েছে। মিতা কীভাবে হিসাবটা করল?

মিতা হিসাবটা করল এইভাবে–

হাবুলের মোট পেয়ারা : হাবুল দিয়েছে $= 24 : 4 = 6 : 1$

বাবুলের মোট কলা : বাবুল দিয়েছে $= 18 : 3 = 6 : 1$

সুতরাং, যার যত আছে তার একই অনুপাতে, $6 : 1$ করে, অন্যকে দিয়েছে। এটা সমানুপাতিক। তাই ঠিক ভাগাভাগিই হয়েছে।

উদাহরণ 3. হাইস্কুল থেকে রাজুর বাড়ি 15 কিমি আর বাবুর বাড়ি 12 কিমি দূরে। সাইকেল চালিয়ে ওরা ইস্কুলে এল । রাজুর লাগল 20 মিনিট আর বাবুর লাগল 16 মিনিট। বাবুর কম সময় লেগেছে, তাই বাবু বলল ও রাজুর থেকে বেশি জোরে সাইকেল চালায়। বাবু কি ঠিক বলল?

বাড়ির দূরত্বের অনুপাত, রাজু : বাবু $= 15 : 12 = 5 : 4$

সময় লাগার অনুপাত, রাজু : বাবু $= 20 : 16 = 5 : 4$

$15 : 12$ আর $20 : 16$ লঘিষ্ঠ আকারে এনে দেখা যাচ্ছে দুটোই সমান। তাই দুটো অনুপাত হল $15 : 12 :: 20 : 16$, মানে সমানুপাতিক। অতএব, বাবু ঠিক বলেনি, দুজন একই গতিতে সাইকেল চালিয়েছে।

উদাহরণ 4. মিতা 12 টা পেন কিনল 60 টাকা দিয়ে আর পূর্ণিমা 18 টা পেন কিনল 72 টাকা দিয়ে। দুজনে কি একই দামে পেন কিনেছে?

দুজনের খরচের অনুপাত, মিতা : পূর্ণিমা $= 60 : 72 = 5 : 6$

পেনের সংখ্যার অনুপাত, মিতা : পূর্ণিমা $= 12 : 18 = 2 : 3$

$60 : 72$ আর $12 : 18$ সমানুপাতিক নয়, তাই দুজনে সমান দামে পেন কেনেনি। দুটো অনুপাতকে ভগ্নাংশের আকারে সমান হর করে নিয়ে তুলনা করলে দেখবে মিতা দাম বেশি দিয়েছে।

7.8 সমানুপাতে আছে কিনা দেখা

চারটে সংখ্যা সমানুপাতে আছে কিনা দেখার একটা সহজ উপায় আছে। লক্ষ করো $15 : 12 :: 20 : 16$ হল সমানুপাতিক। এই সমানুপাতের চারটি সংখ্যাকে বলে সমানুপাতের পদ বা সমানুপাতী পদ (terms of proportion) ।

মনে রাখো: সমানুপাতের পদগুলোকে পর পর বলা যায় প্রথম, দ্বিতীয়, তৃতীয় ও চতুর্থ পদ । প্রথম ও চতুর্থ পদ হল প্রান্তীয় পদ (extreme terms of proportion) আর দ্বিতীয় ও তৃতীয় পদ হল মধ্য পদ (middle terms of proportion) ।

এখানে 15 হল প্রথম পদ, 12 দ্বিতীয় পদ, 20 তৃতীয় পদ ও 16 চতুর্থ পদ ।
এবারে দেখো ভগ্নাংশের আকারে এই সমানুপাতের মানে হল,

$$\frac{15}{12} = \frac{20}{16} \text{ মানে হল, } \frac{\text{প্রথম পদ}}{\text{দ্বিতীয় পদ}} = \frac{\text{তৃতীয় পদ}}{\text{চতুর্থ পদ}}$$

এবার লক্ষ করো, প্রথম পদ x চতুর্থ পদ = 15 x 16 = 240
আর, দ্বিতীয় পদ x তৃতীয় পদ = 12 x 20 = 240

মনে রাখো: সমানুপাতের নিয়ম (rule of proportion)

পরপর চারটি সংখ্যা সমানুপাতে থাকলে

প্রথম পদ x চতুর্থ পদ = দ্বিতীয় পদ x তৃতীয় পদ

এই নিয়মটা দিয়েই পরীক্ষা করতে পারব, চারটি সংখ্যা সমানুপাতে আছে কিনা। এই নিয়মটা থেকে আমরা আরও বার করতে পারব, চারটে সমানুপাতী পদের কোনও একটার সংখ্যাটা জানা না থাকলে, সেটা কত হতে হবে। তাই, এমন কিছু অঙ্ক যা আগে ঐকিক নিয়ম দিয়ে করেছ, সমানুপাতের নিয়ম ব্যবহার করেও করতে পারবে।

উদাহরণ 5. রাজু আর বাবু পিকনিকে চাঁদা দিল 20 টাকা আর 28 টাকা করে। মিতা আর কবিতা, দুই বন্ধুর মিতা দিল 25 টাকা, ও কবিতাকে বলল, তুই এমন টাকা চাঁদা দে, যাতে আমাদের অনুপাত রাজু আর বাবুর অনুপাতের সমান হয়। কবিতাকে কত টাকা চাঁদা দিল?

এখানে চাঁদা দেওয়ার টাকা হিসাবে প্রথম পদ রাজুর 20, দ্বিতীয় পদ বাবুর 28, তৃতীয় পদ মিতার 25 ও চতুর্থ পদ কবিতার চাঁদা আমাদের অজানা ।
সমানুপাতের নিয়ম থেকে আমরা লিখতে পারি চাঁদা দেওয়ার হিসাবে

রাজু : বাবু = মিতা : কবিতা হবে যদি
রাজু x কবিতার চাঁদা = বাবু x মিতার চাঁদা
বা, 20 x কবিতার চাঁদা = 28 x 25 হয় ।

সুতরাং, কবিতার চাঁদা = (28 x 25) ÷ 20 = 700 ÷ 20 = 35 টাকা ।

7.9 চারটে সমানুপাতী সংখ্যা থেকে একাধিক সমানুপাত বের করা

লক্ষ করো, 3 : 2 : : 6: 4 একটা সমানুপাত। এখানে চারটে সংখ্যা হল 3, 2, 6, ও 4 । এগুলোকে দিয়েই আমরা আরও সমানুপাত তৈরি করতে পারব।

a) 2 ও 6 কে প্রান্তীয় পদ করলাম। সমানুপাতের নিয়ম রেখে তাহলে পাই, 2 : 4 : : 3 : 6 । আবার ব্যস্ত অনুপাতেও হবে, 4 : 2 : : 6 : 3 ।

b) 3 ও 4 কে প্রান্তীয় পদ করলাম। সমানুপাতের নিয়ম রেখে তাহলে পাই, 3 : 6 : : 2 : 4 । আবার ব্যস্ত অনুপাতেও হবে, 6 : 3 : : 4 : 2 ।

পরে এটা বীজগণিতের নিয়মে শিখবে।

অনুশীলন 7.3

1. নিচের সংখ্যাগুলো সমানুপাতে আছে কিনা দেখো

   a. 12, 24, 27, 54 b. 45, 15, 27, 9 c. 21, 63, 9, 27

   e. $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{6}$ f. $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{24}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{15}$ g. $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{28}$

2. লালু 15টা কলা কিনেছে 25 টাকায়, আর ভুলু কিনেছে 20 টাকায় 12টা কলা। দুজনে কি সমান দাম দিয়েছে?
3. ইস্কুল থেকে লালুর বাড়ি 750 মিটার আর ভুলুর বাড়ি 900 মিটার দূরে। বাড়ি থেকে ইস্কুলে হেটে আসতে লালু সময় নেয় 35 মিনিট আর ভুলু সময় নেয় 42 মিনিট। দুজনে কি একই অনুপাতে সময় নেয়?
4. মিতার উচ্চতা হলে 140 সেমি আর ওর মায়ের উচ্চতা হল 165 সেমি। আবার মিতার ওজন হল 42 কেজি আর ওর মায়ের ওজন হল 49.5 কেজি। তুলনা করে বলো, ওদের দুজনের উচ্চতার সাথে ওজন সমানুপাতে আছে কি?

7.10 ত্রৈরাশিক (three term proportion): ঐকিক নিয়মের বদলে সমানুপাত দিয়ে সমাধান

দুইটি রাশির মধ্যে কোনও নির্দিষ্ট সম্পর্ক জানা থাকলে আমরা ঐকিক নিয়ম (unitary method) ব্যবহার করে বার করতে পারি কোনও একটা রাশির মান থেকে অন্য রাশিটির মান কী হবে। দুইটি রাশির মধ্যে এই নির্দিষ্ট সম্পর্কটাকে আবার অনুপাত হিসাবেও দেখা যায় ও সমানুপাতের নিয়ম ব্যবহার করে একই প্রশ্নের উত্তর পাওয়া যায়। নিচের উদাহরণটা দেখো। এই ধরনের দুইটি রাশি নিয়ে সমস্যা বা অঙ্ককে আমরা **দ্বিরাশিক** (simple two term ratio) বলি।

দেখে নাও: সমানুপাতে লিখলে পদগুলো সরল অনুপাত (simple ratio) না ব্যস্ত অনুপাতে (reciprocal ratio) হবে।

উদাহরণ 6. 4 জন লোক একটা কাজ 15 দিনে করে। 10 জন লোক ওই কাজটা কত দিনে করবে?

খেয়াল করো, লোকের সংখ্যা বাড়লে কাজটা তাড়াতাড়ি হবে, মানে দিনের সংখ্যা কমবে। তাই সমানুপাতে লোকের সংখ্যার অনুপাতের ব্যস্ত অনুপাত হবে দিনের সংখ্যার অনুপাত। ধরো, 10 জন লোক একই অনুপাতে কাজটা করবে ? দিনে।

প্রথম	4 জন	15 দিনে
দ্বিতীয়	10 জন	? দিনে

তাহলে সমানুপাত লিখতে একটা অনুপাতকে ব্যস্ত অনুপাত করে নিতে হবে,

$$4 : 10 :: ? : 15 \quad \text{বা,} \quad \frac{4}{10} = \frac{?}{15} \text{ ।}$$

সুতরাং, $$? = \frac{4}{10} \times 15 = 6 \text{ দিন ।}$$

তিনটি রাশির মধ্যে কোনও নির্দিষ্ট সম্পর্ক জানা থাকলে তাকে বলি **ত্রৈরাশিক** (three term proportion) যেমন, কত জন লোক, কত দিন কাজ করে কতটা জমি চাষ করে। ত্রৈরাশিক সম্পর্কটা দিয়ে আমরা যেকোনও দুটো রাশি জানা থাকলে তৃতীয় রাশিটা কত হবে বার করতে পারি। আগে ঐকিক নিয়মে এটা করেছি দুই ধাপে। সমানুপাতের নিয়ম দিয়ে এটা একবারেই করা যায়।

উদাহরণ 7. 5 জন লোক 15 দিনে 18 বিঘা জমি চাষ করে। 10 জন লোক 10 দিনে কত বিঘা চাষ করবে?

প্রথম	5 জন	15 দিনে	18 বিঘা
দ্বিতীয়	10 জন	10 দিনে	? বিঘা

নির্ণেয় হল বিঘা জমি। দিন একই রেখে বিঘা বাড়ালে জন বেশি লাগে। আবার, জন একই রেখে বিঘা বাড়ালে দিন বেশি লাগে। তাই দুটোই সরল অনুপাতে আছে। সুতরাং, এখানে ত্রৈরাশিক সমানুপাত থেকে পাই,

$$\frac{\text{বিঘা দ্বিতীয় } ?}{\text{বিঘা প্রথম } 18} = \frac{\text{জন দ্বিতীয় } 10}{\text{জন প্রথম } 5} \times \frac{\text{দিন দ্বিতীয় } 10}{\text{দিন প্রথম } 15}$$

তাহলে হবে $? = 18 \times \frac{10}{5} \times \frac{10}{15} = 24$ বিঘা ।

উদাহরণ 8. 5 জন লোক 4 দিনে 128 মিটার রাস্তা সারায়। 10 জন লোক কতদিনে 640 মিটার সারাবে?

ধরো, 10 জন লোক একই অনুপাতে কাজটা করবে ? দিনে ।

প্রথম	5 জন	128 মিটার	4 দিনে
দ্বিতীয়	10 জন	640 মিটার	? দিনে

আমাদের নির্ণেয় হল কতদিন। আমরা এই নির্ণেয়কে (?) লব ধরে ভগ্নাংশ আকারে দিনের অনুপাত বাঁদিকে লিখব। এরপর অন্য দুটো অনুপাতের এক একটার সাথে (অন্যটা একই আছে ধরে নিয়ে) এর সম্পর্কটা সরল simple ratio না ব্যস্ত reciprocal ratio দেখব ও সেই অনুসারে গুণ করে লিখব।

(কাজের পরিমাণ একই রেখে) দিন বাড়লে লোক কম লাগে : ব্যস্ত অনুপাত।

(লোক একই রেখে) দিন বাড়লে কাজের পরিমাণ বাড়ে : সরল অনুপাত।

(কাজের পরিমাণ একই) $\frac{?}{4} = \frac{5}{10}$; (লোক একই) $\frac{?}{4} = \frac{640}{128}$ ।

সুতরাং, $\frac{\text{দিন দ্বিতীয় ?}}{\text{দিন প্রথম 4}} = \frac{\text{লোক প্রথম 5}}{\text{লোক দ্বিতীয় 10}} \times \frac{\text{কাজের পরিমাণ দ্বিতীয় 640}}{\text{কাজের পরিমাণ প্রথম 128}}$

তাহলে $? = 4 \times \frac{5}{10} \times \frac{640}{128} = 10$ দিন।

ত্রৈরাশিক বুঝতে ওপরের উদাহরণ দুটোর পার্থক্য বিশেষ করে দেখে রাখো।

পাঠ 8. ক্রমবাচক সংখ্যা, রোমান সংখ্যা, ও আন্তর্জাতিক স্থানীয় মান

8.1 ক্রমবাচক সংখ্যা (ordinal numbers)

ক্রমবাচক সংখ্যা দিয়ে আমরা একের বেশি ব্যক্তি বা বস্তুর অবস্থানকে নির্দিষ্ট করে বলি। মনে করো, তোমরা লাইন করে দাঁড়িয়েছ। কে কোথায় দাঁড়িয়েছ, কে আগে কে পরে, কী করে বলব?

অথবা ভাব, ইস্কুলের পরীক্ষার রেজাল্ট বেরিয়েছে। কেউ সবচেয়ে বেশি নম্বর পেয়েছে, তার পরে আছে আরেকজন, তার পরে আরেকজন, এইভাবে সাজিয়ে বলব কী করে?

আবার মনে করো, বইয়ের আলমারির 7টা তাক আছে । দিদিমণি তোমাকে বললেন, এই বইটা আলমারিতে তুলে রাখো। তুমি দিদিমণিকে জিজ্ঞাসা করলে, কোন্ তাকটাতে রাখব? এর উত্তরে দিদিমণি কীভাবে একটা তাক নির্দিষ্ট করে বলে দেবেন । এই ধরনের প্রশ্নগুলোতে স্থান নির্দিষ্ট করে বলতে ক্রমবাচক সংখ্যা ব্যবহার করতে হয়।

আমরা বাংলা ও ইংরেজিতে ক্রমবাচক সংখ্যা কীভাবে বলা ও লেখা হয় সেটা আগে দেখে নেব। আমরা এখানে 20 পর্যন্ত স্থান নির্দিষ্ট করার সংখ্যা দেখাব। একই ভাবে 20-র পরের স্থান নির্দিষ্ট করার ক্রমবাচক সংখ্যাও হবে।

বাংলা ক্রমবাচক সংখ্যা		ইংরেজি ক্রমবাচক সংখ্যা		
বলা হয়	লেখা হয়	বলা হয়		লেখা হয়
প্রথম	১ম	first	ফার্স্ট	1st
দ্বিতীয়	২য়	second	সেকেন্ড	2nd
তৃতীয়	৩য়	third	থার্ড	3rd
চতুর্থ	৪র্থ	fourth	ফোর্থ	4th
পঞ্চম	৫ম	fifth	ফিফ্‌থ	5th
ষষ্ঠ	৬ষ্ঠ	sixth	সিক্সথ	6th
সপ্তম	৭ম	seventh	সেভেন্‌থ	7th
অষ্টম	৮ম	eighth	এইট্‌থ	8th
নবম	৯ম	ninth	নাইন্‌থ	9th
দশম	১০ম	tenth	টেন্‌থ	10th

বাংলা ক্রমবাচক সংখ্যা		ইংরেজি ক্রমবাচক সংখ্যা		
বলা হয়	লেখা হয়	বলা হয় – য়েথ্		লেখা হয়
একাদশ	১১শ	eleventh	ইলেভেন্থ	11th
দ্বাদশ	১২শ	twelfth	টুয়েলফ্থ	12th
ত্রয়োদশ	১৩শ	thirteenth	থারটিন্থ	13th
চতুর্দশ	১৪শ	fourteenth	ফোরটিন্থ	14th
পঞ্চদশ	১৫শ	fifteenth	ফিফ্‌টিন্থ	15th
ষোড়শ	১৬শ	sixteenth	সিক্সটিন্থ	16th
সপ্তদশ	১৭শ	seventeenth	সেভেন্‌টিন্থ	17th
অষ্টাদশ	১৮শ	eighteenth	এইটিন্থ	18th
উনবিংশ	১৯শ	nineteenth	নাইনটিন্থ	19th
বিংশ	২০শ	twentieth	টুয়েনটিয়েথ	20th

লক্ষ করো: ক্রমবাচক সংখ্যাগুলো লেখার সময় বাংলায় বলা শব্দটার শেষ বর্ণটাকে, আর ইংরেজির ক্ষেত্রে বলা শব্দটার শেষ দুটো বর্ণকে সাধারণ সংখ্যার পরে লেখা হচ্ছে।

মনে রাখো: বাংলায় ক্রমবাচক বিংশ স্থানটার পরের স্থানগুলোকে আমরা একবিংশ, দ্বাবিংশ, ইত্যাদি করে বলতে পারি। সহজতর হল বাংলায় 'তম' শব্দটা ব্যবহার করে এগুলো বলা। তাই বাংলায় বড় বড় ক্রমবাচক সংখ্যাকে 'তম' দিয়ে বলাটাই প্রচলিত। তাই আমরা বলব ও লিখব, যেমন ২১তম, ২২তম, ৫৭তম, ৭২তম ইত্যাদি।

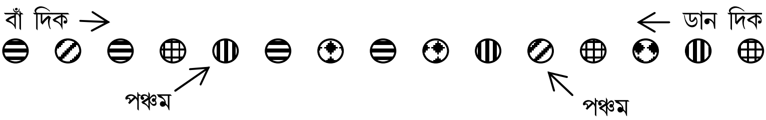
ক্রমবাচক সংখ্যার বিশেষত্ব

1. ক্রমবাচক সংখ্যা দিয়ে স্থান বোঝানোর সময় কোন্‌দিক থেকে স্থানটা বলা হচ্ছে তা বলে দিতে হয় – বাঁ দিক থেকে ডান দিকে, না ডান দিক থেকে বাঁ দিকে, অথবা ওপর থেকে নিচে না নিচ থেকে ওপরে।
2. ভাল-খারাপ, কম-বেশি ইত্যাদি গুণাগুণ অনুযায়ী সাজানোয় ক্রমবাচক সংখ্যা ব্যবহারে সাজানোর গুণাগুণটা অবশ্যই উল্লেখ করতে হয়, নয়ত ভুল হয়।
3. কথাবার্তায় আমরা ক্রম বোঝাতে নম্বর বা নং বলি। এটি ইংরেজি থেকে এসেছে – যেমন, বইটা আলমারির ওপর থেকে 3 নম্বর (3 নং) তাকে রাখো। তুমি লাইনের সামনে থেকে 5 নম্বরে দাঁড়াও।

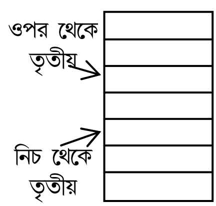
আমরা ওপরের বিশেষত্ব দুটো ব্যাখ্যা করে বুঝব।

স্থান নির্দিষ্ট করতে কোন্ দিকে থেকে উল্লেখ করা (order of arrangement)

মনে করো তোমার সামনে 15টা বল রাখা আছে। তোমাকে বলা হল পঞ্চম বলটা তুলে নিতে। তুমি কোন্‌টা নেবে? তোমার প্রশ্ন করা উচিত, কোন্ দিক থেকে পঞ্চম – বাঁ দিক না ডান দিক থেকে (left to right arrangement)। কারণ এই দুটো কিন্তু এক নয়। নিচের ছবিতে দেখো। আরও জানতে হবে, কার বাঁদিক বা ডানদিক, যেমন "তোমার বাঁদিক থেকে পঞ্চম"।



আবার মনে করো, বইয়ের আলমারির 7টা তাক আছে ও দিদিমণি তোমাকে বললেন, এই বইটা আলমারির তৃতীয় তাকটাতে তুলে রাখো। তোমার প্রশ্ন করা উচিত, কোন্ দিক থেকে তৃতীয় – ওপর থেকে না নিচ থেকে তৃতীয় তাকটাতে রাখব?



লক্ষ করো, এখানেও ওপর থেকে তৃতীয় তাক যেটা পাচ্ছ, সেটা হল নিচ থেকে পঞ্চম তাক। তাই এখানেও জেনে নিতে হবে কোন্ দিকে থেকে তৃতীয় (up to down arrangement)।

গুণাগুণ অনুযায়ী সাজানোর গুণাগুণটা উল্লেখ করা

মনে করো, 7 টা ফলের কে কোন্‌টা বেশি বা কম পছন্দ করে (ascending or descending order) লিখতে বলা হল ক্রমবাচক সংখ্যা দিয়ে সাজিয়ে। অমল আর বিমল এইভাবে সাজিয়ে লিখল–

অমল সাজিয়েছে		বিমল সাজিয়েছে	
বেশি থেকে কম পছন্দ	ফলের নাম	কম থেকে বেশি পছন্দ	ফলের নাম
প্রথম	আম	প্রথম	কাঁঠাল
দ্বিতীয়	কলা	দ্বিতীয়	জাম
তৃতীয়	লিচু	তৃতীয়	বাতাবি
চতুর্থ	পেয়ারা	চতুর্থ	পেয়ারা
পঞ্চম	বাতাবি	পঞ্চম	লিচু
ষষ্ঠ	জাম	ষষ্ঠ	কলা
সপ্তম	কাঁঠাল	সপ্তম	আম

লক্ষ করে দেখো, অমল আর বিমলের পছন্দ একেবারে এক রকম। কিন্তু পছন্দের তালিকাটা দুজনে দুভাবে করেছে। তাই, কে কীভাবে করেছে – বেশি থেকে কম না কম থেকে বেশি – সেটা এই তালিকায় বলে দেওয়া দরকার। নয়ত বোঝার ভুল হবে।

ক্রমবাচক সংখ্যাগুলো হল তুলনামূলক, যা বোঝায় পরপর সাজানো স্থানের কোন্‌টার আগে বা পরে কোন্‌টা। এই সংখ্যাগুলো নিয়ে কোনওরকম যোগ-বিয়োগ বা গুণ-ভাগ করা যায় না। এখানে শূন্য (zero) (0) বলে কিছু হয় না।

অনুশীলন 8.1

অঙ্ক পরীক্ষায় দশজন ছাত্রছাত্রী 100 নম্বরে মধ্যে কে কত নম্বর পেয়েছে তা দেওয়া হল – রাজ 78, নব 65, স্বাতি 86, কবিতা 75, পূর্ণিমা 57, শুভদীপ 61, লক্ষ্মী 67, সন্দীপ 56, মিতা 68, প্রতিমা 52 ।

a) ক্রমবাচক সংখ্যা দিয়ে ছাত্রছাত্রীদের তালিকা তৈরি করো।
b) বেশি নম্বর পেয়ে চতুর্থ কে হয়েছে?
c) কম নম্বর পাওয়ার হিসাবে তৃতীয় কে হয়েছে?

8.2 রোমান সংখ্যা

আমরা অঙ্ক করতে যে সংখ্যাগুলো ব্যবহার করি, তাকে বলা হয় হিন্দু-আরবিক সংখ্যা (Indo-Arabic numbers)। এগুলোর মধ্যে শূন্য (zero) (0) ব্যবহার করা হয় ও এগুলো দিয়ে আমরা যোগ-বিয়োগ গুণ-ভাগ ইত্যাদি করতে পারি। এগুলোকে হিন্দু-আরবিক বলা হয়, কারণ এর উৎপত্তি হয়েছিল ভারতে, ও আরব দেশ হয়ে তা পৌঁছয় ইউরোপে। সেই সময়ে ইউরোপে ব্যবহার হতো রোমান সংখ্যা (Roman numbers) । পরে, চতুর্দশ শতক থেকে ক্রমে ক্রমে হিন্দু-আরবিক সংখ্যা তার স্থান দখল করে। ক্রমবাচক সংখ্যা হিসাবে রোমান সংখ্যার ব্যবহার এখনও প্রচলিত আছে – যেমন ইস্কুলের শ্রেণি, I, II, III …।

রোমান সংখ্যাগুলো লেখায় সাতটা চিহ্ন ব্যবহার হয়, যার অর্থ হিন্দু-আরবিক সংখ্যায় নিচে দেওয়া হল –

রোমান সংখ্যা	I	V	X	L	C	D	M
হিন্দু-আরবিক সংখ্যা	1	5	10	50	100	500	10000

এই সাতটি চিহ্ন দিয়ে রোমান সংখ্যা লেখা হয় কয়েকটা নিয়ম মেনে (Roman number system)।

1. কোনও চিহ্ন তিনবারের বেশি ব্যবহার হবে না;
2. কোনও চিহ্নের আগে যদি ছোট চিহ্ন বসানো হয় তাহলে তা বিয়োগ হবে;
3. কোনও চিহ্নের পরে যদি কোনও ছোট চিহ্ন বসানো হলে তা যোগ হবে; যদি দুবার বা তিন বার ছোট চিহ্নটা বসানো হয় তাহলে সেটা দুবার বা তিন বার যোগ হবে;
4. V, L, D, এই তিনটে চিহ্নকে বিশেষ করে লক্ষ করো। এগুলো বোঝায় 5, 50, 500। কোনও সংখ্যা লিখতে এগুলো কখনও বিয়োগ করা হবে না আর একবারের বেশি ব্যবহারও করা হবে না;
5. V, L, D, এই তিনটে চিহ্ন কখনোই আগে বসে বিয়োগ হবে না। কিন্তু বাকি চিহ্নগুলোও ঠিক তার পরের বড় চিহ্নটার আগে বসে মাত্র একবারই বিয়োগ হবে। যেমন, I চিহ্নটা V-এর আগে বসে একবারই বিয়োগ হবে, X চিহ্নটা L-এর আগে বসে একবারই বিয়োগ হবে, ও C চিহ্নটা M-এর আগে বসে একবারই বিয়োগ হবে।

এই নিয়ম মেনে 20 পর্যন্ত সংখ্যা রোমানে কীভাবে লেখা হবে দেখো –

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
XI	XII	XIII	XIV	XV	XVI	XVII	XVIII	XIX	XX
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

লক্ষ করো:

4 লেখা হয় IV মানে (V–I), কিন্তু 6 লেখা হয় VI মানে (V+I), এইভাবে 8 লেখা হয়, V-এর পরে তিনবার I বসিয়ে VIII মানে (V+I+I+I)।

XIV লেখাটা মানে কিন্তু (X+I+V) নয়। এটা হবে (X+V–I)।

এই নিয়মে দশ করে ও একশ করে সংখ্যাগুলো কীভাবে লেখা হয় দেখো –

X	XX	XXX	XL	L	LX	LXX	LXXX	XC	C
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
C	CC	CCC	CD	D	DC	DCC	DCCC	CM	M
100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000

ওপরের তালিকায় দেখো, 100 লেখা LL দিয়ে হবে না, কারণ L একবারের বেশি ব্যবহার হয়না। একই ভাবে 1000 লেখা DD দিয়ে হবে না, কারণ D একবারের বেশি ব্যবহার হয়না। তাই 100 লেখা হয় C আর 1000 লেখা হয় M দিয়ে।

আবার দেখো, কোনও চিহ্ন তিনবারের বেশি ব্যবহার হবে না। তাই 40 লেখা XXXX দিয়ে হবে না, লিখতে হবে XL । একই ভাবে 90 লেখা LXXXX দিয়ে হবে না, XC লিখতে হবে ।

অনুশীলন 8.2

1. রোমান সংখ্যাকে ভেঙে সাধারণ সংখ্যাটা কত লেখো

XXIII	=		+		+				=	
XIX	=		+		+				=	
XXIX	=		+		+				=	
XXIV	=		+		+				=	
XIX	=	X	+	IX					=	19
XL	=	L	–	X					=	40
XLIV	=	L	–	X	+	IV			=	44
LXXII	=	L	+	X	+	X	+	II	=	72
LXXIX	=	L	+	X	+	X	+	IX	=	79
XXVIII	=	X	+	X	+	V	+	III	=	28
XC	=								=	
XCIV	=								=	
DCXII	=								=	
XCIX	=								=	

2. সাধারণ সংখ্যাকে রোমান সংখ্যায় লেখো

a) 37	b) 56	c) 89	d) 94	e) 61
f) 99	g) 78	h) 44	i) 112	j) 422

8.3 আন্তর্জাতিক স্থানীয় মান

ভারতীয় হিসাব (Indian number system) অনুযায়ী সংখ্যার স্থানীয় মান (place value) শিখেছি – একক, দশক, শতক, সহস্র (হাজার), অযুত (দশক হাজার), লক্ষ, নিযুত (দশক লক্ষ), কোটি। আন্তর্জাতিক হিসাব (International number system) অনুযায়ী এই স্থানীয় মানগুলোকে ইংরেজিতে বলে ইউনিটস (Units), টেনস (Tens), হান্ডরেড্স (Hundreds), থাউজেন্ডস (Thousands), টেন থাউজেন্ডস (Ten Thousands), হান্ডরেড থাউজেন্ডস (Hundred Thousands), মিলিয়নস (Millions), টেন মিলিয়নস (Ten Millions), হান্ডরেড মিলিয়নস (Hundred Millions)। আন্তর্জাতিক স্থানীয় মানে আরও বড় সংখ্যা হল বিলিয়নস (Billions), আর তার পরে ট্রিলিয়নস (Trillions) । আন্তর্জাতিক ব্যবস্থায় স্থানীয় মান নিচের সারণিতে দেখো –

		Millions			Thousands			Ones		
		9	8	7	6	5	4	3	2	1
ভারতীয় স্থানীয় মান	আন্তর্জাতিক স্থানীয় মান	Hundred Millions	Ten Millions	Millions	Hundred Thousands	Ten Thousands	Thousands	Hundreds	Tens	Ones
একক	One									1
দশক	Ten								1	0
শতক	1 Hundred							1	0	0
হাজার	1Thousand						1	0	0	0
দশ হাজার	10 Thousand					1	0	0	0	0
লক্ষ	100 Thousand				1	0	0	0	0	0
দশ লক্ষ	1000 Thousand =1 Million			1	0	0	0	0	0	0
কোটি	10 Million		1	0	0	0	0	0	0	0
দশ কোটি	100 Million	1	0	0	0	0	0	0	0	0

এইভাবে আরও বড় সংখ্যা বলা যায় –

একশ কোটি	1000 Million = 1 Billion	= 1,000,000,000
হাজার একশ কোটি	1000 Billion = 1 Trillion	=1,000,000,000,000

ওপরের সারণিতে দেওয়া ভারতীয় ব্যবস্থা ও আন্তর্জাতিক ব্যবস্থা তুলনা করে বুঝে নেব। লক্ষ করে দেখো, 10 হাজারের ঘর (5টি অঙ্ক) পর্যন্ত দুটো ব্যবস্থায় স্থানীয় মান একইভাবে বলা হয়–

10 টা একক (ইউনিটস)	= 1 টা দশ (টেন্‌স)	10
10 টা দশক (টেন্‌স)	= 1 টা শতক (হান্ডরেডস)	100
10 টা শতক (হান্ডরেড্‌স)	= 1 টা হাজার (থাউজেন্ডস)	1000
10 টা হাজার (থাউজেন্ডস)	= 1 টা দশ হাজার (টেন থাউজেন্ডস)	10,000

তফাতটা হয় তারপর –

<u>ভারতীয় ব্যবস্থায় স্থানীয় মানে</u>

100 টা হাজার =	1 টা লক্ষ	1,00,000
100 টা লক্ষ =	1 টা কোটি	1,00,00,000

<u>আন্তর্জাতিক ব্যবস্থায় স্থানীয় মানে</u>

100 টা হাজার (থাউজেন্ডস)= 1 টা একশ হাজার (হান্ডরেড থাউজেন্ড)
100,000

1000টা হাজার (থাউজেন্ডস)= 1 টা মিলিয়ন (থাউজেন্ড থাউজেন্ড)
1,000,000

1000টা মিলিয়নস = 1 টা বিলিয়ন (থাউজেন্ড মিলিয়ন)
1000,000,000

1000টা বিলিয়নস = 1 টা ট্রিলিয়ন (থাউজেন্ড বিলিয়ন)
1000,000,000,000

লক্ষ করো, একটি সংখ্যায় অঙ্কগুলির স্থানীয় মান বোঝার সুবিধার জন্য কমা (,) ব্যবহার করা হয়। আন্তর্জাতিক পদ্ধতিতে ডানদিকের শেষ ঘরটা থেকে বাঁদিকে প্রতি তিনটি অঙ্কের আগে কমা দেওয়া হয়। ভারতীয় পদ্ধতিতে কমা দেওয়া হয় প্রথমে তিনটি অঙ্কের আগে ও তারপর দুটি করে অঙ্কের আগে ।

অনুশীলন 5.3 ভারতীয় ও আন্তর্জাতিক ব্যবস্থায় কমা দিয়ে সংখ্যা পড়ো ও কথায় লেখো

a) 5687432 b) 62130788 c) 8002157891 d) 70154782315

পাঠ 9. আসন্ন মান ও আবৃত্ত দশমিক

9.1 আসন্ন মান

সংখ্যার আসন্ন মান, ইংরেজিতে বলে অ্যাপ্রক্সিমেট (approximate value), আমরা ব্যবহার করি বড় বড় সংখ্যাকে, বা দশমিক সংখ্যার দশমিক অংশটা পুরো বাদ দিয়ে অথবা কয়েক ঘর বাদ দিয়ে, ছোট করে বলতে ও বুঝতে। মনে রাখতে হবে যে এটা সংখ্যার প্রকৃত মান নয়। কেবল চট করে বোঝা ও বলার সুবিধার জন্য আসন্ন মান ব্যবহার করা হয়।

মনে করো একটা ইস্কুল বাড়ি তৈরি করার জন্য চাঁদা তোলা হয়েছে 1284489 টাকা। প্রকৃত মানে বলা হবে 12 লক্ষ 84 হাজার 4 শত 89 টাকা। একে আমরা আসন্ন মানে চট করে বলতে পারি –

লক্ষ পর্যন্ত আসন্ন মান $\cong 1300000$ প্রায় 13 লক্ষ টাকা।

হাজার পর্যন্ত আসন্ন মান $\cong 1284000$ প্রায় 12 লক্ষ 84 হাজার টাকা।

শত পর্যন্ত আসন্ন মান $\cong 1284500$ প্রায় 12 লক্ষ 84 হাজার 5 শত টাকা।

লক্ষ করো, আসন্ন মানে প্রকাশ করার নিয়ম:
আসন্ন মান সংখ্যার যে স্থান বা ঘর পর্যন্ত বলা হবে, ঠিক তার পরের ঘরের অঙ্কটা 0, 1, 2, 3, 4 হলে এই পরের অংশের অঙ্কগুলোকে সব শূন্য বলে ধরতে হবে।

কিন্তু পরের ঘরের অঙ্কটা 5, 6, 7, 8, 9 হলে আগের অঙ্কটার সাথে 1 যোগ করে নিয়ে তারপর পরের অংশের অঙ্কগুলোকে সব শূন্য বলে ধরতে হবে।

আসন্ন মানকে লেখা হয় আগে $\cong$ চিহ্ন দিয়ে।

ওপরের উদাহরণে দেখো, এই নিয়মে লক্ষ পর্যন্ত লিখতে 12 লক্ষের পরের অঙ্কটা 8 বলে আমরা 13 লক্ষ লিখেছি, কিন্তু হাজার পর্যন্ত লিখতে 84 হাজারই লিখেছি, কারণ পরের অঙ্কটা 4। আবার শত পর্যন্ত লিখতে 5 শত লিখেছি, কারণ 4 শতের পরের অঙ্কটা 8।

দশমিক সংখ্যার ক্ষেত্রেও আমরা একই নিয়মে আসন্ন মান লিখতে পারি। যেমন, 15.70825 সংখ্যাটাকে ছোট করে বিভিন্ন স্থান পর্যন্ত আসন্ন মানে লেখা যায় এইভাবে –

$15.70825 \cong 16$ $\quad 15.70825 \cong 15.7$ $\quad 15.70825 \cong 15.71$

$15.70825 \cong 15.708$ $\quad 15.70825 \cong 15.7083$

সাধারণ সংখ্যার ক্ষেত্রে এই নিয়মে আসন্ন মান লেখা যাবে। আমরা জানি, যে কোনও সংখ্যা লেখার নিয়মে, দুই অঙ্কের এককের ঘরের অঙ্কটা 1 থেকে 9 পর্যন্ত হলে আগের দশকের ঘরের সংখ্যাটা একই থাকে। কিন্তু তারপরে আরও 1 বেড়ে এককের ঘরেই 10 হয়ে গেলে, দশকের ঘরে 1 বাড়াতে হয় ও এককের ঘরে 0 লিখতে হয়। এই কারণে, আসন্ন মান লেখার সময় এককের ঘরে 5 বা 5-য়ের বেশি থাকলে আমরা আগের দশকের ঘরে 1 বাড়িয়ে লিখি ও এককের ঘরে 0 ধরে নিই। কিন্তু এককের ঘরে 1 থেকে 4 থাকলে আমরা আসন্ন মানে তাকে 0 ধরে নিই। এই নিয়মে তাই –

$102 \cong 100 \qquad 107 \cong 110 \qquad 191 \cong 190 \qquad 195 \cong 200$।

সময়ের হিসাবে কিন্তু আসন্ন মানের নিয়মটা একটু অন্য হবে, কারণ সময়ের ক্ষেত্রে আমরা 60 ধরে মিনিট ও সেকেণ্ড মাপি – 60 সেকেন্ডে 1 মিনিট ও 60 মিনিটে 1 ঘন্টা। তাই সময়ের আসন্ন মানে আমরা মিনিট বা সেকেন্ডের ঘরে 1 থেকে 29 থাকলে তাকে 0 ধরে নিতে পারি। কিন্তু মিনিটের ঘরে 30 থেকে 60 থাকলে তাকে 1 ঘন্টা ধরে আমরা মিনিটকে 0 করে নেব, আর সেকেন্ডের ঘরে 29 থেকে 60 থাকলে তাকে আমরা 1 মিনিট ধরে সেকেন্ডকে 0 করে নেব। এই নিয়মে তাই –

7 টা 22 মিনিট 29 সেকেন্ড ≅ 7 টা

8 টা 37 মিনিট 40 সেকেন্ড ≅ 8 টা 38 মিনিট ≅ 9 টা

11 টা 28 মিনিট 32 সেকেন্ড ≅ 11 টা 29 মিনিট

7 টা 29 মিনিট 30 সেকেন্ড ≅ 7 টা 30 মিনিট ≅ 8 টা

অনুশীলন 9.1

1. নিচের সংখ্যাগুলোকে লক্ষ, হাজার, ও শতকের আসন্ন মানে লেখ

প্রকৃত সংখ্যা	লক্ষে আসন্ন মান	হাজারে আসন্ন মান	শতকে আসন্ন মান
7384659	7400000	7385000	7384700
2057014			
8990991			
998765	1000000		

2. দোকানে কেনার সময় চিনি ওজন করে এল 704 গ্রাম। আসন্ন মানে ওজন কত গ্রাম দাম ধরবে?
3. একটা জিনিষের দাম লেখা আছে 799.99 টাকা। আসন্ন মানে দাম কত?
4. একটা ফিতের মাপ হল 2.79 সে.মি.। আসন্ন মানে একে কত সেমি বলবে?

5. 8 টা 22 মিনিট 37 সেকেন্ডকে মিনিটের আসন্ন মানে কটা বলবে?

6. নিচের তালিকায় আসন্ন মানগুলো লেখো

প্রকৃত সংখ্যা	পূর্ণ সংখ্যায় মান	এক দশমিক সংখ্যায় মান	দুই দশমিক সংখ্যায় মান	তিন দশমিক সংখ্যায় মান
53.7815				
27.0872				
0.6075				

9.2 আবৃত্ত দশমিক

আবৃত্ত দশমিককে ইংরেজিতে বলে (recurring decimal) রেকারিং ডেসিম্যাল। সাধারণ ভগ্নাংশকে (simple fraction) আমরা ভাগ করে দশমিক সংখ্যায় লিখতে পারি। ধরা যাক 1/2, 1/4, 1/5 ও 1/8 ভগ্নাংশগুলো দশমিকে লিখতে চাই। তাহলে ভাগটা করে নিতে হবে। ভাগটা করে আমরা কী পাই।

এই চারটে ক্ষেত্রেই ভাগ শেষ করা যাচ্ছে কয়েক ধাপে। তারপর ভাগশেষ কিছু থাকছে না। এবার ভাগ করে দেখা যাক 1/3, 1/6, 1/9 ও 1/7 ভগ্নাংশগুলো ।

```
   0.5
2 |10
  |10
    0
```

```
   0.2
5 |10
  |10
    0
```

```
   0.25
4 |10
  | 8
    20
    20
     0
```

```
   0.125
8 |10
  | 8
    20
    16
     40
     40
      0
```

```
   0.3333
3 |10
  | 9
    10
     9
     10
      9
      10
       9
       1
ভাগফল 0.333....
```

```
   0.1666
6 |10
  | 6
    40
    36
     40
     36
      40
      36
       4
ভাগফল 0.166....
```

```
   0.1111
9 |10
  | 9
    10
     9
     10
      9
      10
       9
       1
ভাগফল 0.111....
```

```
   0.142857
7 |10
  | 7
    30
    28
     20
     14
      60
      56
       40
       35
        50
        49
         1
```

ওপরের শেষ চারটি ক্ষেত্রে আমরা দেখছি ভাগটা চলতেই থাকছে, কারণ একই ভাগশেষ বার বার ঘুরে আসছে। তাই ভাগফলে আমরা যে সংখ্যাটা পাচ্ছি তার দশমিকের পরে অসংখ্য অঙ্ক আসছে। প্রথম চারটে ভাগের ক্ষেত্রে তা হচ্ছে না – ভাগফলে দশমিকের পরে নির্দিষ্ট সংখ্যক অঙ্ক আছে।

মনে রাখো:
যেসব দশমিক সংখ্যার পরে নির্দিষ্ট সংখ্যক অঙ্ক আছে সেগুলোকে বলে **সসীম** দশমিক সংখ্যা (finite decimal) । যেসব দশমিক সংখ্যার পরে অসংখ্য অঙ্ক আছে যার কোনো শেষ নেই (non-terminating decimal), সেগুলোকে বলে **অসীম** দশমিক সংখ্যা (infinite decimal) ।

ওপরের চারটে ভাগফলের অসীম দশমিক সংখ্যাগুলো আরও একটু খুঁটিয়ে দেখি। দশমিক বিন্দুর পরে এক বা একাধিক সংখ্যা একই ভাবে বার বার ঘুরে আসছে। এই ধরনের দশমিক সংখ্যাকে **পৌনঃপুনিক বা আবৃত্ত** দশমিক সংখ্যা (recurring decimal) বলা হয়। আবৃত্ত দশমিক সংখ্যায় দশমিক বিন্দুর পরে যে অঙ্কটা বার বার আসছে তাকে বোঝানো হয় মাথায় একটা বিন্দু দিয়ে। একাধিক অঙ্ক নির্দিষ্ট নিয়মে বার বার এলে, তার প্রথম ও শেষ অঙ্কটার মাথায় বিন্দু (বা ওপরে একটি রেখা দিয়ে) দেওয়া হয়। এই নিয়মে আমরা লিখব –

$\frac{1}{3} = 0.\dot{3}$ বলব শূন্য দশমিক 3 পৌনঃপুনিক বা আবৃত্ত

$\frac{1}{9} = 0.\dot{1}$ বলব শূন্য দশমিক 1 পৌনঃপুনিক বা আবৃত্ত

$\frac{1}{6} = 0.1\dot{6}$ বলব শূন্য দশমিক 1, ও 6 পৌনঃপুনিক বা আবৃত্ত

$\frac{1}{7} = 0.\dot{1}2485\dot{7}$ বলব শূন্য দশমিক 124857 পৌনঃপুনিক বা আবৃত্ত

লক্ষ করো: কিছু আবৃত্ত দশমিক সংখ্যায় আবৃত্ত অংশটা শুরু হতে পারে দশমিক বিন্দুর পরেই, যেমন $0.\dot{3}$, বা $0.\dot{1}2485\dot{7}$। এই ধরনের আবৃত্ত দশমিককে বলে **শুদ্ধ আবৃত্ত** দশমিক (pure recurring decimal)। আবার কিছু আবৃত্ত দশমিক সংখ্যায় আবৃত্ত অংশটা দশমিক বিন্দুর এক বা একাধিক অঙ্কের পরে শুরু হতে পারে, যেমন $0.1\dot{6}$ । এগুলোকে বলে **মিশ্র আবৃত্ত** দশমিক (mixed recurring decimal)।

মনে রাখো: এটা নয় যে, অসীম দশমিক সংখ্যা মানেই যে তা আবৃত্ত দশমিক হবে। কিছু <u>অসীম দশমিক সংখ্যা হতে পারে, যা আবৃত্ত দশমিক নয়</u>, যেমন 2.01001000100001. . . . .।

9.3 আবৃত্ত দশমিকের আসন্ন মান

আবৃত্ত দশমিক হল অসীম (অশেষ বা অসমাপ্ত) সংখ্যা। তাকে প্রয়োজন হলে নির্দিষ্ট সংখ্যায় প্রকাশ করতে আমরা তার আসন্ন মান (approximate value of recurring decimal) নিয়ে থাকি। এর নিয়ম হল, দশমিকের পরে যে স্থানটা পর্যন্ত আসন্ন মান নিতে চাই, সেই স্থানের অঙ্কটার সাথে 1 যোগ করে লিখব ও বাকিটা কেটে দেব। উদাহরণ–

এক দশমিক পর্যন্ত আসন্ন মান	$0.\dot{3}$	$\cong 0.4$
দুই দশমিক পর্যন্ত আসন্ন মান	$0.\dot{1}$	$\cong 0.12$
তিন দশমিক পর্যন্ত আসন্ন মান	$0.1\dot{6}$	$\cong 0.167$
চার দশমিক পর্যন্ত আসন্ন মান	$0.\dot{1}2458\dot{7}$	$\cong 0.1246$

কোনো সাধারণ ভগ্নাংশ (simple fraction) সসীম দশমিক ভগ্নাংশ (finite decimal) হবে, যদি তার **হরে** (denominator) **মৌলিক উৎপাদক** (prime factor) **হিসাবে 2 বা 5** পাই। এক্ষেত্রে হরকে আমরা সহজেই প্রয়োজন মতো সংখ্যা দিয়ে গুণ করে 10, 100, বা 1000-য়ে নিয়ে যেতে পারি ও লবকেও সেই সংখ্যা দিয়ে গুণ করে ও তারপর ভাগ করে সসীম দশমিক সংখ্যা পাই। উদাহরণ –

$$\frac{3}{5} = \frac{3x20}{5\,x20} = \frac{60}{100} = 0.6; \quad \frac{11}{20} = \frac{11x5}{20x5} = \frac{55}{100}\ 0.55$$

সাধারণ ভগ্নাংশের হরের মৌলিক উৎপাদক অন্য কোনও সংখ্যা হলে, পাই অসীম দশমিক ভগ্নাংশ (infinite decimal)।

অনুশীলন 9.2

1. নিচের ভগ্নাংশগুলোর মধ্যে কোনগুলো সসীম আর কোনগুলো অসীম দশমিক ভগ্নাংশ (লঘিষ্ঠ আকারে নিয়ে হরের উঁৎপাদক বিশ্লেষণ করে দেখো) – 6/13, 121/55, 11/22; 31/64; 21/35; 27/49;
2. নিচের সাধারণ ভগ্নাংশগুলোকে দশমিক সংখ্যায়, অসীম না সসীম, আবৃত্ত দশমিকে, ও তিন দশমিক পর্যন্ত আসন্ন মানে লিখে শূন্য স্থান পূরণ করো –

ভগ্নাংশ	দশমিক সংখ্যা	অসীম/সসীম	আবৃত্ত দশমিক	আসন্ন মান
$\frac{3}{7}$				
$\frac{5}{9}$				

$\frac{13}{16}$				
$\frac{11}{4}$				

3. নিচের সাধারণ ভগ্নাংশগুলোকে দশমিক সংখ্যায় নিয়ে শুদ্ধ ও মিশ্র আবৃত্ত দশমিক সংখ্যাগুলো আলাদা করে দুই ভাগে লেখো –
   4/6; 6/7; 5/6; 4/15, 8/9; 5/11; 7/11; 3/13, 4/15

আবৃত্ত দশমিক সংখ্যাকে সাধারণ ভগ্নাংশে লেখা (recurring decimal to simple fraction)

আবৃত্ত দশমিক সংখ্যা দুই রকমের হয় – শুদ্ধ ও মিশ্র। এই দুই ক্ষেত্রে পদ্ধতিটা একটু আলাদা হয়। পদ্ধতিটার মূল কাজ হল, এমন একটা পূর্ণ সংখ্যা বার করা, যা দিয়ে আবৃত্ত দশমিক সংখ্যাটাকে গুণ করলে গুণফলে দশমিকের পরে আবৃত্ত অঙ্ক বা অঙ্কগুলোকে একটা পূর্ণ সংখ্যায় পাই। গুণফলের এই সংখ্যাকে ওই পূর্ণ সংখ্যা থেকে 1 কম দিয়ে ভাগ করে আমরা ভগ্নাংশটা পাব।

<u>শুদ্ধ আবৃত্ত দশমিককে সাধারণ ভগ্নাংশে প্রকাশ করা</u>

উদাহরণ 1. $0.\dot{3}$-কে সাধারণ ভগ্নাংশে প্রকাশ করা

আমরা জানি, $0.\dot{3} = 0.3333\ldots..$

সুতরাং, 10 দিয়ে দুই পাশকেই গুণ করে পাই (এখানে পূর্ণ সংখ্যাটি হল 10)

$0.\dot{3}\text{x}10 = 3.3333\ldots..$

বিয়োগ করি $\underline{0.\dot{3} = 0.3333\ldots..}$

বিয়োগ করে পেলাম $0.\dot{3}\text{x}10 - 0.\dot{3} = 3$

বিচ্ছেদ নিয়মে পাই $0.\dot{3}\text{x}\,(10-1) = 3$

বা, $0.\dot{3}\text{x}\,9 = 3$

সুতরাং, $0.\dot{3} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

উদাহরণ 2. $0.\dot{1}4285\dot{7}$-কে সাধারণ ভগ্নাংশে প্রকাশ করা

আমরা জানি, $0.\dot{1}4285\dot{7} = 0.142857\ldots..$

সুতরাং, পূর্ণ সংখ্যা 1000000 দিয়ে দুই পাশকেই গুণ করে পাই

$0.\dot{1}4285\dot{7}\text{x}1000000 = 142857.\dot{1}4285\dot{7}$

বিয়োগ করি $\underline{0.\dot{1}4285\dot{7} = 0.\dot{1}4285\dot{7}}$

বিয়োগ করে পাই $0.\dot{1}4285\dot{7}\text{x}1000000 - 0.\dot{1}4285\dot{7} = 142857$

বিচ্ছেদ নিয়মে পাই $0.\dot{1}4285\dot{7} \times (1000000-1) = 142857$

বা, $0.\dot{1}4285\dot{7} \times 999999 = 142857$

সুতরাং, $0.\dot{1}4285\dot{7} = \frac{142857}{999999} = \frac{1}{7}$

শুদ্ধ আবৃত্ত দশমিককে সাধারণ ভগ্নাংশে (pure recurring decimal to simple fraction) প্রকাশ করার নিয়ম: প্রথমে দশমিক বিন্দু ও আবৃত্ত দশমিকের পৌনঃপুনিক বিন্দু তুলে দিয়ে সংখ্যাটা লিখব। এটা হবে সাধারণ ভগ্নাংশের লব। এবার আবৃত্ত দশমিক অংশে যতগুলো অঙ্ক আছে, ততগুলো 9-কে আমরা হর হিসাবে নেব, ও ভগ্নাংশটাকে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ করব।

<u>মিশ্র আবৃত্ত দশমিককে সাধারণ ভগ্নাংশে প্রকাশ করা</u>

উদাহরণ 3. $0.1\dot{6}$-কে সাধারণ ভগ্নাংশে প্রকাশ করা

আমরা জানি, $0.1\dot{6} = 0.166666\ldots..$

সুতরাং, 100 দিয়ে দুই পাশকেই গুণ করে পাই

$0.1\dot{6} \times 100 = 16.666\ldots..$

আবার 10 দিয়ে দুই পাশকেই গুণ করে পাই

বিয়োগ করি $\underline{0.1\dot{6} \times 10 = 1.666\ldots..}$

বিয়োগ করে পেলাম $0.1\dot{6} \times 100 - 0.1\dot{6} \times 10 = 15$

বিচ্ছেদ নিয়মে পাই $0.1\dot{6} \times (100-10) = 15$

বা, $0.1\dot{6} \times 90 = 15$

সুতরাং, $0.1\dot{6} = \frac{15}{90} = \frac{1}{6}$

উদাহরণ 4. $2.37\dot{8}$-কে সাধারণ ভগ্নাংশে প্রকাশ করা

আমরা জানি, $2.37\dot{8} = 2.37888\ldots..$

সুতরাং, 1000 দিয়ে দুই পাশকেই গুণ করে পাই

$2.37\dot{8} \times 1000 = 2378.8888\ldots..$

আবার 100 দিয়ে দুই পাশকেই গুণ করে পাই

বিয়োগ করি $\underline{2.37\dot{8} \times 100 = 237.8888\ldots..}$

বিয়োগ করে পেলাম $2.37\dot{8} \times 1000 - 2.37\dot{8} \times 100 = (2378-237)$

বিচ্ছেদ নিয়মে পাই $2.37\dot{8} \times (1000-100) = 2141$

বা, $2.37\dot{8} \times 900 = 2141$

সুতরাং, $2.37\dot{8} = \frac{2141}{900}$

উদাহরণ 5. $0.1\dot{8}2\dot{3}$-কে সাধারণ ভগ্নাংশে প্রকাশ করা

আমরা জানি, $0.1\dot{8}2\dot{3} = 0.1823823823.....$

সুতরাং, 10000 দিয়ে দুই পাশকেই গুণ করে পাই

$0.1\dot{8}2\dot{3}\text{x}10000 = 1823.823823..$

আবার 10 দিয়ে দুই পাশকেই গুণ করে পাই

বিয়োগ করি $\underline{0.1\dot{8}2\dot{3}\text{x}10 = 1.823823..}$

বিয়োগ করে পাই $0.1\dot{8}2\dot{3}\text{x}10000 - 0.1\dot{8}2\dot{3}\text{x}10 = (1823-1)$

বিচ্ছেদ নিয়মে পাই $0.1\dot{8}2\dot{3}\text{x}\,(10000-10) = 1822$

বা, $0.1\dot{8}2\dot{3}\text{x}\,9990 = 1822$

সুতরাং, $0.1\dot{8}2\dot{3} = \frac{1822}{9990}$

মিশ্র আবৃত্ত দশমিককে সাধারণ ভগ্নাংশে (mixed recurring decimal to simple fraction) প্রকাশ করার নিয়ম: প্রথমে দশমিক বিন্দু ও আবৃত্ত দশমিকের পৌনঃপুনিক বিন্দু তুলে দাও। সংখ্যাটা লেখ ও তার থেকে পৌনঃপুনিকের আগের অঙ্কটা বা অঙ্কগুলো বিয়োগ করো । এটা হবে সাধারণ ভগ্নাংশের লব। এবার আবৃত্ত দশমিক অংশে যতগুলো অঙ্ক আছে, ততগুলো 9 হরে লিখে তার ডানপাশে বসাও দশমিক বিন্দুর পরে পৌনঃপুনিকের আগে যতগুলো অঙ্ক আছে ঠিক ততগুলো 0। এটা হবে সাধারণ ভগ্নাংশটার হর।

আবৃত্ত দশমিক সংখ্যাকে আমরা ভগ্নাংশে প্রকাশ করি কেন?
আবৃত্ত দশমিক সংখ্যাগুলোকে সরাসরি যোগ, বিয়োগ বা গুণ, ভাগ করা কঠিন। কিন্তু সাধারণ ভগ্নাংশে প্রকাশ করে নিলে আমরা তা সহজে করতে পারি।

অনুশীলন 9.3

1. নিচের আবৃত্ত দশমিক সংখ্যাগুলোকে সাধারণ ভগ্নাংশে প্রকাশ করো –

a. $0.\dot{3}\dot{9}$ b. $0.\dot{5}\dot{4}$ c. $0.0\dot{2}\dot{4}$ d. $0.08\dot{1}$

e. $0.27\dot{2}$ f. $3.\dot{4}2\dot{3}$ g. $0.0\dot{1}2\dot{1}$ h. $0.01\dot{2}\dot{3}$

2. ওপরে দেওয়া a. ও b. আবৃত্ত দশমিক সংখ্যা দুটো কী করে যোগ করবে বলো।

পাঠ 10. বর্গমূল

10.1 বর্গ সংখ্যার ধারণা

মনে করো, তোমার কাছে 81 টা গাছের চারা আছে। তুমি চারাগুলো এমনভাবে লাগাতে চাও, যাতে যতগুলো সারি করবে, ঠিক ততগুলোই চারা লাগাবে এক একটা সারিতে। তাহলে 81 টা চারা দিয়ে তুমি কটা সারি করবে, আর এক একটা সারিতে কটা করে চারা লাগাবে?

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9								

যেহেতু কিছুদূর পর্যন্ত নামতা আমাদের মুখস্থ, তাই আন্দাজ করে বলে দিতে পারি 9 টা সারিতে 9 টা করে চারা লাগাতে হবে, কারণ 9 x 9 হলো 81। কিন্তু যদি বলা হতো, 4489 টা চারা আছে, তাহলে উত্তরটা এত সহজে বার করতে পারবে না। এটা কী করে বলা যায়, সেটাই এখন শিখব।

এখানে 9-য়ের বর্গ হল 81। বর্গ (square) বুঝতে আমাদের জ্যামিতির একটা ধারণা ব্যবহার করতে হবে। আমরা জানি, চতুর্ভুজের চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য সমান হলে তাকে বর্গক্ষেত্র বা ইংরেজিতে স্কোয়ার (square) বলে। আর জানি, বাহুর দৈর্ঘ্য যদি ধরি a, তাহলে বর্গক্ষেত্রটার ক্ষেত্রফল (area) হয়, দুটি বাহুর গুণফল, a x a, যাকে লেখা হয়, a^2 ও বলা হয়, a স্কোয়ার বা a বর্গ ।

মনে রাখো:

1. কোনও সংখ্যাকে সেই সংখ্যা দিয়েই গুণ করলে যে গুণফল পাই, তাকে বলে ওই সংখ্যার **বর্গ** (square) ।
2. যে সংখ্যাকে দুবার গুণ করে গুণফল বা বর্গসংখ্যাটা পাওয়া গেল, সেই সংখ্যাটা হল ওই বর্গসংখ্যাটার **বর্গমূল** (square root) ।
3. **পূর্ণবর্গ সংখ্যা**র (square number) বর্গমূল হিসাবে আমরা একটি অখণ্ড বা পূর্ণ সংখ্যা (whole number) পাই।

উদাহরণ লক্ষ করো –

পূর্ণবর্গ সংখ্যা $9 = 3 \times 3 = 3^2$ (3 স্কোয়ার বা 3-য়ের বর্গ); 9-এর বর্গমূল, 3 ।

পূর্ণবর্গ সংখ্যা $16 = 4 \times 4 = 4^2$ (4 স্কোয়ার বা 4-য়ের বর্গ); 16-র বর্গমূল, 4 ।

কোনও সংখ্যার বর্গমূল বার করাকে লেখা হয় ওই সংখ্যাটাতে $\sqrt{}$ চিহ্ন দিয়ে। তাই আমরা লিখব, $\sqrt{9} = 3$; $\sqrt{16} = 4$; $\sqrt{169} = \sqrt{13 \times 13} = 13$ ।

কয়েকটা পূর্ণবর্গ সংখ্যা ও বর্গমূলের তালিকা

পূর্ণবর্গ		বর্গমূল	পূর্ণবর্গ		বর্গমূল	পূর্ণবর্গ		বর্গমূল
1=	1x1	1	64=	8x8	8	225=	15x15	15
4=	2x2	2	81=	9x9	9	256=	16x16	16
9=	3x3	3	100=	10x10	10	289=	17x17	17
16=	4x4	4	121=	11x11	11	324=	18x18	18
25=	5x5	5	144=	12x12	12	361=	19x19	19
36=	6x6	6	169=	13x13	13	400=	20x20	20
49=	7x7	7	196=	14x14	14	441=	21x21	21

পূর্ণবর্গ সংখ্যা (square number) **ও বর্গমূলের** (square root) **বিশেষত্ব**

নিচের সারণিতে অখন্ড সংখ্যার একক ঘরের অঙ্ক ও বর্গসংখ্যার একক ঘরের অঙ্ক লক্ষ করো –

এককে আছে	অখন্ড সংখ্যা	বর্গ সংখ্যা	এককে আছে
0	10, 20, 30, …70,…	100, 400, 900, …. 4900,...	0
1	11, 21, 31, …91,…	121, 441, 961, …. 8281,…	1
2	8, 12, 22, ... 32,…	64,144, 484, … 1024,...	4
3	13, 23, 33, …83,…	169, 529, 1089,… 6889,..	9
4	14, 24, 34, …64,…	196, 576, 1156, ... 4096,…	6
5	15, 25, 35, …75,…	225, 625, 1225,.. 5625,..	5
6	4,16, 26, … 36,…	16, 256, 676, … 1296,...	6
7	17, 27, 37, …87,…	289, 729, 1369,.. 7569,…	9
8	18, 28, 38, …68…	334, 784, 1444, .. 4624,..	4
9	19, 29, 39, …99,,..	361, 841, 1521, .. 9801,..	1

মনে রাখো:

1. পূর্ণবর্গ সংখ্যার এককের ঘরে 2, 3, 7, 8 পাই না;
2. পূর্ণবর্গ সংখ্যার এককের ঘরে 0 থাকলে বর্গমূলের এককের ঘরে 0 থাকে;
3. পূর্ণবর্গ সংখ্যার এককের ঘরে 1 থাকলে বর্গমূলের এককের ঘরে 1 বা 9;
4. পূর্ণবর্গ সংখ্যার এককের ঘরে 4 থাকলে বর্গমূলের এককের ঘরে 2 বা 8;
5. পূর্ণবর্গ সংখ্যার এককের ঘরে 5 থাকলে বর্গমূলের এককের ঘরে 5 থাকে;
6. পূর্ণবর্গ সংখ্যার এককের ঘরে 6 থাকলে বর্গমূলের এককের ঘরে 4 বা 6;
7. পূর্ণবর্গ সংখ্যার এককের ঘরে 9 থাকলে বর্গমূলের এককের ঘরে 3 বা 7;

আরও একটি বিশেষত্ব মনে রেখো –

8. অখণ্ড সংখ্যাটাতে যে কটা অঙ্ক থাকে, বর্গসংখ্যায় তার দ্বিগুণ বা দ্বিগুণের থেকে এক কম অঙ্ক থাকে। অর্থাৎ, অখণ্ড সংখ্যাটাতে 3টে অঙ্ক থাকলে তার বর্গসংখ্যায় থাকবে 6 অথবা 5টা অঙ্ক। যেমন, $289^2 = 83521$, বা $587^2 = 344569$। সুতরাং, পূর্ণবর্গ সংখ্যার অঙ্কসংখ্যা যদি জোড় হয়, তাকে 2 দিয়ে ভাগ করে বর্গমূলের অঙ্কসংখ্যা পাই; বিজোড় হলে 1 যোগ করে নিয়ে 2 দিয়ে ভাগ করে বর্গমূলের অঙ্কসংখ্যা পাই।

10.2 পূর্ণবর্গ সংখ্যার বর্গমূল – মৌলিক গুণনীয়ক (prime factor) পদ্ধতি

এই পদ্ধতি দিয়ে আমরা দুটো কাজ করতে পারব –

1. পূর্ণবর্গ সংখ্যার বর্গমূল বার করা;
2. একটি সংখ্যা পূর্ণবর্গ কিনা দেখা ও পূর্ণবর্গ না হলে বলা, ন্যূনতম কত দিয়ে গুণ অথবা ভাগ করলে পূর্ণবর্গ সংখ্যা পাব।

পূর্ণবর্গ সংখ্যার বর্গমূল বার করা (square root of square number)

16 সংখ্যাটাকে মৌলিক গুণনীয়কে ভেঙে লিখতে পারি–

$16 \quad = 2 \times 2 \times 2 \times 2$

আমরা যেসব মৌলিক গুণনীয়ক পেলাম, তাদেরকে জোড়ায় জোড়ায় লিখব,

$= (2 \times 2) \times (2 \times 2)$

তারপর প্রতি জোড়াকে একটি গুণনীয়ক হিসাবে নিলে আমরা বর্গমূল পাই,

$\sqrt{16} \quad = (2) \times (2) = 4$ ।

36 সংখ্যাটাকে মৌলিক গুণনীয়কে ভেঙে লিখতে পারি–

$36 \quad = 2 \times 2 \times 3 \times 3$

আমরা যেসব মৌলিক গুণনীয়ক পেলাম, তাদেরকে জোড়ায় জোড়ায় লিখব,

$= (2 \times 2) \times (3 \times 3)$

তারপর প্রতি জোড়াকে একটি গুণনীয়ক হিসাবে নিলে আমরা বর্গমূল পাই,

$\sqrt{36} \quad = (2) \times (3) = 6$ ।

পদ্ধতিটা মনে রাখো:
1. প্রথমে সংখ্যাটাকে মৌলিক গুণনীয়কে ভেঙে লেখো;
2. মৌলিক গুণনীয়কগুলোকে জোড়ায় জোড়ায় পর পর সাজিয়ে লেখো;
3. প্রতি জোড়া থেকে একটা করে গুণনীয়ক নিয়ে লেখো;
4. এই গুণনীয়কগুলোকে গুণ করে সংখ্যাটার বর্গমূল পাবে।

উদাহরণ 1. মৌলিক গুণনীয়ক পদ্ধতিতে 3136 এর বর্গমূল বের করো ।

সমাধান:

$$\begin{array}{r|r} 2 & \underline{3136} \\ 2 & \underline{1568} \\ 2 & \underline{784} \\ 2 & \underline{392} \\ 2 & \underline{196} \\ 2 & \underline{98} \\ 7 & \underline{49} \\ & 7 \end{array}$$

সুতরাং, মৌলিক গুণনীয়কে ভেঙে,

$$\begin{aligned} 3136 &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7 \\ &= (2 \times 2) \times (2 \times 2) \times (2 \times 2) \times (7 \times 7) \end{aligned}$$

অতএব, 3136 এর বর্গমূল,

$$\sqrt{3136} = (2) \times (2) \times (2) \times (7) = 56 \text{ ।}$$

উদাহরণ 2. মৌলিক গুণনীয়ক পদ্ধতিতে 44100 এর বর্গমূল বের করো ।

সমাধান:

$$\begin{array}{r|r} 2 & \underline{44100} \\ 2 & \underline{22050} \\ 3 & \underline{11025} \\ 3 & \underline{3675} \\ 5 & \underline{1225} \\ 5 & \underline{245} \\ 7 & \underline{49} \\ & 7 \end{array}$$

সুতরাং, মৌলিক গুণনীয়কে ভেঙে,

$$\begin{aligned} 44100 &= 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 \times 7 \\ &= (2 \times 2) \times (3 \times 3) \times (5 \times 5) \times (7 \times 7) \end{aligned}$$

অতএব, 44100 এর বর্গমূল,

$$\sqrt{44100} = (2) \times (3) \times (5) \times (7) = 210 \text{ ।}$$

অনুশীলন 10.1 মৌলিক গুণনীয়ক পদ্ধতিতে বর্গমূল বার করো,
4356, 8281, 38025, 207936।

উত্তর: মিলিয়ে দেখে নাও, 66, 91, 195, 456।

একটি সংখ্যা পূর্ণবর্গ কিনা দেখা, ও পূর্ণবর্গ না হলে বলা, ন্যূনতম কোন অখণ্ড সংখ্যা দিয়ে গুণ অথবা ভাগ করলে পূর্ণবর্গ সংখ্যা পাব

যেকোনও সংখ্যাকে তার মৌলিক গুণনীয়ক বা উৎপাদকগুলোতে ভেঙে লেখা যায়। বর্গমূল বার করার পদ্ধতিতে দেখলাম যে পূর্ণবর্গ সংখ্যায় মৌলিক গুণনীয়কগুলোর সবকটাই জোড়ায় জোড়ায় থাকে।

> মনে রাখো:
> কোনও সংখ্যার মৌলিক গুণনীয়কগুলোতে যদি কোনও মৌলিক গুণনীয়ক বিজোড় থাকে, তাহলে সেই সংখ্যা পূর্ণবর্গ হয় না।

উদাহরণ 3. বিশ্লেষণ করে বলো, 18 সংখ্যাটা পূর্ণবর্গ কিনা।

$$\begin{array}{r|l} 2 & 18 \\ \hline 3 & 9 \\ \hline & 3 \end{array}$$

18-কে মৌলিক গুণনীয়কে ভেঙে লিখলে পাই

$18 = 2 \times 3 \times 3 = 2 \times (3 \times 3)$

এখানে মৌলিক গুণনীয়ক, 3 জোড় সংখ্যায় আছে, কিন্তু 2 বিজোড় সংখ্যায় আছে । সুতরাং 18 পূর্ণবর্গ সংখ্যা নয়।

এবার লক্ষ করো, যেহেতু 2 বিজোড়ে আছে বলে সংখ্যাটা পূর্ণবর্গ হচ্ছে না, তাই 18 সংখ্যাটাকে 2 দিয়ে একবার গুণ করে নিলেই আমরা 2-কে জোড়ে পাব। কারণ, তাহলে আরও একটা 2 মৌলিক গুণনীয়ক হিসাবে পেয়ে যাব। অর্থাৎ, এখানে 2 দিয়ে গুণ করে নিলে আমরা একটা পূর্ণবর্গ সংখ্যা পাব,

$18 \times 2 = (2 \times 2) \times (3 \times 3) = 36$ একটা পূর্ণবর্গ সংখ্যা ।

আবার দেখো, বিজোড় 2-টাকে যদি আমরা বাদ দিতে পারি, তাহলেও একটা পূর্ণবর্গ সংখ্যা পাই। এটা করা যাবে 2 দিয়ে ভাগ করলে। অর্থাৎ, 2 দিয়ে ভাগ করে আমরা পাই,

$18 \div 2 = (2 \div 2) \times (3 \times 3) = 9$ একটা পূর্ণবর্গ সংখ্যা ।

> মনে রাখো: কোনও সংখ্যার মৌলিক গুণনীয়কগুলোর যেটা বিজোড় সংখ্যায় আছে, সেটা দিয়ে সংখ্যাটাকে গুণ অথবা ভাগ করলে আমরা গুণফল অথবা ভাগফলকে একটা পূর্ণবর্গ সংখ্যায় পাই।

অনুশীলন 10.2 পরীক্ষা করে বলো এই সংখ্যাগুলো পূর্ণবর্গ কিনা। পূর্ণবর্গ না হলে সবচেয়ে ছোট কোন্ অখণ্ড বা পূর্ণ সংখ্যা দিয়ে গুণ বা ভাগ করলে আমরা পূর্ণবর্গ সংখ্যা পাবো –

162, 432, 845, 588 ।

মৌলিক গুণনীয়ক বা উৎপাদক দিয়ে বর্গমূল বার করার পদ্ধতিটার প্রয়োগ করে অঙ্কের কিছু বিশেষ সমস্যার সমাধান কী করে করা যায় তার উদাহরণ দেখব।

উদাহরণ 4. রাজুর কাছে কয়েকটা কাঁচের গুলি আছে। সেগুলো সে বর্গাকারে সাজিয়ে রাখতে চেষ্টা করে দেখল, প্রতি স্তম্ভে ও প্রতি সারিতে 12টা করে বল সাজালে 6 টা বল পড়ে থাকে। রাজুর কাছে মোট কটা বল ছিল?

সমাধান: 12 টা করে বর্গাকারে সাজালে মোট লাগে 12^2 বা 12 x 12 = 144টা। সুতরাং, রাজুর কাছে ছিল 144+6 = 150টা কাঁচের গুলি।

উদাহরণ 5. মিতার কাছে 452 টা কাঁচের গুলি আছে। সেগুলোকে সে বর্গ ক্ষেত্রের আকারে স্তম্ভ ও সারিতে সমান সংখ্যায় সাজাতে গিয়ে দেখল 11 টা কাঁচের গুলি বেশি আছে। মিতার সাজানোয় প্রতি সারি ও স্তম্ভে কটা করে কাঁচের গুলি আছে?

সমাধান: 11 টা কাঁচের গুলি সাজানোয় রাখা যায়নি। সুতরাং বর্গাকারে সাজানো হয়েছে 452–11= 441 টা কাঁচের গুলি। তাহলে প্রতি সারি বা স্তম্ভে কটা করে কাঁচের গুলি আছে জানতে আমাদের 441-য়ের বর্গমূল বার করতে হবে।

3	441	441- কে মৌলিক গুণনীয়কে ভেঙে আমরা পাই,
3	147	441= (3 x 3) x (7 x 7)
7	49	সুতরাং, 441-য়ের বর্গমূল 3 x 7= 21
7	7	মিতার সাজানোয় প্রতি সারি ও স্তম্ভে 21টা করে
	1	কাঁচের গুলি আছে।

উদাহরণ 6. মিলি 220 টা কাঁচের গুলি বর্গাকারে সাজাতে গিয়ে দেখল 5 টা গুলি কম পড়ছে। হিসেব করে বলো, মিলি প্রতি সারিতে কটা করে গুলি রেখেছে।

সমাধান: যদি মিলির আরও 5 টা কাঁচের গুলি থাকত, তাহলে ওর মোট কাঁচের গুলি হত 220+5= 225 টা। 225টা গুলিকে বর্গাকারে সাজালে প্রতি সারি ও স্তম্ভে গুলির সংখ্যা হবে 225-র বর্গমূল।

5	225	225- কে মৌলিক গুণনীয়কে ভেঙে আমরা পাই,
5	45	225= (5 x 5) x (3 x 3)
3	9	সুতরাং, 225-য়ের বর্গমূল 5 x 3= 15
3	3	মিলির সাজানোয় প্রতি সারি ও স্তম্ভে 15টা করে
	1	কাঁচের গুলি আছে।

উদাহরণ 7. আমরা 5 জন বন্ধু মিলে ঠিক করলাম, প্রত্যেকেই আমাদের সংখ্যা যত ঠিক ততগুলো করে খাবারের প্যাকেট নেব, মানে 5টা করে। এক একটা প্যাকেটে 1 টা করে কলা আর 2 টা করে সন্দেশ থাকবে। মোট কটা কলা আর সন্দেশ লাগবে বলো।

সমাধান: এখানে 5 জন প্রত্যেকে 5 টা করে প্যাকেট পাবে। সুতরাং মোট প্যাকেটের সংখ্যা আমরা পাবো 5-য়ের বর্গ করে, অর্থাৎ $5^2 = 5x5=125$।
তাহলে, কলা লাগবে 125 টা ও সন্দেশ লাগবে $125 \times 2 = 250$ টা।

উদাহরণ 8. বন্ধুরা মিলে কলা আর কমলালেবু নিয়ে এল। যতজন বন্ধু ছিল তার প্রত্যেকে ততগুলো করে কলা আর তার দ্বিগুণ করে কমলালেবু পেল। কলা ও কমলালেবু মিলে মোট 192টা হলে বলো মোট কতজন বন্ধু ছিল।
সমাধান: 1 টা কলা ও তার দ্বিগুণ 2 টা কমলালেবু নিয়ে এক এক জনের ভাগ হলে মোট ভাগ বা প্যাকেট হবে $192 \div 3 = 64$ ভাগ। বন্ধুর সংখ্যা যতজন, প্রত্যেকে ঠিক ততগুলো করে প্যাকেট পেলে বন্ধুর সংখ্যা হবে 64-র বর্গমূল বা $\sqrt{64} = 8$ জন। প্রত্যেকে পেল 8টা করে প্যাকেটে মোট 8 করে কলা আর 16টা করে কমলালেবু।

অনুশীলন 10.3

1. মনে মনে হিসেব করে বল–

   a) $7^2 =$ b) $\sqrt{100} =$ c) $9^2 =$ d) $\sqrt{121} =$

   e) $\sqrt{2x3x2x3} =$ f) $\sqrt{5^2 \times 3^2} =$ g) $\sqrt{12 \times 12} =$

2. 256টা আম এমনভাবে ঝুড়িতে রাখো, যাতে যতগুলো ঝুড়ি আছে তার প্রত্যেকটাতে ঠিক ততগুলো আম থাকে। মোট কটা ঝুড়িতে আম রাখবে?

3. আলমারিতে যতগুলো তাক আছে, প্রতি তাকে ঠিক ততগুলো করে বই রাখার পর 6টা বই বাকি রয়ে গেল। মোট বই ছিল 70টা। হিসেব করে বল আলমারিতে কটা তাক ছিল।

4. গ্রামের রাস্তা মেরামতের কাজে যত জন কাজে লেগেছিল তারা ঠিক ততদিন করে কাজ করে মোট 28000 টাকা রোজগার করল। এক একজনের দৈনিক রোজগার 70 টাকা হলে মোট কতজন কাজে এসেছিল বলো ।

5. বন্ধুরা মিলে খেলার মাঠ পরিষ্কার ও তারপর একসাথে খাবে বলে নিজেরাই টাকা জমা করল। যতজন বন্ধু আছে প্রত্যেকে ততগুলো 2 টাকা করে চাঁদা দিল। মোট 288 টাকা উঠল। কতজন বন্ধু ছিল হিসেব করে বলো ।

6. ক্লাবের লাইব্রেরির বই কেনার জন্য প্রত্যেক সদস্য টাকা দিল মোট যতজন সদস্য তার তিনগুণ করে। মোট টাকা উঠল 3072। ক্লাবের মোট সদস্য সংখ্যা কত বলো ।
7. আমার একটা বর্গাকার বাক্স আছে। প্রতি খোপে 2 টা 1 টাকা, 1 টা 2 টাকা, ও 1 টা 5 টাকার মুদ্রা রাখলাম। এতে আমার মোট 1296 টাকা লেগে গেল। হিসেব করে বলো বাক্সের প্রতি সারিতে কটা করে খোপ আছে।

উত্তর 10.3

2.	3.	4	5.	6.	7.	8.	9.
16টা ঝুড়ি	8টা তাক	20জন	12জন	32জন	8জন	15জন	12টা খোপ

একাধিক সংখ্যা দিয়ে ভাগ যায় এমন ক্ষুদ্রতম পূর্ণবর্গ সংখ্যা বের করা

আমরা জানি, একাধিক সংখ্যা দিয়ে ভাগ করা যায় এমন ক্ষুদ্রতম সংখ্যা হল ওই সংখ্যাগুলোর লসাগু (LCM) । এই সংখ্যাটা পূর্ণবর্গ সংখ্যা নাও হতে পারে। সেক্ষেত্রে সংখ্যাটাকে ন্যূনতম সংখ্যা দিয়ে গুণ করে পূর্ণবর্গ করে নিতে হবে, যা আমরা করতে শিখেছি আগের অনুচ্ছেদে।

উদাহরণ 9. ক্ষুদ্রতম পূর্ণবর্গ সংখ্যা বের করো, যেটা 25, 40 ও 60 দিয়ে বিভাজ্য (ভাগ করা যায়)।

আমরা 25, 45 ও 60-য়ের লসাগু বার করব।
এখানে লসাগু পাই–

$2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5$

$= 2^2 \times 5^2 \times 2 \times 3$

এখানে লসাগু সংখ্যাটা পূর্ণবর্গ নয়।

$$\begin{array}{r|rrr}
2 & 25 & 40 & 60 \\ \hline
2 & 25 & 20 & 30 \\ \hline
2 & 25 & 10 & 15 \\ \hline
3 & 25 & 5 & 15 \\ \hline
5 & 25 & 5 & 5 \\ \hline
 & 5 & 1 & 1
\end{array}$$

পূর্ণবর্গ করে নিতে আমাদের গুণ করতে হবে একটা 2 ও একটা 3 দিয়ে। সুতরাং, 25, 40 ও 60 দিয়ে বিভাজ্য ক্ষুদ্রতম পূর্ণবর্গ সংখ্যা হল $2^2 \times 5^2 \times 2^2 \times 3^2 = 3600$ ।

উদাহরণ 10. ইস্কুলের বার্ষিক অনুষ্ঠানে ছাত্রছাত্রীদের দাঁড় করানো হল বিভিন্নভাবে। সারিতে 12, 15 ও 20 জন করে এক একবার, ও তারপর বর্গাকারেও দাঁড় করানো হল। মোট কত ছাত্রছাত্রী ছিল?

এখানে আমাদের 12, 15 ও 20, সংখ্যা তিনটের লসাগু বার করতে হবে ও দেখতে হবে লসাগু সংখ্যাটা পূর্ণবর্গ কিনা। না হলে তাকে পূর্ণবর্গ করে নিতে হবে।

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 12 & 15 & 20 \\ \hline 2 & 6 & 15 & 10 \\ \hline 3 & 3 & 15 & 5 \\ \hline 5 & 1 & 5 & 5 \\ \hline & 1 & 1 & 1 \end{array}$$

এখানে লসাগু হল $2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$ । দেখা যাচ্ছে সংখ্যাটা পূর্ণবর্গ নয়। তাই 60 জনকে বর্গাকারে সাজানো যায় না। পূর্ণবর্গ করে নিতে আমাদের গুণ করতে হবে একটা 3 ও একটা 5 দিয়ে।

সুতরাং, ছাত্রছাত্রীদের সংখ্যা হল $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 = 900$ জন ।

উদাহরণ 11. দুটো সংখ্যার গুণফল 324 ও বড় সংখ্যাটাকে ছোট সংখ্যা দিয়ে ভাগ করে পাই 4। সংখ্যা দুটো কী কী বার করো।

মনে করি, বড় সংখ্যাটা হল x আর ছোট সংখ্যাটা হল y। বলে দেওয়া আছে–

$$x.y = 324 \quad \text{ও} \quad \frac{x}{y} = 4$$

সুতরাং, এই দুটোকেই গুণ করে আমরা পাই,

$$x.\cancel{y} \times \frac{x}{\cancel{y}} = 324 \times 4 = 1296$$

অথবা, $x^2 = 1296$ । সুতরাং, $x = \sqrt{1296} = 36$ ।

এবারে দেখি, $x.y = 324$ মানে হল $36.y = 324$। অতএব, $y = 324 \div 36 = 9$।

অনুশীলন 10.4

1. বার করো, কোন ক্ষুদ্রতম পূর্ণবর্গ সংখ্যাকে 12, 16, 20, 24 দিয়ে ভাগ করা যায়। এই সংখ্যাগুলো দিয়ে বিভাজ্য এর পরের পূর্ণবর্গ সংখ্যা কোন্টা হবে?
   [সমাধান সূত্র: পরের পূর্ণবর্গ সংখ্যাটা বার করতে গুণ করো 2×2 বা 4 দিয়ে]
2. দুটো সংখ্যার গুণফল 72 আর বড় সংখ্যাটাকে ছোট সংখ্যাটা দিয়ে ভাগ করে পাই 2। সংখ্যা দুটো বার করো।
3. তিনটে সংখ্যার প্রথম ও দ্বিতীয়টার গুণফল 24, দ্বিতীয় ও তৃতীয়টার গুণফল 48, আর প্রথম ও তৃতীয়টার গুণফল 32। সংখ্যা তিনটে বার করো। [সমাধান সূত্র: $xy=24$, $yz=48$, $xz=32$। সুতরাং, $yz \div xy = 48 \div 24$ বা, $z \div x = 2$। অতএব, $(z \div x) \times xz = 2 \times 32$ বা, $z^2 = 64$]
4. ছাত্রদের এক একবার সারিতে 18, 24, ও 27 জন করে দাঁড়াতে বলা হল। তারপর তাদেরকে বর্গাকারেও দাঁড় করানো হল। ছাত্র সংখ্যা কমপক্ষে মোট কত বের করো।

5. ছাত্রদের এক একবার সারিতে 12, 15, ও 20 জন করে দাঁড়াতে বলা হল। তারপর তাদেরকে বর্গাকারেও দাঁড় করানো হল। ছাত্র সংখ্যা কমপক্ষে মোট কত বের করো।
6. দুটো সংখ্যার গুণফল 147 ও বড় সংখ্যাটাকে ছোট সংখ্যা দিয়ে ভাগ করলে হয় 3। সংখ্যা দুটো বার করো।

উত্তর 10.4

1.	2.	3.	4.	5.	6.
3600	12, 6	4, 6, 8	1296	900	21, 7

10.3 ভাগ করে যেকোনও সংখ্যার বর্গমূল বার করা

যেকোনও সংখ্যারই বর্গমূল বার করা যায়, অর্থাৎ, এমন একটি সংখ্যা পাওয়া যাবে, যার বর্গ করলে (মানে দুবার গুণ করলে) আমরা ওই সংখ্যাটা পাব। ভাগ করে বর্গমূল করার পদ্ধতিটা দুই ধরনের সংখ্যা নিয়ে শিখব – অখণ্ড সংখ্যা আর দশমিক ভগ্নাংশের সংখ্যা। মনে রাখতে হবে, একমাত্র পূর্ণবর্গ সংখ্যার ক্ষেত্রেই আমরা অখণ্ড সংখ্যায় বর্গমূল পাব। তা না হলে আমরা অখণ্ড বর্গমূল সংখ্যাটা পাব দশমিক ভগ্নাংশে, বা কয়েকটা দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মানে।

ভাগ পদ্ধতিতে অখণ্ড সংখ্যার বর্গমূল বার করা (square root by division)

উদাহরণ 12. বর্গমূল বের করো: 2304।

ধাপ 1. 2304-কে ভাজ্য (dividend) ধরে এককের ঘর থেকে শুরু করে বাঁদিকের প্রতি জোড়া অঙ্কের ওপরে দাগ দিয়ে রাখো। এখানে চারটে অঙ্ক বা দুই জোড়া অঙ্ক আছে। বিজোড় হলে বাঁদিকের শেষ ঘরটার অঙ্কটা জোড়ায় আসবে না। এটা পরের উদাহরণে দেখব। এখানে আমরা দাগ দিয়ে নিলাম $\overline{23}\,\overline{04}$।

ধাপ 2. বাঁদিকে ভাগ করার ভাজক (divisor) সংখ্যাটা লেখার জন্য উল্লম্ব রেখা দিয়ে তার পাশে সংখ্যাটা লিখব। এবার ভাজ্য সংখ্যাটার ওপরেও সমান্তরাল রেখা দিয়ে রাখব ভাগফল (quotient) লেখার জন্য [*সংখ্যার ডান পাশে উল্লম্ব রেখা দিয়ে ভাগফল লেখার জায়গা রাখাও যেতে পারে ।*

$$\begin{array}{r|l} & \\ \hline & \overline{23}\,\overline{04} \end{array}$$

ধাপ 3. এবারে ভাগ করা। সর্বদা এক জোড়া করে অঙ্ক নিয়ে ভাগ করব। প্রথম জোড়াটা হল 23। ভাজক হিসাবে এমন একটা সংখ্যা নিতে হবে যার বর্গ করলে আমরা 23 বা 23-য়ের কম সবচেয়ে কাছের সংখ্যা পাব।

$$\begin{array}{r|l} & 4 \\ \hline 4 & 23\ 04 \\ & 16 \\ \hline & \ \ 7 \end{array}$$

আমরা জানি 5^2=25 হল 23-য়ের থেকে বড়। তাই 4 দিয়ে ভাগ করব। অর্থাৎ, 23-য়ের সবচেয়ে কাছের বর্গসংখ্যা 16-র বর্গমূল 4-কে ভাজকের জায়গায় ও ভাগফলের জায়গায় লিখব, আর 23-য়ের নিচে লিখব 16। এই ধাপে বিয়োগ করে নিচে ভাগশেষ (remainder) লিখব 7।

ধাপ 4. এবারে পরের জোড়া অঙ্ক দুটো, 04-কে, নিচে নামিয়ে ভাগশেষের পাশে লিখব। এবার ভাগ করব 704-কে। ভাগ করার জন্য আগের ধাপে পাওয়া ভাগফল, 4-কে দ্বিগুণ করে নিয়ে ভাজকের জায়গায় নামিয়ে লিখব 8, পাশে একটু জায়গা রেখে, যাতে আর একটা অঙ্ক বসানো যায়।

$$\begin{array}{r|l} & 4 \\ \hline 4 & \overline{23}\ \overline{04} \\ & 16 \\ \hline 8 & \ \ 7\,04 \end{array}$$

ধাপ 5. এবারে এমন একটা একক সংখ্যা নিতে হবে যাকে 8-য়ের পাশে লিখে ওই সংখ্যাটা দিয়েই গুণ করলে 704 বা তার কম সবচেয়ে কাছের সংখ্যা পাওয়া যাবে। আমরা জানি 8x9 হল 72, তাই এই এই সংখ্যাটা 9 হবে না। আমরা 8 নিয়ে দেখি। 88x8 হল 704। তাই এই সংখ্যাটা হল 8। একে ভাজকে 8-য়ের পাশে লিখে পাব 88 আর ভাগফলেও 4-য়ের পাশে লিখে পাব 48। এখানে আর কোনও ভাগশেষ থাকল না। তাই 2304 হল একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা।

$$\begin{array}{r|l} & 4\ 8 \\ \hline 4 & \overline{23}\ \overline{04} \\ & 16 \\ \hline 88 & \ \ 7\,04 \\ & \ \ \underline{7\,04} \\ & \qquad 0 \end{array}$$

উত্তর: 2304 একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা যার বর্গমূল হল 48।

উদাহরণ 13. বর্গমূল বের করো: 31684।

এখানে সংখ্যাটার ডানদিক থেকে নিয়ে এক এক জোড়া অঙ্কের ওপরে দাগ দিয়ে নিলে বাঁদিকে একটা অঙ্ক বাকি থেকে যায়, কারণ অঙ্ক আছে বিজোড় সংখ্যায়, $3\ \overline{16}\ \overline{84}$। এবারে একই পদ্ধতিতে ধাপে ধাপে ভাগ করতে হবে।

ধাপ 1. ভাগ করতে হবে একক সংখ্যা 3-কে নিয়ে। এখানে সবচেয়ে কাছের বর্গসংখ্যা 1। আমরা ভাজক ও ভাগফলে 1 লিখে নেব ও 3 থেকে 1 বিয়োগ করে ভাগশেষ পাব 2।

$$\begin{array}{r|l} & 1 \\ \hline 1 & 3\ \overline{16}\ \overline{84} \\ & 1 \\ \hline 2 & 2\,16 \end{array}$$

ধাপ 2. এবারে পরের জোড়া অঙ্ক দুটো, 16-কে, নিচে নামিয়ে ভাগশেষের পাশে লিখব। এবার ভাগ করব 216-কে। ভাগ করার জন্য আগের ধাপে পাওয়া ভাগফল, 1-কে দ্বিগুণ করে নিয়ে ভাজকের জায়গায় নামিয়ে লিখব 2, পাশে একটু জায়গা রেখে, যাতে আর একটা অঙ্ক বসানো যায়।

$$\begin{array}{r|l} & 1\ 7 \\ \hline 1 & 3\ \overline{16}\ \overline{84} \\ & 1 \\ \hline 27 & 2\,1\,6 \\ & \underline{1\,8\,9} \\ & \ \ \ 2\,7 \end{array}$$

ধাপ 3. এবার 216-কে ভাগ করব 2-য়ের পাশে এমন একটা সংখ্যা বসিয়ে ভাজক হিসাবে নিয়ে, যাতে ওই সংখ্যাটাকেই ভাগফল হিসাবে পাই। আন্দাজ করে দেখো, এই সংখ্যাটা হবে 7। কারণ 28x8 হয়ে যায় 224, আর 27x7 পাই 189। এখানে ভাজকে 2-য়ের পাশে 7 বসিয়ে ও ভাগফলে 7 লিখে এই ধাপে ভাগশেষ থাকল 27।

```
       1 7  8
1    | 3 16 84
     | 1
27   | 2 1 6
     | 1 8 9
348  |   2 7 84
     |   2 7 84
     |        0
```

ধাপ 4. এবারে পরের জোড়া অঙ্ক দুটো, 84-কে, নিচে নামিয়ে ভাগশেষের পাশে লিখব। এবার ভাগ করব 2784-কে । ভাগ করার জন্য আগের ধাপে পাওয়া ভাগফল, 17-কে দ্বিগুণ করে নিয়ে ভাজকের জায়গায় নামিয়ে লিখব 34, পাশে একটু জায়গা রেখে, যাতে আর একটা অঙ্ক বসানো যায়। আন্দাজ করে দেখো, এই অঙ্কটা 8 হতে পারে কারণ 3x8 হল 24 যা ভাজ্যের 27-য়ের থেকে কম। 348x8 করে পাই 2 7 84 । সুতরাং, ভাগশেষ কিছু থাকে না।

উত্তর: 31684 একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা যার বর্গমূল হল 178।

পূর্ণবর্গ নয় এমন সংখ্যার সাথে ন্যুনতম কত বিয়োগ বা যোগ করে পূর্ণবর্গ করে নেওয়া যায়

উদাহরণ 14. ন্যূনতম কত বিয়োগ করলে 8655 থেকে পূর্ণবর্গ সংখ্যা পাই।

```
        9  3
9    | 86 55
     | 81
183  |  5 55
     |  5 49
     |     6
```

ভাগ পদ্ধতিতে দুটো ধাপে ভাগ করে আমরা ভাগশেষ পাই 6। সুতরাং, 8655 থেকে 6 বিয়োগ করে আমরা পাব 8649, যা একটা পূর্ণবর্গ সংখ্যা ও তার বর্গমূল হল 93।

উদাহরণ 15. ন্যূনতম কত যোগ করে 651201-কে পূর্ণবর্গ করে নেওয়া যায়।

```
         8  0  6
8     | 65 12 01
      | 64
160   |  1 12
      |  0 00
1606  |  1 12 01
      |    96 36
      |    15 65
```

দ্বিতীয় ধাপটা লক্ষ্য করো। 16-র পরে কোনও সংখ্যা বসিয়ে তাকে সেই সংখ্যাটা দিয়ে গুণ করে 112-কে ভাগ করা যাচ্ছে না। তাই আমরা ভাজকে 16-র পরে 0 বসিয়েছি ও ওপরে ভাগফলেও 0 লিখেছি। তৃতীয় ধাপের শেষে আমরা বর্গমূলে পাচ্ছি 806 ও ভাগশেষ থেকে যাচ্ছে 1565। তাই 651201 সংখ্যাটা পূর্ণবর্গ নয়।

সুতরাং, এই সংখ্যাটার সাথে কোনও সংখ্যা যোগ করে নিয়ে ন্যূনতম যে পূর্ণবর্গ সংখ্যা পাওয়া যাবে তার বর্গমূল হবে 806+1=807। এই পূর্ণবর্গ সংখ্যাটা হবে $807^2 = 651249$ । অতএব, 651201-য়ের সঙ্গে আমাদের যোগ করতে হবে $651289 - 651201 = 48$ ।

উদাহরণ 16. বার করো, 2000-য়ের সবচেয়ে কাছের পূর্ণবর্গ সংখ্যা কোন্‌টা।

আমরা প্রথমে বর্গমূল বার করার ভাগ পদ্ধতিতে দেখব, নূন্যতম কত বিয়োগ ও যোগ করে আমরা পূর্ণবর্গ সংখ্যা পেতে পারি। এই বিয়োগফল ও যোগফলের মধ্যে যেটা ছোট হবে তার থেকে পাওয়া পূর্ণবর্গ সংখ্যাটাই 2000-য়ের সবচেয়ে কাছের পূর্ণবর্গ সংখ্যা হবে।

```
      4 4
 4  | 20 00
    | 16
 84 |  4 00
    |  3 36
    |    64
```

আমরা পাই, 2000 থেকে ন্যূনতম 64 বিয়োগ করে একটা পূর্ণবর্গ সংখ্যা 2000 – 64=1936 পাই, যার বর্গমূল হবে 44। আবার, এর ঠিক পরের বর্গমূল 44+1=45 দিয়ে বর্গসংখ্যা পাই $45^2 = 2025$। সুতরাং এই সংখ্যাটা পাই 2025–2000 =25 যোগ করে। যেহেতু $64 > 25$, তাই 2000-য়ের সবচেয়ে কাছের পূর্ণবর্গ সংখ্যাটা হল, যেটা যোগ করে পাই, 2025।

> লক্ষ করো: কোনও সংখ্যা যোগ করে কাছের পূর্ণবর্গ সংখ্যাটা বেশি হতে পারে আর কোনও সংখ্যা বিয়োগ করে কম হতে পারে । কত যোগ ও কত বিয়োগ করতে হচ্ছে তুলনা করে ছোটটা নিলেই সবচেয়ে কাছের পূর্ণবর্গ সংখ্যাটা পাব।

অনুশীলন 10.5

1. ভাগ পদ্ধতি ব্যবহার করে বর্গমূল বার করো

a. 289	b. 529	c. 784	d. 625	e. 1024
f. 961	g. 1225	h. 900	i. 841	j. 1089

2. 3000-য়ের সবচেয়ে কাছের (নিকটতম) পূর্ণবর্গ সংখ্যা কত?
3. চার অঙ্কের সবচেয়ে ছোট পূর্ণবর্গ সংখ্যা কত । [সূত্র: 1000 সাথে কত যোগ করবে]
4. চার অঙ্কের সবচেয়ে বড় পূর্ণবর্গ সংখ্যা কত। [সূত্র: 9999 থেকে কত বিয়োগ করবে]
5. চার অঙ্কের সবচেয়ে ছোট আর সবচেয়ে বড় পূর্ণবর্গ সংখ্যা বার করো, যা 8, 15, 20, 25 দিয়ে ভাগ করা যায় (বা বিভাজ্য)।
   [সূত্র: বর্গ সংখ্যা 2,4,16,25 দিয়ে গুণ ও ভাগ কর দেখো]

6. 202* সংখ্যায় *-য়ের জায়গায় কত বসালে সংখ্যাটা পূর্ণবর্গ হয়?
[সূত্র: প্রথমে 9 বসিয়ে দেখো ন্যূনতম কত বিয়োগ করে পূর্ণবর্গ হয়]

উত্তর 10.5

1a. 17 b.23 c.28 d.25 e.32 f.31 g.35 h. 30 i.29 j. 33

2. 3025 3. 1024 4. 9801 5. 3600 6. 5

পাঠ 11. সংখ্যারেখায় নিয়ন্ত্রিত সংখ্যা ও ঋণাত্মক সংখ্যা

11.1 নিয়ন্ত্রিত সংখ্যা

আমরা প্রায়ই তুলনা করে বলি, ছোট-বড়, বাঁদিকে-ডানদিকে, ওপরে-নিচে, বাড়া-কমা, পূবদিকে-পশ্চিমদিকে, লাভ-ক্ষতি, জমা-খরচ, আয়-ব্যয়, কম-বেশি, হাল্কা-ভারি, ইত্যাদি। এইসব জোড়া রাশিগুলোতে একটা অন্যটার বিপরীত। এই রাশিগুলো সংখ্যা দিয়ে পরিমাপ করতে ব্যবহার হয় **নিয়ন্ত্রিত সংখ্যা** (directed numbers) । এগুলোর একটা সংখ্যা ঠিক করলে তার বিপরীত দিকের সংখ্যাটাও (opposite number) ঠিক করা হয়ে যায়। নিয়ন্ত্রিত সংখ্যা হল সেইসব সংখ্যা যাদের শুধু মান নয়, দিকও আছে।

মনে করো, সিঁড়ি দিয়ে রাজু উঠল 4 ধাপ ওপরে আর মিতা নামল 4 ধাপ নিচে । দুটো তো এক নয়, কারণ একজন উঠল আর অন্যজন, তার বিপরীতে নামল, যদিও সংখ্যায় আসছে একই সংখ্যক ধাপ, 4। তাই, শুধু সংখ্যায় মাপলে হবে না, দিকও বোঝাতে হবে। এই দিকের বৈপরীত্য বোঝাব কী করে?

বৈপরীত্য বোঝাতে আমরা সংখ্যার আগে দুটো চিহ্ন ব্যবহার করি। একটা হল যোগ চিহ্ন +, আর অন্যটা হল বিয়োগ চিহ্ন – । কারণ, আমরা জানি, যোগ আর বিয়োগ হল পরস্পরের বিপরীত। সংখ্যার আগে + চিহ্ন (positive sign) দিয়ে বোঝাব সংখ্যাটা ধনাত্মক, ইংরেজিতে বলে positive number, আর – চিহ্ন (negative sign) বসিয়ে বোঝাব সংখ্যাটা হল ঋণাত্মক, ইংরেজিতে বলে negative number।

ওপরের উদাহরণে একটাকে যদি +4 লিখি, তাহলে অন্যটাকে লিখব –4 । কিন্তু প্রশ্ন হল, কোন্‌টাকে ধনাত্মক ধরব – ওপরে ওঠা না নিচে নামা?

আরেকটা উদাহরণ, ভাবো ইস্কুলের ক্লাসে ছেলেদের গড় ওজন হল 45 কেজি। তোমার ওজন গড় থেকে 3 কেজি বেশি আর আমার 3 কেজি কম। বৈপরীত্য বোঝাতে একটাকে লিখব +3 কেজি আর অন্যটাকে লিখব –3 কেজি। কিন্তু, কোন্‌টাকে ধরব + বা কোন্‌টাকে ধরব – বেশি ওজন না কম ওজন?

এর উত্তরে কোনও নিয়ম নেই, আছে প্রচলিত রীতি। সকলের বোঝার সুবিধার জন্য সেই রীতি অনুসরণ করে কোন্‌টা ধনাত্মক (বা বিপরীতে ঋণাত্মক) (convention of opposite numbers) তা আমাদের ঠিক করে নিতে হয়।

সাধারণভাবে আমরা সকলেই বড় হতে চাই, ওপরে উঠতে চাই, বেশি পেতে চাই, আয় করতে চাই, বৃদ্ধিকে ভাল মনে করি। তাই এই ধরনের রাশিগুলোকে

আমরা ধনাত্মক ধরি। ফলে, এগুলোর বিপরীতে ছোট, নিচে, নামা, কম, ব্যয়, হ্রাস হয়ে যায় ঋণাত্মক। আবার দেখো, তুমি সংখ্যা লেখো তোমার বাঁদিক থেকে ডানদিকে। ডানদিকে যত অঙ্ক বসাবে সংখ্যাটা ততই বড় হতে থাকবে। তাহলে, তোমার ডানদিক হবে ধনাত্মক আর তার বিপরীতে বাঁদিক হবে ঋণাত্মক (মনে রেখো, তোমার ডানদিক কিন্তু তোমার মুখোমুখি অন্যজনের বাঁদিক)।

প্রচলিত রীতি (convention of opposite numbers)			
ধনাত্মক (positive sign)		ঋণাত্মক (negative sign)	
ডানদিক	+	বাঁদিক	–
ওপরে	+	নিচে	–
বেশি	+	কম	–
বড়	+	ছোট	–
বৃদ্ধি (বাড়া)	+	হ্রাস (কমা)	–
আয়	+	ব্যয়	–
জমা	+	খরচ	–
লাভ	+	লোকসান (ক্ষতি)	–
ভারি	+	হাল্কা	–
সামনে	+	পেছনে	–

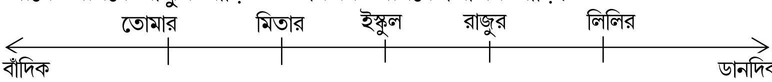
আমরা মূল চারটে দিক জানি, পুব, পশ্চিম, আর উত্তর, ও দক্ষিণ। পূর্ব ও পশ্চিম পরস্পরের বিপরীত, আর উত্তর ও দক্ষিণ পরস্পরের বিপরীত। এগুলো সবই তোমার অবস্থান বা কোনও নির্দিষ্ট স্থানের **আপেক্ষিক** (relative space)। এই কারণে এগুলোর মধ্যে বৈপরীত্য থাকলেও কোন্‌টা ধনাত্মক (ঋণাত্মক) ধরা হবে তাও আপেক্ষিক হবে। যেমন, তুমি পূর্ব দিকে তাকিয়ে থাকলে (তোমার বাঁদিকে) উত্তর দিক হবে ঋণাত্মক আর (তোমার ডানদিকে) দক্ষিণ দিক হবে ধনাত্মক। আবার উত্তর দিকে তাকিয়ে থাকলে, পূর্ব দিক হবে ধনাত্মক আর পশ্চিম দিক হবে ঋণাত্মক। এগুলো ঠিক উল্টে যাবে যদি তুমি পশ্চিমদিকে তাকিয়ে উত্তর-দক্ষিণ আর দক্ষিণদিকে তাকিয়ে পূর্ব-পশ্চিম দিকগুলোয় পরিমাপ করো। এই আপেক্ষিকতার কারণে মানচিত্রে (directions in geographic maps) একটাই নিয়ম মানা হয় – পূর্ব (ডানদিক) ধনাত্মক, পশ্চিম (বাঁদিক) ঋণাত্মক, উত্তর (উপর দিক) ধনাত্মক, দক্ষিণ (নিচের দিক) ঋণাত্মক।

11.2 সংখ্যারেখায় নিয়ন্ত্রিত সংখ্যা

সংখ্যা দিয়ে পরিমাপ করতে হলে সাধারণভাবে যে সংখ্যা আমরা ব্যবহার করি (ধনাত্মক হিসাবে) তার বিপরীতে ঋণাত্মক সংখ্যাও প্রয়োজন হতে পারে বিভিন্ন পরিমাপের ক্ষেত্রে। তাহলে, আমাদের এই সংখ্যা দিয়ে পরিমাপের ব্যবস্থাটা কেমন হবে। এটা বোঝা যাবে সংখ্যারেখা (number line) তৈরি করে। মনে রেখো, এই সংখ্যারেখায় কোনও সংখ্যার আগে কোনও চিহ্ন না দিলে ধরে নিতে হবে যে ওটা ধনাত্মক সংখ্যা, (মানে সামনে + চিহ্ন আছে)। কিন্তু ঋণাত্মক সংখ্যার সামনে – চিহ্নটা অতি অবশ্যই দিতে হবে।

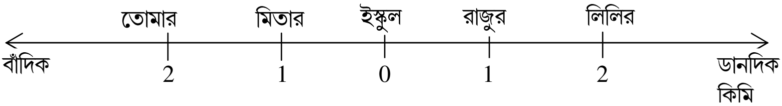
সংখ্যারেখা বুঝতে মনে করো তুমি ইস্কুলের মুখোমুখি দাঁড়িয়ে। তোমার বাঁদিকে সোজা রাস্তায় ইস্কুল থেকে 1 কিমি দূরে মিতার বাড়ি আর 2 কিমি দূরে তোমার বাড়ি। আর তোমার ডানদিকের সোজা রাস্তায় 1 কিমি দূরে রাজুর বাড়ি আর 2 কিমি দূরে লিলির বাড়ি। কাগজে একটা সরলরেখা টেনে তুমি এটাকে এঁকে দেখাও, তোমার বাঁদিক ও ডানদিক ঠিক রেখে।

প্রথমে দুই মুখে তির চিহ্ন দিয়ে একটা সরলরেখা আঁকো ও তার বাঁদিক আর ডানদিক নির্দিষ্ট করে নাও। এবার এই রেখার ঠিক মাঝখানে একটা দাগ দিয়ে সেটাকে ধরো ইস্কুল, যেখান থেকে দূরত্বগুলো মাপা হচ্ছে। এবারে দেখো, ডানদিকের অংশে থাকবে রাজু আর লিলির বাড়ি। ইস্কুল থেকে ডানদিকে গেলে আগে আসবে রাজুর বাড়ি ও তারপর আসবে লিলির বাড়ি।

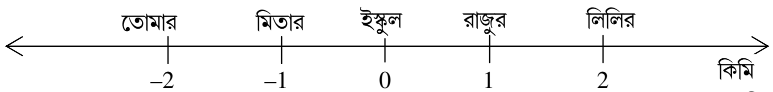


এবারে প্রশ্ন হল, সরলরেখাটার ঠিক কোন্‌খানে দাগ দিয়ে দেখাব, ইস্কুল থেকে 1 কিমি দূরে রাজুর আর 2 কিমি দূরে লিলির বাড়ি। এর জন্য আগে আমাদের আগে নির্দিষ্ট করতে হবে যেখান থেকে মাপা হচ্ছে (zero reference point) , মানে এখানে ইস্কুলের দাগটাকে, **0 দিয়ে** । কারণ, ইস্কুল থেকে ইস্কুলের দূরত্ব তো কিচ্ছু নেই বা শূন্য। এবার ইস্কুলের ডানদিকে রাজুর বাড়ি নির্দিষ্ট করে রেখাটার যেখানে দাগ দেব, সেটা হবে ইস্কুল থেকে 1 কিমি, আর ঠিক সেই মাপে আরও 1 কিমি দূরে, মানে ইস্কুল থেকে 2 কিমি দূরে রেখাটায় দাগ দেবো লিলির বাড়ি বলে। এখন ডানদিকে কিমি লিখতে ভুলো না।

বাঁদিকের অংশে থাকবে মিতা আর তোমার বাড়ি। ইস্কুল থেকে গেলে আগে আসবে মিতার ও তারপর আসবে তোমার বাড়ি। একই ভাবে রেখায় থাকবে ইস্কুল থেকে 1 কিমি দূরে মিতার আর 2 কিমি দূরে তোমার বাড়ি ।

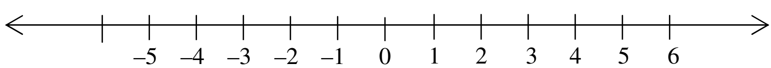


এবারে দেখো, বাঁদিক আর ডানদিকে তো একই সংখ্যা। এরা যে আলাদা বা বিপরীত দিকের সংখ্যা, সেটা তো দেখা যাচ্ছে না। তাই, প্রচলিত নিয়মে আমরা ডানদিকের সংখ্যাগুলোকে ধনাত্মক ধরে বাঁদিকের সংখ্যাগুলোকে ঋণাত্মক ধরব। এর জন্য ডানদিকের ধনাত্মক সংখ্যার আগে কোনও চিহ্ন দেব না, মানে +চিহ্নটা দেওয়ার দরকার নেই। কিন্তু বাঁদিকের সংখ্যাগুলো ঋণাত্মক বোঝাতে আগে –চিহ্ন দিয়ে নেব। তাহলে আর আমাদের রেখাটাতে বাঁদিক ও ডানদিক উল্লেখ করতে হবে না। এটাই হল সংখ্যারেখায় দেখানো।



সুতরাং, সংখ্যারেখায় আমরা ধনাত্মক ও ঋণাত্মক সংখ্যাগুলো দেখাতে পারি। ধনাত্মক ও ঋণাত্মক সংখ্যাগুলো পরস্পরের বিপরীত, ও তাদের মাঝে থাকে 0, যা ধনাত্মক বা ঋণাত্মক, কোনওটাই নয়।

সংখ্যারেখা



11.3 পূর্ণ সংখ্যা, পূর্ণ সংখ্যার মান, ও পরম মান

মাঝে 0 নিয়ে ধনাত্মক ও ঋণাত্মক সংখ্যাগুলোকে বলে পূর্ণ সংখ্যা, ইংরেজিতে বলে integer (ইনটেজার)। ঋণাত্মক সংখ্যার মান হিসাবে ছোট থেকে বড় (মানে কম ঋণাত্মক থেকে আরো বেশি ঋণাত্মক) করে সাজালে ধনাত্মক সংখ্যার সাজানোর ঠিক উল্টো হয়। এটা নিচে দেখে নাও –

ঋণাত্মক সংখ্যা: সংখ্যারেখায় বাঁদিকে গেলে কম থেকে আরো কম

$$-1 > -2 > -3 > -4 > -5 > -6 \ldots\ldots$$

ধনাত্মক সংখ্যা: সংখ্যারেখায় ডানদিকে গেলে বেশি থেকে আরো বেশি

$$1 < 2 < 3 < 4 < 5 < 6 \ldots\ldots$$

লক্ষ করো, ধনাত্মক সংখ্যায় +2 হল +1-য়ের থেকে বড়। কিন্তু, ঋণাত্মক সংখ্যায় –2 হল –1-য়ের থেকে ছোট।

পূর্ণ সংখ্যায় আমরা সংখ্যার আগে + বা – চিহ্ন দিয়ে বোঝাই সংখ্যাটা ধনাত্মক না ঋণাত্মক। সুতরাং এই চিহ্নটা বাদ দিলে আমরা পাই শুধুই সংখ্যা

হিসাবে একটা মান, যাকে বলা হয় পূর্ণসংখ্যার **পরম মান**, ইংরেজিতে absolute value (অ্যাবসলিউট ভ্যালু)। এই পরম মান আমাদের ব্যবহার করতে হবে ঋণাত্মক সংখ্যা বিয়োগ করার সময়।

11.4 ধনাত্মক ও ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যার সংখ্যার যোগ ও বিয়োগ

আগে সাধারণ বা অখণ্ড সংখ্যার যোগ, বিয়োগ, গুণ, ও ভাগ প্রক্রিয়া শিখেছি। এবারে দেখব, বা ধনাত্মক **ও** ঋণাত্মক **সংখ্যা** হলে এই প্রক্রিয়াগুলো (opposite sign addition and subtraction) কেমন ফল দেবে। প্রথমে আমরা সংখ্যারেখা দিয়ে যোগ ও বিয়োগ প্রক্রিয়া বোঝার চেষ্টা করব। মনে করো, তুমি হেঁটে হেঁটে পূবদিকে যেতে চাও। তাহলে আমরা দুটো রাশি (যা ধনাত্মক বা ঋণাত্মক হয়) পাই। একটা হল দিক, আর অন্যটা হল তোমার হাঁটা।

সংখ্যারেখায় যোগ ও বিয়োগ

- পূব দিকে যাওয়াটা লক্ষ্য, তাই দিকের হিসেবে পূব দিকে এগোলে সেটা হয় ধনাত্মক (+), আর উল্টো পশ্চিম দিকে এগোলে তা হবে ঋণাত্মক (–)।
- এবার দেখো তোমার হাঁটা দুই রকম হতে পারে। তুমি সামনের দিকে তাকিয়ে সোজা হাঁটলে সেটা হয় হাঁটার হিসাবে ধনাত্মক হাঁটা (+)। কিন্তু, সামনের দিকে তাকিয়েই পেছন দিকে উল্টো হাঁটলে (পায়ের গোড়ালি দিয়ে পেছনে হাঁটা) সেটা হয় তোমার হাঁটার হিসাবে ঋণাত্মক হাঁটা (–) ।

1. লক্ষ্য পূবদিকে যাওয়া। তাই পূব দিককে সামনে রেখে সোজা হাঁটলে সেটা হবে দিকের হিসাবে ধনাত্মক (+), আবার তোমার হাঁটার হিসাবেও ধনাত্মক (+)। দুটোই ধনাত্মক ও তুমি 1 ফুট 2 ফুট, 3 ফুট করে পূবদিকেই এগিয়ে যাবে। মনে করো তুমি একটা জায়গাকে 0 ধরে সেখান থেকে এভাবে হাঁটা শুরু করলে পূবদিকে ও 7 ফুট এগোলে। তাহলে দিকের হিসেব ও হাঁটার হিসাবে কী ঘটবে? এই হিসেব করতে এইভাবে লিখব –

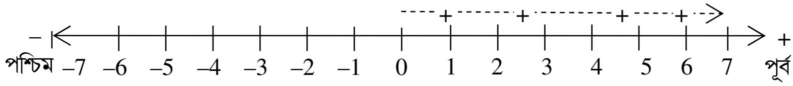
অবস্থান, দিকের চিহ্ন, (হাঁটার চিহ্ন সহ কত ফুট হাঁটা)

$0+(+1) = 0+1=1; 1+(+1)=1+1=2;$

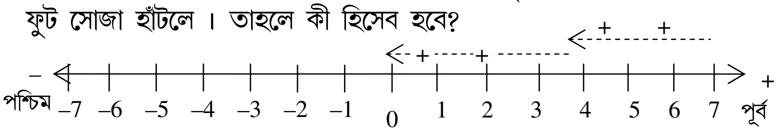
$2+(+1)=2+1=3;$ এইভাবে $5+2=7$ ।

> অর্থাৎ, +চিহ্ন দেওয়া সংখ্যা যোগ করলে আমরা +চিহ্ন দেওয়া সংখ্যাই পাই। আর সংখ্যার **আগে পরপর + চিহ্নের ফলে সংখ্যার চিহ্ন + চিহ্নই** থাকে। যোগফলের পরম মান হল সংখ্যাদুটির পরম মানের যোগফল।

এটা নিজে হেঁটে করে দেখো, ও তারপর সংখ্যারেখায় আঁকো। পূবদিককে ডানদিকে রেখে + চিহ্ন দিয়ে নাও ও মাঝে 0 রেখে উল্টো দিককে পশ্চিম দিক হিসাবে – চিহ্ন দিয়ে নাও। এটা হল দিকের হিসাব। এবার তোমার হাঁটার হিসাবকে তির চিহ্ন দিয়ে দেখাও।



2. কিন্তু এরপর, 7 ফুটে পৌঁছনোর পর, তুমি <u>উল্টো ঘুরে পশ্চিম দিককে সামনে রেখে</u> সোজাই হাঁটলে । এটা হবে দিকের হিসাবে ঋণাত্মক (–), যদিও তোমার হাঁটার হিসাবে ধনাত্মক (+)। মনে করো তুমি এভাবে পশ্চিম দিকে 3 ফুট সোজা হাঁটলে । তাহলে কী হিসেব হবে?

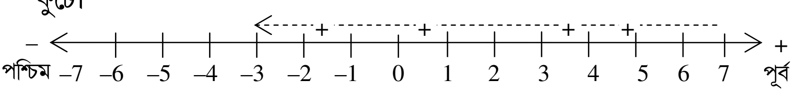


7–(+3) = 7–3 = 4 । এইভাবে আরও 4 ফুট হাঁটলে এসে যাবে সেই 0-তেই। 7–(+3+4) = 7–(+7) = 7–7=0 ।

এটা এভাবেও ভাবতে পারি: 7+(–3) = 7–3 = 4; **7+ (–7)**= 7–7= 0 ।

> **সংখ্যার আগে + ও – চিহ্নের ফলে সংখ্যার চিহ্ন – চিহ্ন হয়ে** যায়।
> আর **দুটো বিপরীত সংখ্যার যোগফল 0 হয়।**

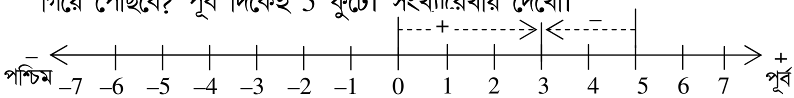
এবার ভাবো, পূবে 7 ফুট যাওয়ার পর উল্টো দিকে ঘুরে সামনের দিকে, মানে পশ্চিম দিকে, 10 ফুট হাঁটলে। তাহলে তুমি গিয়ে পৌঁছবে সংখ্যারেখায় –3 ফুটে।



অর্থাৎ, এবার হল, 7+ (–10) = 7–10 = –3।

> লক্ষ করো, প্রথমে পেয়েছিলে 7+(–3)=4 আর এখন পেলে 7+ (–10) = –3 । যোগের নিয়ম হিসাবে পেলাম, বিপরীত চিহ্ন দেওয়া সংখ্যা যোগ করলে সর্বদা **বড় সংখ্যার পরম মান থেকে ছোট সংখ্যার পরম মান বিয়োগ হবে,** আর **বড় সংখ্যার চিহ্নটাই বিয়োগফলে** আসবে।

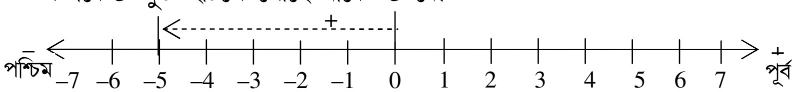
3. এবার একটা বিশেষ উদাহরণ দেখো। তুমি পূব দিকে মুখ (+) করে 0 থেকে সোজা হেঁটে 3 ফুটে পৌঁছে গেছ। এবার উল্টে ঘুরে পশ্চিম দিকে মুখ (–) করে দাঁড়ালে। কিন্তু হাঁটলে 2 ফুট উল্টো পায়ে পিছন দিকে (–)। কোথায় গিয়ে পৌঁছবে? পূব দিকেই 5 ফুটে। সংখ্যারেখায় দেখো।



এই 2 ফুটের হাঁটায় দিকটা পশ্চিমমুখো (–) আবার হাঁটাও উল্টো (–) ।
তাই আমরা পেলাম, $3 - (-2) = 3+2 = 5$।

সংখ্যার **আগে দুটো – চিহ্নের ফলে সংখ্যার চিহ্ন + চিহ্ন** হয়ে যায়।

4. এবারে 0-য়ের বাঁদিকে ঋণাত্মক সংখ্যার অংশে কী হবে দেখো। তোমার পূব দিকেই যাওয়া লক্ষ্য, কিন্তু, মনে করো, তুমি ভুল করে 0 থেকে শুরু করলে উল্টো দিকে, মানে পশ্চিম দিকে। ফলে সোজা হাঁটলে তুমি –1, –2, –3 করে আরও ঋণাত্মক দিকে যেতে থাকবে। তুমি হাঁটছ সোজা সামনের দিকেই তাই তোমার হাঁটার চিহ্নটা + । কিন্তু দিকটা উল্টো, তাই দিক-য়ের চিহ্ন হল –। এভাবে 5 ফুট হাঁটলে পৌঁছে যাবে –5-য়ে।



এখানে আমরা পেলাম, $0-(+1)=0-1=-1$; বা, $0+(-1) \quad =0-1=-1$

$-1-(+1)=-1-1=-2$ বা, $-1+(-1)=-1-1=-2$

এইভাবে, $-2-(+3)=-2-3=-5$ বা, $-2+(-3)=-2-3=-5$

অর্থাৎ, **–**চিহ্ন দেওয়া সংখ্যা যোগ করলে আমরা **–**চিহ্ন দেওয়া সংখ্যাই পাই। ঋণাত্মক বলে এই যোগফল আরও ছোট হয়, যত সংখ্যাটা বাড়ে। আর সংখ্যার **আগে – ও + চিহ্নের ফলে সংখ্যার চিহ্ন – চিহ্ন** হয়ে যায়।

5. নিজে ভেবে করো –

পশ্চিমমুখো সোজা হেঁটে –5 ফুটে পৌঁছে এবার

a) পশ্চিমমুখো থেকেই উল্টো হাঁটলে 3 ফুট ও তারপর আরও 4 ফুট;

b) উল্টো ঘুরে পূবমুখো হয়ে সোজা সামনে হাঁটলে 3 ফুট ও তারপর আরও 4 ফুট;

c) উল্টো ঘুরে পূবমুখো হয়ে উল্টো হাঁটলে 2 ফুট।

যোগ ও বিয়োগ প্রক্রিয়ার সাধারণ নিয়ম কী পেলাম

<table>
<tr><td rowspan="2">সমচিহ্নের সংখ্যার যোগ (same sign addition)</td><td rowspan="2">সংখ্যাগুলো মধ্যে যোগ হয়</td><td>ধনাত্মক চিহ্ন হলে যোগফল ধনাত্মক হয় ও তার মান বেড়ে যায়।
+8 + 7 = +15</td></tr>
<tr><td>ঋণাত্মক চিহ্ন হলে যোগফল ঋণাত্মক হয় ও তার মান কমে যায়।
– 6 – 9 = –15</td></tr>
<tr><td>বিপরীত চিহ্নের সংখ্যার যোগ (opposite sign addition)</td><td>সংখ্যাগুলোর মধ্যে বিয়োগ হয়</td><td>পরম মানে বড় সংখ্যাটা থেকে ছোট সংখ্যাটা বিয়োগ হয় ও বিয়োগফলে বড় সংখ্যাটার চিহ্ন আসে।
+8 – 6 = + 2; + 6 – 9 = – 3</td></tr>
<tr><td colspan="3">মনে রেখো কোনও পূর্ণ সংখ্যার সামনে কোনও চিহ্ন না দেওয়া থাকলে সেটাকে ধনাত্মক, অর্থাৎ + চিহ্ন ধরে নিতে হয়।</td></tr>
</table>

এবার মনে করো, সংখ্যারেখা থেকে আমরা আর কী দেখেছি –

- সামনে এগোনো + ;
- পিছিয়ে যাওয়া – আবার,
- সোজা সামনে পা ফেলে হাঁটলে + ;
- পেছনে পা ফেলে উল্টো হাঁটলে –

তাহলে আমরা কী কী পাই –

সামনে তাকিয়ে (+) সামনে পা (+) ফেলে 1 পা হাঁটলে	তুমি +(+1) = +1 পা সামনে এগোবে।
সামনে তাকিয়ে (+) পেছনে পা (–) ফেলে উল্টো 1 পা হাঁটলে	তুমি +(–1) = –1 পা পিছিয়ে যাবে।
পেছনে তাকিয়ে (–) সামনে পা (+) ফেলে 1 পা হাঁটলে	তুমি –(+1) = –1 পা পিছিয়ে যাবে।

পেছনে তাকিয়ে (–) পেছনে পা (–) ফেলে উল্টো 1 পা হাঁটলে	তুমি –(–1)= +1 পা সামনে এগোবে।

ওপরের এই নিয়ম থেকেই আমরা ধনাত্মক ও ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যার গুণ ও ভাগের নিয়ম পাব।

11.5 ধনাত্মক ও ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যার গুণ ও ভাগ

যোগ ও বিয়োগ প্রক্রিয়া থেকে আমরা ওপরে পেয়েছি –

সমচিহ্নে $+(+1) = +1$; $-(-1) = +1$

বিপরীত চিহ্নে $-(+1) = -1$; $+(-1) = -1$

আমরা জানি, যেকোনও সংখ্যাকে অখণ্ড সংখ্যা 1 (বা পূর্ণসংখ্যা 1 পরম মান) দিয়ে গুণ করলে তার কোনও পরিবর্তন হয় না, গুণফলে ওই সংখ্যাটাই পাই। সুতরাং, ওপরের নিয়মকে গুণ হিসাবে দেখিয়ে আমরা লিখতে পারি –

সমচিহ্নে $+1 \times (+1) = +1$; $-1 \times (-1) = +1$

বিপরীত চিহ্নে $-1 \times (+1) = -1$; $+1 \times (-1) = -1$

গুণের নিয়ম (opposite sign multiplication): সমচিহ্নের দুটো সংখ্যা গুণ করলে <u>গুণফল ধনাত্মক</u> হয় (মনে রেখো, ঋণাত্মক সংখ্যাগুলো জোড়ায় থাকতে হবে সমচিহ্নের গুণ পেতে।) বিপরীত চিহ্নের দুটো সংখ্যা গুণ করলে <u>গুণফল ঋণাত্মক</u> হয় ।

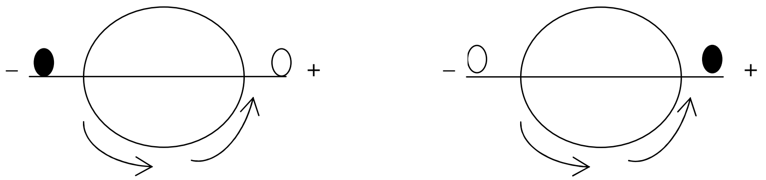
আমরা জানি, ভাগ হল গুণের বিপরীত। তাই ভাগের ক্ষেত্রেও আমরা একই নিয়ম পাব, অখণ্ড সংখ্যা দিয়ে ওপরের নিয়মটাকে ভাগ হিসাবে দেখিয়ে।

সমচিহ্নে $(+1) \div (+1) = +1$; $(-1) \div (-1) = +1$

বিপরীত চিহ্নে $(-1) \div (+1) = -1$; $(+1) \div (-1) = -1$

ভাগের নিয়ম (opposite sign division): সমচিহ্নের দুটো সংখ্যার একটাকে আরেকটা দিয়ে ভাগ করলে <u>ভাগফল ধনাত্মক</u> হয় (ঋণাত্মক সংখ্যাগুলো জোড়ায় থাকতে হবে সমচিহ্নের ভাগ পেতে।) বিপরীত চিহ্নের দুটো সংখ্যার একটাকে আরেকটা দিয়ে ভাগ করলে <u>ভাগফল ঋণাত্মক</u> হয় ।

ঋণাত্মক সংখ্যাকে ঋণাত্মক সংখ্যা দিয়ে গুণ করলে আমরা যে ধনাত্মক সংখ্যা পাই, তার আরও ব্যাখ্যা পাবে উচ্চতর অঙ্কশাস্ত্রে। নিচের বৃত্তে দেখো, ঠিক বিপরীতে ঘুরলে, মানে -1 দিয়ে গুণ করলে, ঋণাত্মক হয়ে যায় ধনাত্মক, আর ধনাত্মক হয়ে যায় ঋণাত্মক ।



পাঠ 12. মূলদ সংখ্যা ও অমূলদ সংখ্যা

12.1 বিভিন্ন ধরনের সংখ্যা – মূলদ সংখ্যা ও অমূলদ সংখ্যা

স্বাভাবিক সংখ্যা, ইংরেজিতে বলে ন্যাচারাল নাম্বারস্ (natural numbers), হল 1, 2, 3, 4, করে সংখ্যা গুলো। এগুলোর আরম্ভে শূন্য (zero) বলে কিছু নির্দিষ্ট নেই। এখানে 0 (শূন্য) বসে কেবলমাত্র দশক, শতক, হাজার, ইত্যাদি সংখ্যাগুলোতে কোনও সংখ্যার শেষে। অখণ্ড সংখ্যা, ইংরেজিতে বলে হোল নাম্বারস্ (whole numbers), হল 0, 1, 2, 3, 4, করে স্বাভাবিক সংখ্যাগুলো যার আরম্ভে 0 নির্দিষ্ট করা হয়। পূর্ণসংখ্যা, ইংরেজিতে বলে ইন্‌টেজার (integer), হল অখণ্ড সংখ্যাগুলো, যেগুলো ধনাত্মক ও বিপরীতে ঋণাত্মক হয়, মাঝে 0-কে একটা বিন্দু (zero reference point) হিসাবে ধরে।

এবার দেখব এক বিশেষ ধরনের সংখ্যা। যাবতীয় স্বাভাবিক সংখ্যা, অখণ্ড সংখ্যা বা পূর্ণ সংখ্যাকে বলা হয় মূলদ সংখ্যা, ইংরেজিতে বলে র‍্যাশনাল নাম্বারস্ (rational numbers) । কারণ, এগুলোকে আমরা ভগ্নাংশ আকারে লিখতে পারি, লব হিসাবে নিয়ে 1-কে হর ধরে।

মনে রাখো: ভগ্নাংশ আকারে লেখা যায় (হর 0 নয়) এমন যেকোনও সংখ্যা হল মূলদ সংখ্যা। সুতরাং, ভগ্নাংশ আকারে লেখা সব সংখ্যাই হল মূলদ সংখ্যা।

অমূলদ সংখ্যা, ইংরেজিতে বলে ইর্‌র‍্যাশনাল নাম্বারস্ (irrational numbers) হল সেইসব সংখ্যা, যাদের ভগ্নাংশ আকারে লেখা যাবে না। এগুলো হল অসীম দশমিক সংখ্যা, যার দশমিক অংশটা আবৃত্ত বা পৌনঃপুনিক নয় (infinite non-recurring decimal)।

আগে শিখেছি যে আবৃত্ত দশমিক অসীম (infinite recurring decimal) হলেও তাকে আমরা ভগ্নাংশ আকারে প্রকাশ করতে পারি। তা নাহলে, অসীম দশমিক সংখ্যাকে ভগ্নাংশ আকারে লেখা যায় না।

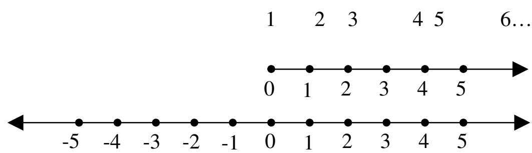
এর একটা উদাহরণ হল, $\sqrt{2} = 1.41421356237\ldots$। আরেকটা দেখো, 1.6180339887498948482০... । এই ধরনের আরও অনেক অমূলদ সংখ্যা হতে পারে ও আমরা তৈরিও করতে পারি। এই অসীম দশমিক সংখ্যাগুলোকে ভগ্নাংশ আকারে নির্দিষ্ট মান দিয়ে লেখা যায় না। মূলদ সংখ্যা ও অমূলদ সংখ্যা আমরা শিখলাম, সংখ্যা সম্বন্ধে ধারণাটা পরিষ্কার করে নিতে।

প্রথমে দেখো, স্বাভাবিক সংখ্যায় (natural numbers) যেহেতু আরম্ভ (বা শূন্য) নেই তাই, এগুলোকে আমরা সংখ্যারেখায় নির্দিষ্ট করতে পারিনা। কারণ, সংখ্যার হিসাবে 1+1=2, 2+1=3, 3+1=4…..। কিন্তু 1 ঠিক কতটা তা আমরা নির্দিষ্ট করতে পারছি না স্বাভাবিক সংখ্যা দিয়ে। তাই অখন্ড সংখ্যায় (whole numbers) আমরা আরম্ভে 0 (শূন্য) হিসাবে একটা বিন্দু ধরে নির্দিষ্ট করে নিই 1 সংখ্যাটা ঠিক কতটা। তারপর সেই দূরত্বের হিসাবে সংখ্যারেখায় পরপর সংখ্যা নির্দিষ্ট করে বসিয়ে যেতে পারি। কিন্তু এগুলো সবই ধনাত্মক সংখ্যা। তাই ধনাত্মকের সাথে সাথে একই পরিমাপে ঋণাত্মক সংখ্যাও আনতে আমরা ব্যবহার করি পূর্ণ সংখ্যা (integer) । নিচের ছবিতে দেখো –

স্বাভাবিক সংখ্যা

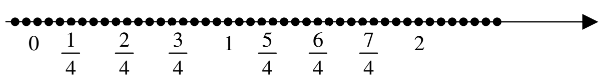
অখন্ড সংখ্যা

পূর্ণ সংখ্যা



মূলদ ও অমূলদ সংখ্যার ধারণাটা কেন দরকার হয়? লক্ষ করো, সংখ্যারেখায় 0-কে একটা বিন্দু হিসাবে নির্দিষ্ট করে আমরা পরপর সংখ্যাগুলোকে বসিয়েছি সমান দূরত্বে এক একটা বিন্দুতে, 0 থেকে ডানদিকে 1, 2,3, ... বা বাঁদিকে –1,–2,–3, ... ইত্যাদি করে। এবার প্রশ্ন হল, 0 থেকে 1, বা 2 থেকে 3, বা যেকোনও দুটো পূর্ণ সংখ্যার মাঝে আরও সংখ্যা কি থাকতে পারে? উত্তর হল, হ্যাঁ, অসংখ্য মূলদ সংখ্যা, এমনকি অমূলদ সংখ্যাও থাকতে পারে।

প্রথমে জ্যামিতির ধারণা থেকে ভাব। যেমন, সংখ্যারেখায় 0 আর 1 আমরা দুটো বিন্দুকে নির্দিষ্ট করেছি। এই দুটো বিন্দুর মাঝের রেখায় তো অসংখ্য বিন্দু থাকতে পারে, আর তাহলে সেগুলোকেও সংখ্যা দিয়ে দেখানো যেতে পারে।



12.2 মূলদ সংখ্যা ও অমূলদ সংখ্যা বার করা

পরপর দুটো পূর্ণ সংখ্যার মাঝে মূলদ সংখ্যা (rational numbers in between integers)

ওপরের ছবিতে লক্ষ করো, যেকোনও দুটো পূর্ণ সংখ্যার মাঝে এগুলো হল ভগ্নাংশ আকারে মূলদ সংখ্যা। এমন অসংখ্য মূলদ সংখ্যা আমরা পেতে পারি, ভগ্নাংশের হরটাকে বড় থেকে আরও বড় করে নিয়ে।

উদাহরণ 1. দুটো মূলদ সংখ্যা 25 আর 26-য়ের মাঝে 5টা মূলদ সংখ্যা।
যেহেতু আমাদের 5 টা মূলদ সংখ্যা পেতে হবে, তাই আমরা হর নিলাম 6।
তাহলে 25 হল $\frac{25x6}{6} = \frac{150}{6}$ আর 26 হল $\frac{26x6}{6} = \frac{156}{6}$
এবার আমরা পর পর পাঁচটা মূলদ সংখ্যা লিখতে পারি ভগ্নাংশ আকারে –
$25 = \frac{150}{6}, \quad \frac{151}{6}, \quad \frac{152}{6}, \quad \frac{153}{6}, \quad \frac{154}{6}, \quad \frac{155}{6}, \quad \frac{156}{6} = 26$ ।

> মনে রাখো: যেকোনও পরপর দুটো পূর্ণ সংখ্যার মাঝে ভগ্নাংশ আকারে 1টা মূলদ সংখ্যা পাব 2-কে হর ধরে, 2টা মূলদ সংখ্যা পাব 3-কে হর ধরে, 3টা মূলদ সংখ্যা পাব 4-কে হর ধরে। এইভাবে 10-কে হর নিলে পাব 9টা মূলদ সংখ্যা। অর্থাৎ, যতগুলো সংখ্যা পেতে চাও, তার থেকে 1 বেশি করে নিয়ে হর ধরতে হবে। এইভাবে অসংখ্য মূলদ সংখ্যা তৈরি করতে পারি, একশ, হাজার, লক্ষ, কোটি ইত্যাদিকে হর ধরে নিয়ে। পূর্ণ সংখ্যা ঋণাত্মকও হয়। ঋণাত্মক পূর্ণ সংখ্যাগুলোর ক্ষেত্রেও একই নিয়মে বিপরীত দিকে ঋণাত্মক ভগ্নাংশের আকারে মূলদ সংখ্যা বার করতে পারব । মনে রেখো ঋণাত্মক সংখ্যা উল্টো দিকে চলে।

দুটো ভগ্নাংশের মাঝে মূলদ সংখ্যা (rational numbers in between fractions) দুটো ভগ্নাংশের মাঝে আরও মূলদ সংখ্যা পেতে হলে প্রথমেই দেখতে হবে ভগ্নাংশ দুটোর হর একই কিনা। একই নাহলে তাদের লসাগুকে হর ধরে সমহর করে নিতে হবে, সেইমতো লব দুটোকেও গুণ করে। এবার সহজেই লব দুটোর মাঝের সংখ্যাগুলো নিয়ে মূলদ ভগ্নাংশগুলো বার করা যাবে। আরও বেশি সংখ্যক মূলদ সংখ্যা পেতে হলে প্রয়োজন মতো এই হরকে (ওপরে বলা নিয়মে) আরও বড় করে নিলেই তা বার করা যাবে।

উদাহরণ 2. $\frac{3}{8}$ ও $\frac{3}{4}$ এই দুটো ভগ্নাংশের মাঝে 2টি মূলদ সংখ্যা বার করো।
সমহর করে নিয়ে পেলাম – $\frac{3}{8}$ ও $\frac{6}{8}$।
এখানে লব পেলাম 3 আর 6, যার মাঝে দুটো স্বাভাবিক সংখ্যা হল 4 আর 5। তাই এই দুটোকে লব ধরে ও 8-কে হর নিয়ে আমরা মাঝে দুটো মূলদ সংখ্যা পাব। উত্তর হল, $\frac{4}{8}$ ও $\frac{5}{8}$ ।

উদাহরণ 3. $\frac{3}{5}$ ও $\frac{2}{3}$ এই দুটো ভগ্নাংশের মাঝে 4টি মূলদ সংখ্যা বার করো।
ভগ্নাংশ দুটোর হর-য়ের লসাগু হল 3x5=15। হর হিসাবে 15 নিলে লব দুটো হবে 3x3= 9 আর 2x5=10। সুতরাং সমহর ভগ্নাংশে আমরা ভগ্নাংশ দুটোকে

লিখব, $\frac{9}{15}$ আর $\frac{10}{15}$ । লব-য়ে আছে 9 আর 10, যার মাঝে আর কোনও স্বাভাবিক সংখ্যা নেই। আমাদের পেতে হবে 4টে মূলদ সংখ্যা। তাই এখানে আমরা ভগ্নাংশদুটোর লব ও হর-কে 5 দিয়ে গুণ করে সমতুল ভগ্নাংশে নিয়ে লিখব। সমতুল ভগ্নাংশে আমরা পেলাম –

$$\frac{3}{5} = \frac{9}{15} = \frac{45}{75} \quad \text{আর} \quad \frac{2}{3} = \frac{10}{15} = \frac{50}{75}$$

এবারে দেখো 45 আর 50 এর মাঝে আমরা 4টে স্বাভাবিক সংখ্যা লিখতে পারি, 46, 47, 48, আর 49। এগুলোকে লব হিসাবে নিয়ে, ও 75-কে হর হিসাবে রেখে আমরা 4টে মূলদ সংখ্যা পাই, যা $\frac{3}{5}$ আর $\frac{2}{3}$, এই দুটো ভগ্নাংশের মাঝে থাকে। সুতরাং, উত্তর হল,

$$\frac{46}{75}, \ \frac{47}{75}, \ \frac{48}{75}, \text{আর } \frac{49}{75} \ ।$$

ঋণাত্মক ও ধনাত্মক মূলদ সংখ্যার মাঝে আরও মূলদ সংখ্যা

উদাহরণ 4. মনে করো –1 ও +1-য়ের মাঝে 6টা মূলদ সংখ্যা বার করতে চাও। মনে রাখতে হবে যে ঋণাত্মক ও ধনাত্মক সংখ্যার মাঝে 0 একটা বিন্দু হিসাবে থাকে। সেইজন্য এখানে আমরা 0 থেকে –1 ঋণাত্মক অংশে 3টে আর 0 থেকে +1 ধনাত্মক অংশে 3টে মূলদ সংখ্যা খুঁজব। 3টে করে মূলদ সংখ্যা বার করতে 4-কে হর হিসাবে নেব। তাহলে এই মূলদ সংখ্যাগুলো হবে –

$$\frac{-3}{4} \quad \frac{-2}{4} \quad \frac{-1}{4} \qquad \frac{+1}{4} \quad \frac{+2}{4} \quad \frac{+3}{4}$$

মনে রাখো: এই ক্ষেত্রে ঋণাত্মক অংশের আর ধনাত্মক অংশের মূলদ সংখ্যাগুলো দুই ভাগে বার করতে হবে।

অমূলদ সংখ্যা নির্মাণ (irrational number construction)

আমরা জানি, এগুলো হল অসীম দশমিক সংখ্যা, যার দশমিক অংশ আবৃত্ত বা পৌনঃপুনিক নয়। সুতরাং যেকোনও দুটো পূর্ণ সংখ্যা বা ভগ্নাংশের দশমিক মান বার করে নিয়ে আমরা তাদের মাঝে অসংখ্য অমূলদ সংখ্যাও তৈরি করে নিতে পারি। খেয়াল রাখতে হবে অমূলদ সংখ্যার দশমিক অংশ যেন অসীম হয়, আবৃত্ত বা পৌনঃপুনিক না হয়।

উদাহরণ 5. অমূলদ সংখ্যা বার করো, $\frac{5}{7}$ ও $\frac{9}{11}$ -য়ের মধ্যে।

$\frac{5}{7} = 0.\overline{714285}$ ও $\frac{9}{11} = 0.\overline{81}$ মানে, দুটোই আবৃত্ত দশমিক সংখ্যা।

প্রথমটা থেকে বড় কিন্তু দ্বিতীয়টা থেকে ছোট একটা অমূলদ সংখ্যা আমরা তৈরি করতে পারি, যা অসীম দশমিক কিন্তু আবৃত্ত হবে না।
এটা তৈরি করতে প্রথম সংখ্যার 0.71-য়ের দ্বিতীয় দশমিক স্থানে 2 বসিয়ে একটা বড় সংখ্যা করে নেওয়া হল, কিন্তু তা দ্বিতীয় সংখ্যা 0.81-য়ের থেকে ছোটই থাকল। এবার এই সংখ্যাটাকে অসীম করে নিতে হবে যা ইচ্ছে অখণ্ড সংখ্যা পরপর বসিয়ে, যেমন, 0.720010001200340560… .। খেয়াল রাখতে হবে, এগুলো যেন কোনও নির্দিষ্ট নিয়মে পৌনঃপুনিক হয়ে না পড়ে। এইভাবে আমরা যেকোনও দুটো মূলদ সংখ্যার মাঝে অসংখ্য অমূলদ সংখ্যা পেতে পারি।

12.3 সংখ্যার জগৎ ও শূন্য সম্বন্ধে ধারণা (zero and infinity concepts)

আমাদের চারপাশের জগতকে নির্দিষ্ট করে পরিমাপের জন্য আমরা সংখ্যা সৃষ্টি করেছি। এক একটা সংখ্যা নির্দিষ্ট করি যুক্তি দিয়ে বুঝে । কিন্তু দেখা যাচ্ছে, যেকোনও একটা সংখ্যার একপাশে ছোট ও অন্যপাশে বড় এমন অসংখ্য সংখ্যা হতে পারে। আর আছে অসীমে বিস্তৃত, যুক্তি দিয়ে বোঝা যায় না, অসংখ্য এমন সংখ্যাও । তাহলে আমরা এই সংখ্যার জগতে কি একদম নির্দিষ্ট করে বলতে পারি, ঠিক এইখানে এসে এটা হল 1 আর ওটা হল 2, ইত্যাদি? মনে রেখো, জগৎ হল অসীম, আর তাকে নির্দিষ্ট করে পরিমাপের জন্য আমরা যে সংখ্যার জগৎ তৈরি করছি, সেটাও অসীম, যা আমাদের যুক্তি দিয়ে বোঝার বাইরে। সংখ্যারা তাই আমাদের যুক্তিগ্রাহ্য নির্দিষ্ট করে পরিমাপ করার উপায় মাত্র। বড় হয়ে উচ্চতর বিজ্ঞানে পড়ার সময় এই বিষয়টা বিস্তারিত জানবে।

এই সংখ্যার জগতে শূন্য (0) একটা বিশেষ ধারণামাত্র। এটা কোনও নির্দিষ্ট কিছু বোঝায় না। এর অর্থ আমরা করি ‘নেই’, ও যেখান থেকে শুরু করা যায় বেশি আছে (ধনাত্মক) বা কম আছে (ঋণাত্মক) বোঝানোর সংখ্যা । কিন্তু সীমাহীন বা অসীম সংখ্যার জগতে ‘কিচ্ছু নেই’ এমনটা হয়না। যত ছোটই ভাবি, তার থেকেও ছোট কিছু থেকেই যায়। শূন্য তাহলে ক্ষুদ্র থেকে ক্ষুদ্রতর অসীম, যাকে আমরা ধরি ‘নেই’। তাহলে কোনো সংখ্যার সাথে 0 যোগ বা বিয়োগ করলে আমরা ওই সংখ্যাটাই পাই, কারণ তার সাথে নির্দিষ্ট কিছুই যোগ বা বিয়োগ করা হল না।

$$56 + 0 = 56, \quad 67 - 0 = 67$$

গুণ হল যোগেরই প্রক্রিয়া। তাই 0 দিয়ে কোনও সংখ্যাকে গুণ, বা উল্টে বলা 0-কে কোনও সংখ্যা দিয়ে গুণ করার মানে হল, ওই সংখ্যক বার 0 যোগ করা। তাই এখানে 0-ই পাই – $85 \times 0 = 0, \quad 0 \times 41 = 0$

কিন্তু কোনও সংখ্যাকে 0 দিয়ে ভাগ করে আমরা কী পাব? শূন্য 0 দিয়ে ভাগ করার কোনো অর্থ হয় না, কারণ 0 কোনো স্বাভাবিক সংখ্যা নয় যার নির্দিষ্ট মান আছে। ভাগ মানে হল বার বার একটি সংখ্যা বিয়োগ করে যাওয়া। এখানে বার বার কত বিয়োগ করা হচ্ছে তাই নির্দিষ্ট নয়। তাই 0 দিয়ে ভাগ হয় না।

12.4 যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগ প্রক্রিয়ার নিয়ম

বিনিময় নিয়ম (commutative property)

যোগ ও গুণ প্রক্রিয়ায় সংখ্যামালার পদগুলোর সংখ্যার স্থান বিনিময় করা যায়; প্রক্রিয়ার ফলের কোনও পরিবর্তন হয় না। তাই বলা হয় যোগ ও গুণ বিনিময় নিয়ম মেনে চলে।

কিন্তু বিয়োগ ও ভাগের ক্ষেত্রে সংখ্যার পদগুলোর স্থান বিনিময় করা যায় না। কারণ, সেটা করলে প্রক্রিয়ার ফল বদলে যায়। তাই বলা হয় বিয়োগ ও ভাগ বিনিময় নিয়ম মেনে চলে না। উদাহরণ দেখো –

$5+2 = 7$; আবার $2+5 = 7$; $5 \times 2 = 10$; আবার $2 \times 5 = 10$;

$5-2 = 3$; কিন্তু $2-5 = -3$; $10 \div 2 = 5$; কিন্তু $2 \div 10 = 0.2$ ।

সংযোগ নিয়ম (exchange property)

সংযোগ নিয়মে আমরা দুটো প্রক্রিয়াকে সংযুক্ত করে নিই। দেখা যায়, যোগ ও গুণ সংযোগ নিয়ম মেনে চলে। কিন্তু, বিয়োগ ও ভাগ সংযোগ নিয়ম মেনে চলে না। উদাহরণ দেখো –

$5+(2+1) =8$; আবার $5+2+1 = 8$; $5 \times (2 \times 3)=30$; আবার $2 \times 5 \times 3=30$;

$7-(4-2) =5$; কিন্তু $7-4-2= 1$; $6 \div (6 \div 3) = 3$; কিন্তু $6 \div 6 \div 3=1/3$ ।

বিচ্ছেদ নিয়ম (separation principle)

আমরা জানি, যে কোনও যৌগিক সংখ্যাকে উৎপাদকে ভেঙে দুটো সংখ্যার গুণফল হিসাবে দেখা যায়। একটা ভগ্নাংশকেও আমরা দুটো ভগ্নাংশের গুণফল করে দেখাতে পারি। সংখ্যামালাতে যে কোনও প্রক্রিয়া দিয়ে যুক্ত যে পদগুলোতে এমন সংখ্যা আছে, যাদের একটি সাধারণ উৎপাদক হয়, সেই পদগুলো থেকে আমরা বিচ্ছেদ নিয়মে ওই সাধারণ উৎপাদকটাকে আলাদা করে নিতে পারব, পদগুলোকে উৎপাদকে ভেঙে। ইংরেজিতে একে বলে common term (কমন) নেওয়া। উদাহরণ– $54 + 27 = 81$;

বা $9 \times 6 + 9 \times 3 = 81$;

বিচ্ছেদ নিয়মে $9 \times (6 +3) = 81$ (common term 9)

পাঠ 13. উপাত্ত বা তথ্যের শ্রেণি বিন্যাস সারণি ও লেখচিত্র

13.1 উপাত্ত বা সংগৃহিত তথ্য

আমরা নানা বিষয়ে তথ্য সংগ্রহ করে বিষয়গুলো সম্বন্ধে ধারণা তৈরি করার চেষ্টা করি। যেমন ধরো, একটা পরীক্ষায় 80 জন ছেলেমেয়ে বাংলা, ইংরেজি ও অঙ্কে বিভিন্ন নম্বর পেয়েছে। কী করে বলবে, কোন্ বিষয়ে ছেলেমেয়েরা বেশি ভাল ফল করেছে। আবার ধরো, একজন দোকানদার তার দোকানে রেখেছে, মুদির জিনিসপত্র, খেলনা, আর জামাকাপড়। 12 মাসের বিক্রির টাকা হিসেব করে সে দেখতে চাইল, কোনগুলোর বিক্রি কোন্ মাসে বেশি হয়।

মনে রাখো, যে তথ্যগুলো তোমার সংগ্রহে আছে বা তুমি পেলে তাকে বাংলায় বলে উপাত্ত, আর ইংরেজিতে সংগৃহিত তথ্য একটা হলে ডেটাম (datum) ও একাধিক তথ্য হলে ডেটা (data) বলে।

লক্ষ করো, তথ্য মাত্র দু-চারটে হলে এই ধরনের প্রশ্নগুলোর উত্তর এমনিতেই দেখে বলে দেওয়া যায়। কিন্তু অনেক তথ্য হলে এটা বলতে আমাদের কোনও পদ্ধতি চাই।

13.2 তথ্য-বিন্যাস (classification) ও সারণি (table) তৈরি করা

প্রাথমিক পদ্ধতি হল এলোমেলো তথ্যকে সাজিয়ে নেওয়া–এক জাতীয় তথ্যকে এক একটা ভাগে রেখে, বা সংখ্যার তথ্য হলে বড় থেকে ছোট বা ছোট থেকে বড় করে এক একটা শ্রেণিতে রেখে। একে বলে তথ্য বিন্যাস – অবিন্যস্ত তথ্যকে বিন্যস্ত করে নেওয়া। এটা করে আমরা পাই,

1. উপযুক্ত সারণিতে বা টেবিলে বিন্যস্ত তথ্যকে সাজিয়ে লেখা । এর পর আসে,
2. প্রয়োজন মতো লেখচিত্র (pictorial) দিয়ে তথ্যের মূল ছবিটা দেখানো ।

উদাহরণ দিয়ে ব্যাপারটা বোঝা যাক।

উদাহরণ 1. ক্লাসের 20 জন ছাত্রছাত্রী বনভোজনে যেতে চায়, শিক্ষক জানতে চাইলেন কে কোন্ ফল পছন্দ করে। রাজুকে বললেন, কাগজ পেনসিল নাও আর এক একজন করে জিগ্যেস করে ফলের নামটা লেখো। রাজু লিখল,

কলা, কমলা, আপেল, পেয়ারা, পেয়ারা, কমলা, কলা, আপেল, কমলা, কমলা, আপেল, কলা, আপেল, কমলা, কলা, আপেল, আপেল, পেয়ারা, আপেল, কলা।

এবার শিক্ষক বললেন, তাহলে একটা তালিকা করো, বনভোজনে কোন্ ফল কটা নিয়ে যেতে হবে। রাজু তিন বার গুনে তিন রকম পেল, মানে বার বার গোনায় ভুল হল। শিক্ষক বললেন, এটাই জানা না গেলে তো আর বনভোজনে যাওয়া হবে না। তোমারা সকলে মিলে ভেবে কোনও একটা পদ্ধতি করে তালিকাটা করো, যাতে ভুল না হয়।

ছেলেমেয়েরা ভাবনা-চিন্তা করে একটা পদ্ধতি বার করে গুনল, আর তার ফলে আর ভুল হল না । পদ্ধতিটা এই রকম –

1. রাজুর তালিকাটায় চোখ বুলিয়ে দেখে নেওয়া, কী কী ফলের নাম আছে । দেখা যাচ্ছে ছেলেমেয়েদের পছন্দ হল চারটি ফল কলা, পেয়ারা, কমলা, আপেল। একটা কাগজে চারটে লাইন টেনে বাঁদিকে এই চারটে ফলের নাম, একটার নিচে একটা করে, লেখা হল ও তারপর ওগুলোর পাশে একটা ওপর-নিচে একটা লম্বা লাইন টেনে রাখা হল;
2. এবার রাজুর করা তালিকাটা নিয়ে শুরু হল প্রথম ফলের নামটা থেকে, এক একটা করে ফলের নাম কেটে দেওয়া আর তখনই সেই ফলটার নামের পাশে একটা দাঁড়ি চিহ্ন দেওয়া। এই ভাবে সারণি তৈরি করতে যে দাঁড়ি চিহ্নটা দেওয়া হয় তাকে বলে **ট্যালি চিহ্ন** (tally mark)। এইভাবে রাজুর তালিকার সবকটাকে তোলা হল পরপর প্রতিটার জন্য তার নামের পাশে একটা করে ট্যালি চিহ্ন দিয়ে;

রাজুর তালিকা:

~~কলা~~, ~~কমলা~~, ~~আপেল~~, ~~পেয়ারা~~, ~~পেয়ারা~~, ~~কমলা~~, ~~কলা~~, ~~আপেল~~, ~~কলা~~, ~~কমলা~~, ~~আপেল~~, ~~কলা~~, ~~আপেল~~, ~~কমলা~~, ~~কলা~~, ~~আপেল~~, ~~আপেল~~, ~~পেয়ারা~~, ~~আপেল~~, ~~কলা~~।

সারণি তৈরি করা:

কলা	~~IIIII~~ I	6
পেয়ারা	III	3
কমলা	IIII	4
আপেল	~~IIIII~~ II	7
		20

3. এরপর কাজ হল ট্যালি চিহ্নগুলো গোনা। যাতে গোনায় ভুল না হয় সেইজন্য প্রতি পাঁচটা ট্যালি চিহ্নকে কেটে রাখা হল, পাঁচ করে গোনার সুবিধার জন্য। ট্যালি চিহ্নগুলোর ঘরটার পাশে ওপর-নিচে আরেকটা লাইন

টেনে তার পাশে গোনা সংখ্যাগুলো লেখা হল। নিচে লাইন টেনে আর একটা সারি করা হল যোগ করে মিলিয়ে দেখার জন্য যোগফলের সংখ্যাটা মোট ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা হল কিনা। না মিললে বুঝতে হবে সারণি তৈরিটা ভুল হয়েছে।

সারণি তৈরি করাটা ঠিক হলেই হয় না। সারণিকে সুন্দর করে প্রকাশ করতে হয়। তার জন্য অতি অবশ্যই দিতে হবে সারণিটার ওপরে একটা উপযুক্ত নাম, যাকে বলে **সারণির শিরোনাম** (table heading), যাতে বোঝা যায়, কার সারণি, কীসের সারণি। সারণির প্রতিটা স্তম্ভ (column heading) বা কলামের ওপরেও সেগুলোর নাম দিতে হবে, যাতে বোঝা যায় ওই কলামে যা রাখা অছে সেগুলো কী। তাই সারণিটাকে আমরা এইভাবে লিখে প্রকাশ করব–

সারণি 1. বিদ্যাচর্চা কেন্দ্রের তৃতীয় শ্রেণির শিক্ষার্থীদের পছন্দের ফল

ফলের নাম	ট্যালি চিহ্ন	মোট পছন্দ সংখ্যা
কলা		6
পেয়ারা		3
কমলা		4
আপেল		7
মোট শিক্ষার্থী		20

সারণির বিভিন্ন অংশের নাম

ওপরের সারণিটা লক্ষ করো। একদম ওপরের আছে সারণিটার শিরোনাম। এর পর দেখো, এই সারণিটাতে আছে বাঁ দিক থেকে ডান দিকে মোট তিনটে **স্তম্ভ** বা কলাম (column) আর ওপর থেকে নিচে মোট ছয়টা **সারি** বা রো (row)।

সারণির ওপরের প্রথম সারি বা রো হল স্তম্ভ বা কলামগুলোর শিরোনাম দেওয়ার জন্য। ওপরের সারণিতে দেখো, তিনটে স্তম্ভের শিরোনাম দেওয়া আছে। বাঁদিকের প্রথমটা হল ফলের নাম, তারপর ট্যালি চিহ্ন ও শেষেরটাতে আছে মোট পছন্দ সংখ্যা।

এর পর চারটে সারিতে পর পর চারটে ফলের নাম দেওয়া আছে প্রথম স্তম্ভটায়, আর এগুলোর পাশের স্তম্ভে আছে এক একটার ট্যালি চিহ্ন ও তারপর ট্যালি চিহ্ন গুনে মোট সংখ্যাটা। সারণির নিচের শেষ সারিটা আছে এক একটা সারির সংখ্যাগুলোকে যোগ করে মোট সংখ্যাটা লেখার জন্য।

মনে রাখো, সারণির ডানদিকের শেষ স্তম্ভ বা কলাম আর নিচের শেষ সারি বা রো, এই দুটো খোপে মোট সংখ্যা লেখা হয়।

সারণির স্তম্ভ আর সারির সংখ্যা আরও বেশিও হতে পারে। এবার আমরা দেখব, আরেকটা উদাহরণ, যেখানে সারির সংখ্যা হবে মোট বারোটা।

উদাহরণ 2. ইস্কুলের চতুর্থ শ্রেণিতে শিক্ষক একদিন 10 নম্বরের অঙ্ক পরীক্ষা নিলেন। 40 জন শিক্ষার্থীর কে কত নম্বর পেল তা নিচে দেওয়া হল। একটা সারণি তৈরি করো ও বার করো, 4 নম্বরের কম কত জন পেয়েছে আর 7 নম্বরের বেশি কত জন পেয়েছে।

3	4	7	2	2	2	1	1	7	9
10	8	7	5	5	6	6	8	4	2
5	4	7	6	3	8	9	8	7	5
8	3	6	5	8	2	7	3	4	6

লক্ষ করো, আগের উদাহরণে তথ্যগুলো ছিল নানা ফলের নাম, আর এখানে তথ্যগুলো হল সংখ্যা। সারণি তৈরি করার সময় ফলের নামকে সাজিয়ে লেখার প্রয়োজন হয়নি, কারণ তার ছোট বড় হয় না।

কিন্তু সংখ্যা তো ছোট বড় হয়, তাই সারণি তৈরি করার সংখ্যাগুলো লিখে নিতে হবে ছোট থেকে বড় করে। তালিকায় দেখো সবচেয়ে কম প্রাপ্ত নম্বর হল 1 ও সবচেয়ে বেশি হল 10। তাই আমরা ট্যালি চিহ্ন দেওয়ার জন্য সারণির বাঁ দিকের স্তম্ভ বা কলামে প্রথমে দশটা সারিতে লিখে নেব পরপর 1 থেকে 10।

এরপর আগের মতোই ট্যালি চিহ্ন দিয়ে ও তার সংখ্যা গুনে আমরা সারণিটা পাব, ও সেটাকে সুন্দর করে শিরোনাম দিয়ে লিখব।

সারণি 2. বিদ্যাচর্চা কেন্দ্র: চতুর্থ শ্রেণির অঙ্ক পরীক্ষায় প্রাপ্ত নম্বরের বিন্যাস

প্রাপ্ত নম্বর	ট্যালি চিহ্ন	শিক্ষার্থীর সংখ্যা
1	||	2
2	|||	3
3	||||	4

<table>
<tr><td>4</td><td>||||</td><td>4</td></tr>
<tr><td>5</td><td>~~||||~~ ||</td><td>6</td></tr>
<tr><td>6</td><td>~~||||~~ ||</td><td>6</td></tr>
<tr><td>7</td><td>~~||||~~ |||</td><td>7</td></tr>
<tr><td>8</td><td>~~||||~~</td><td>5</td></tr>
<tr><td>9</td><td>||</td><td>2</td></tr>
<tr><td>10</td><td>|</td><td>1</td></tr>
<tr><td></td><td>মোট শিক্ষার্থী</td><td>40</td></tr>
</table>

সারণি থেকে চট করে বলে দিতে পারবে, 4 নম্বরের কম পেয়েছে (4+3+2) বা 9 জন ও 7 নম্বরের বেশি পেয়েছে (5+2+1) বা 8 জন শিক্ষার্থী।

13.3 সংখ্যার শ্রেণি বিন্যাস

ওপরের উদাহরণে প্রাপ্ত নম্বর ছিল 1 থেকে 10-এর মধ্যে। তাই দশটা সারি করে আমরা সারণিটা তৈরি করতে পেরেছি। কিন্তু যদি পরীক্ষাটা 100 নম্বরের হত, তাহলে শিক্ষার্থীদের প্রাপ্ত নম্বর 1 থেকে 100 হতে পারত। তখন কীভাবে সারণি তৈরি করব? 1 থেকে 100 অব্দি সংখ্যার একশটা সারি করলে সে তো লম্বা হয়ে যাবে, আর সারণিটা থেকে চট করে বিশেষ কিছু বোঝাও যাবে না।

> সারণি তৈরি করার উদ্দেশ্য হল, তথ্যকে এমনভাবে সাজানো যাতে তা দেখে তথ্যগুলোর মূল ছবিটা স্পষ্ট হয়। সাধারণত, সারণিতে পাঁচ থেকে দশটা সারি রাখতে পারলে সারণিটা দেখতে সুন্দর হয়, আর তথ্যগুলোর মূল ছবিটা বোঝা যায়। কোনও ক্ষেত্রে অবশ্য সারির সংখ্যা বেশি বা কম করতে হতে পারে।

উদাহরণ 3. 100 নম্বরের অঙ্ক পরীক্ষায় ইস্কুলের পঞ্চম শ্রেণির 40 জন শিক্ষার্থীর কে কত নম্বর পেল তা নিচে দেওয়া হল। একটা সারণি তৈরি করো ও বার করো, 40 নম্বরের কম কত জন পেয়েছে আর 60 নম্বরের বেশি কত জন পেয়েছে।

37	47	72	82	92	52	51	71	77	92
90	85	75	57	52	67	56	88	64	62
59	60	70	61	33	38	39	80	71	59
89	43	6	16	28	22	17	33	47	62

সারণিটা বানাতে আমরা একটা একটা করে একশটা সারিতে 1 থেকে 100 অব্দি সংখ্যা নেওয়ার বদলে 1 থেকে 100 কে কয়েকটা শ্রেণিতে ভাগ (classification) করে নেব। ধরা যাক, আমরা ঠিক করলাম সারণিতে দশটা সারি বা শ্রেণিতে (class) রাখব। তাহলে 100 অব্দি সংখ্যাকে 10 টা শ্রেণিতে ভাগ করব। এক একটা শ্রেণিতে পড়বে (100÷10) বা 10 করে। সুতরাং, শ্রেণিগুলো হবে, 1–10, 11–20, 21–30, 31–40, …… 100 পর্যন্ত।

সারণি 3. বিদ্যাচর্চা কেন্দ্র: পঞ্চম শ্রেণির অঙ্ক পরীক্ষায় প্রাপ্ত নম্বরের বিন্যাস

প্রাপ্ত নম্বর	ট্যালি চিহ্ন	শিক্ষার্থীর সংখ্যা
1–10	$\vert$	1
11–20	$\vert\vert$	2
21–30	$\vert\vert$	2
31–40	$\cancel{\vert\vert\vert\vert}$	5
41–50	$\vert\vert\vert$	3
51–60	$\cancel{\vert\vert\vert\vert}\ \vert\vert\vert$	8
61–70	$\cancel{\vert\vert\vert\vert}$	5
71–80	$\cancel{\vert\vert\vert\vert}\ \vert$	6
81–90	$\cancel{\vert\vert\vert\vert}\ \vert$	6
91–100	$\vert\vert$	2
	মোট শিক্ষার্থী	40

মনে রাখো: কীভাবে শ্রেণিগুলো ঠিক করবে। যে উপাত্ত বা তথ্যগুলো দেওয়া আছে তার মধ্যে খুঁজে দেখো সবচেয়ে ছোট সংখ্যা আর সবচেয়ে বড় সংখ্যা কোন্ দুটো। এই দুটো প্রান্ত সংখ্যার মধ্যে বিস্তৃত আছে বাকি সংখ্যাগুলো। বড় সংখ্যাটা থেকে ছোট সংখ্যাটা বিয়োগ করে বিয়োগফলটা মনে রাখো। এবারে ঠিক করো তুমি সারণিতে মোটামুটি কটা শ্রেণি রাখতে চাও। ওই বিয়োগফলকে এই শ্রেণির সংখ্যা দিয়ে ভাগ করো। এই ভাগফলটা হল একটা আন্দাজ – এক

একটা শ্রেণির আরম্ভ আর শেষের মান দুটোর পার্থক্য মোটামুটি কত রাখতে হবে। একে বলে <u>শ্রেণি ব্যবধান</u> (class interval)।

$$\text{শ্রেণি ব্যবধানের আন্দাজ} = \frac{(\text{সবচেয়ে বড় সংখ্যা} - \text{সবচেয়ে ছোট সংখ্যা})}{\text{শ্রেণির সংখ্যা}}$$

শ্রেণিগুলো ঠিক করার সময় এই আন্দাজটাকে একটু বেশি-কম করে নিতে হতে পারে। তাতে শ্রেণির সংখ্যাও দু-একটা কম-বেশি হয়ে যেতে পারে। আবার, হয়ত দেখা যাবে যে প্রথম শ্রেণিটা সবচেয়ে ছোট সংখ্যাটার কয়েকটা সংখ্যা আগে থেকে শুরু করলে পর পর শ্রেণিগুলো একইভাবে আসছে। এগুলো বিবেচনা করে শ্রেণিগুলো ঠিক করতে হয়।

উদাহরণ 4.

25 জন ব্যক্তির দৈনিক কত টাকা আয় হয় দেওয়া আছে। সারণি তৈরি করতে শ্রেণিগুলো কী নেবে?

290, 281, <u>245</u>, 323, 324, 256, 312, 278, 265, 302,
255, <u>346</u>, 282, 261, 257, 334, 269, 258, 330, 272,
295, 302, 249, 312, 286

লক্ষ করো, এখানে সবচেয়ে বড় সংখ্যা <u>346</u>, আর সবচেয়ে ছোট সংখ্যা <u>245</u> । সুতরাং যে 25 টা সংখ্যা দেওয়া আছে সেগুলোর বিস্তার হল (346–245) বা 101। অর্থাৎ, 101-এর মধ্যে 25 টা সংখ্যা আছে। এবারে প্রশ্ন হল, কটা শ্রেণি নেওয়া ঠিক হবে। যেহেতু সংখ্যা মাত্র 25 টা, তাই 5-6 টা শ্রেণি নেওয়াই ঠিক হবে। কারণ, এর বেশি 8-10 টা শ্রেণি নিলে এমন হতেই পারে যে <u>কোনও কোনও শ্রেণিতে কোনও সংখ্যাই পড়ল না। সারণিতে এমনটা বাঞ্ছনীয় নয়।</u>

সুতরাং, শ্রেণি ব্যবধান হবে মোটামুটিভাবে (101÷ 5) বা, ধরা যাক 20। আর আমরা শ্রেণিগুলো শুরু করব সবচেয়ে ছোট সংখ্যাটার কয়েকটা সংখ্যা আগে থেকে, এখানে ধরা যাক 241। তাহলে শ্রেণিগুলো হবে –

241–260, 261–280, 281–300, 301–320, 321–340, 341–360 ।

অনুশীলন 13.1

1. 20 জন লোকের ওজন (কেজি) দেওয়া হল। উপযুক্ত সারণি তৈরি করো।

   52, 56, 58, 60, 52, 50, 60, 58, 56, 54,
   54, 58, 56, 50, 56, 60, 58, 56, 58, 56।

[লক্ষ করো, এখানে 50, 52, 54, 56, 58, 60, এই 6 টা সংখ্যাই বার বার এসেছে। তাই এখানে শ্রেণি করে নেওয়ার প্রয়োজন হবে না।]

2. 30 জন শিক্ষার্থীর অঙ্ক পরীক্ষায় পাওয়া নম্বর দেওয়া হল। শ্রেণি ব্যবধান 5 নিয়ে সারণি তৈরি করো।

66,	84,	72,	73,	83,	88,	67,	68,	81,	73,
79,	69,	67,	66,	69,	67,	65,	72,	70,	79,
65,	81,	87,	84,	67,	73,	78,	66,	81,	75।

3. 24 জন ব্যক্তির দৈনিক কত টাকা আয় হয় দেওয়া আছে। সারণি তৈরি করো। শ্রেণি ব্যবধান 10 নিয়ে সারণি তৈরি করো।

252,	300,	258,	260,	299,	275,	271,	278,
254,	288,	298,	265,	268,	260,	292,	287,
257,	267,	268,	281,	278,	271,	275,	297।

13.4 উপাত্ত বা তথ্যের শ্রেণি বিন্যাস থেকে লেখচিত্র (pictorial)

আমরা দেখলাম, সারণি দিয়ে অনেক অনেক তথ্যকে এমনভাবে সাজিয়ে প্রকাশ করা হয় যাতে সেগুলোর মূল চরিত্রটা বোঝা যায়। তাহলেও, বোঝার জন্য সারণিতে শ্রেণিবদ্ধ তথ্য খুঁটিয়ে দেখতে হয়। আরও সহজে, চট করে দেখেই তথ্যগুলোর মূল চরিত্রটার আন্দাজ দেওয়ার জন্য আমরা ব্যবহার করি লেখচিত্র। লেখচিত্রে তথ্যগুলোর মূল চরিত্রটা ছবি দিয়ে দেখানো হয়।

উপাত্ত বা যে তথ্যগুলো পাওয়া গেছে তা সারণি করে লেখার পরে আমরা সহজেই নানা ধরনের লেখচিত্র তৈরি করে তথ্যগুলোকে প্রকাশ করতে পারি। কত রকমের লেখচিত্র হয় সে সম্বন্ধে কিছু প্রাথমিক ধারণা আলোচনা করব ও কয়েকটি লেখচিত্রগুলো আঁকার পদ্ধতি মোটামুটি জেনে রাখব। পরবর্তীকালে আমরা লেখচিত্রগুলো আঁকার পদ্ধতি বিস্তারিতভাবে শিখব।

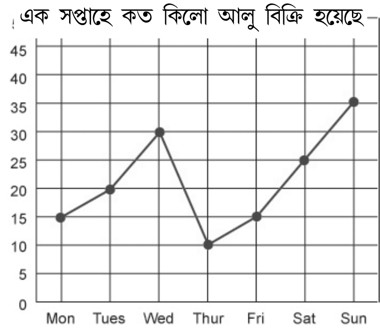
নানা ধরনের লেখচিত্র হয়– **চিত্রলেখ** বা পিক্টোগ্রাফ (Pictograph), **রেখাচিত্র** বা লাইন ডায়াগ্রাম (Line Diagram), **স্তম্ভচিত্র** বা বার গ্রাফ (Bar Graph)। এছাড়া চতুর্থ ধরনটা হল, **বৃত্তলেখ** বা পাই চার্ট (Pi Chart), যা ব্যবহার হয় তথ্যকে শতকরা অংশে একটা বৃত্তের ভাগ হিসাবে দেখাতে। এটা আমরা পরে শিখব। প্রথমে আমরা দেখে নিই এই লেখচিত্রগুলো কেমন দেখতে হয়।

চিত্রলেখ (Pictograph)

এক সপ্তাহে মেলাতে কতজন লোক এসেছে

সোম	☺☺ ☺☺
মঙ্গল	☺☺ ☺
বুধ	☺☺ ☺☺ ☺
বৃহ	☺☺ ☺
শুক্র	☺☺ ☺☺ ☺
শনি	☺☺ ☺☺ ☺☺☺ ☺
রবি	☺☺☺☺☺☺ ☺☺ ☺

রেখাচিত্র (Line Diagram)

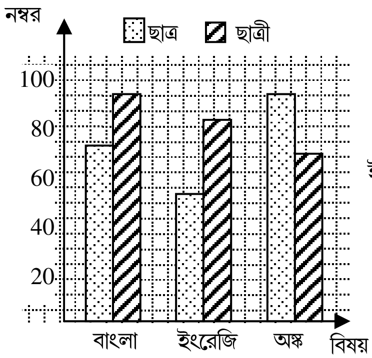


চিত্রলেখে আমরা সংখ্যার বদলে চিহ্ন ব্যবহার করি। ওপরে এক একটা ☺ চিহ্নের সংখ্যা ধরেছি 100 জন, ও এক একটা দিনের সংখ্যা বোঝাতে সেই অনুযায়ী চিহ্ন বসিয়েছি। রেখাচিত্রে উল্লম্ব রেখায় কেজি নিয়েছি, এক একটা ঘরকে 5 কেজি করে। সমান্তরাল রেখায় দিনগুলো লিখে, এক একটা দিনের সংখ্যাকে বিন্দু দিয়ে চিহ্নিত করেছি ও তারপর সেগুলোকে রেখা টেনে যুক্ত করেছি।

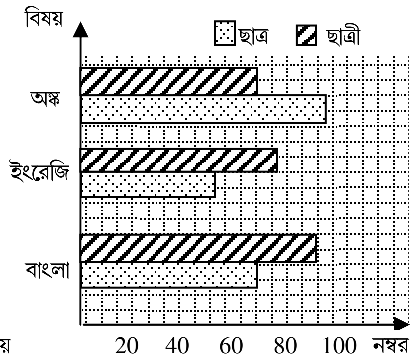
উল্লম্ব স্তম্ভচিত্রে (Vertical Bar Graph) আমরা সংখ্যাটা বোঝাই এক একটা স্তম্ভের উচ্চতা দিয়ে। স্তম্ভগুলো সমান চওড়া করে আঁকি ও তাদের মধ্যে সমান ফাক রাখি। কতটা চওড়া করা হবে ও কতটা ফাক রাখা হবে, তা ঠিক করে নিতে হয় মোট কটা স্তম্ভ হবে সেই অনুযায়ী, যাতে দেখতে সুন্দর হয়। **অনুভূমিক স্তম্ভচিত্রে** (Horizontal Bar Graph)আমরা উল্লম্ব স্তম্ভচিত্রকে উল্টে নিই। মনে রেখো, প্রথমেই আমাদের দুটো সরলরেখা টেনে নিতে হয়, একটা উল্লম্ব ও অন্যটা সমান্তরাল করে। এই দুটো রেখাকে বলে উল্লম্ব অক্ষ (vertical axis) ও সমান্তরাল অক্ষ (horizontal axis)।

রেখাচিত্র ও স্তম্ভচিত্র আঁকতে কাগজে সমান করে চৌকো ঘর কেটে নিতে হয়, বা গ্রাফ পেপার ব্যবহার করা যায়। সংখ্যাগুলো কেমন ও কত থেকে কত পর্যন্ত আছে সেই হিসাব করে এক একটা ঘরের সংখ্যা স্থির করে নিতে হয়।

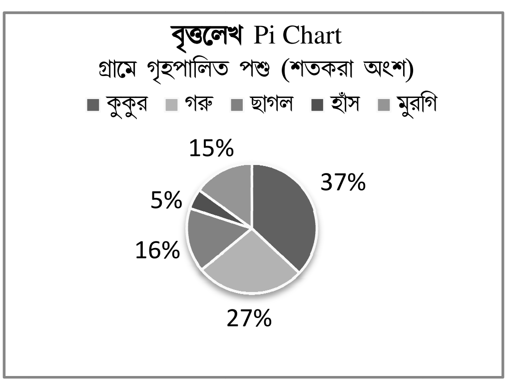
স্তম্ভচিত্র (উল্লম্ব)
পরীক্ষায় ছাত্র ও ছাত্রীদের গড় নম্বর



স্তম্ভচিত্র (অনুভূমিক)
পরীক্ষায় ছাত্র ও ছাত্রীদের গড় নম্বর



বিশেষ ক্ষেত্রে মোটামুটিভাবে সংখ্যা বোঝানো ছাড়া চিত্রলেখ তেমন ব্যবহার হয় না। রেখাচিত্র সাধারণত ব্যবহার হয় কোনওকিছুর ক্রমাগত সংখ্যাগত বৃদ্ধি বা হ্রাস সময়ের প্রেক্ষিতে কেমন হয়েছে তা দেখাতে। স্তম্ভচিত্র ব্যবহার করা হয় একটা বা একাধিক বিষয়ের সংখ্যাগত তুলনা করতে। সাধারণত উল্লম্ব স্তম্ভচিত্রই অধিক ব্যবহার হয়। ক্ষেত্রবিশেষে অনুভূমিক স্তম্ভচিত্র ব্যবহার করা যেতে পারে।



শতকরায় দেওয়া তথ্যকে আমরা বৃত্তলেখ এঁকে দেখাই। জ্যামিতি থেকে শিখবে কীভাবে কোণ আঁকতে হয় চাঁদা ব্যবহার করে, ও জানবে যে বৃত্তে থাকে 360 ডিগ্রী কোণ। আমরা হিসাব করব, শতাংশে দেওয়া সংখ্যা গুলো 360-য়ের মধ্যে কত হবে। সেই হিসাবে আমরা কোণ এঁকে বৃত্তটাকে বিভিন্ন অংশে ভাগ করে দেখাই। বৃত্তলেখ আঁকা শিখবে প্রাথমিক জ্যামিতি শেখার পরে।

সংযোজন

শব্দ নির্দেশিকা

(Index of Arithmetic terms)