অঙ্ক শেখায় হাতেখড়ি

পাটিগণিত

(With an index of Arithmetic Terms)

প্রথম খণ্ড

বিদ্যাচর্চা কেন্দ্রের পাঠ সংকলন

Onko Shekhaay Hathekhari – Patigonit
Prothom Khando

by Sutanu Bhattacharya

Revised Edition: March 2026
First Edition: March 2017

Published by:
Sutanu Bhattacharya
63/114B Prince Anwar Shah Road
Rhineview Flat 5B, Kolkata 700045, India
Phone: 9831943859
E-mail:sutnbh@gmail.com

Printed by:
Print-&-Bind
62A Baithakkhana Road, Sealdah
Kolkata 700009
Phone: 9830168575

This book is a compilation of the lessons that have been developed over the years since 2014 for its students at Phuldanga Vidyacharcha Kendra, Shyambati, Birbhum, West Bengal. Care has been taken not to violet any existing copyright or intellectual property right. If any copyright is inadvertently infringed, please notify the publisher for corrective action.

NOT FOR SALE

এই বইটা কেন

এই বইটির দুটি খণ্ডে পাওয়া যাবে বাংলা ভাষায় পাটিগণিতের প্রারম্ভিক পাঠগুলো । এর আগে অঙ্ক শেখার বুনিয়াদী পাঠে 100 পর্যন্ত সংখ্যা ও সাধারণ যোগ বিয়োগ শেখানো হয়েছে “লেখাপড়ায় হাতেখড়ি” বইটিতে ।

ইংরেজি মাধ্যমে লেখাপড়া করছে এমন বাংলাভাষী শিক্ষার্থীরাও বইটি ব্যবহার করতে পারে, নিজ ভাষায় সহজ করে অঙ্ক বোঝা ও শেখার জন্য । তাদের সুবিধার্থে অঙ্কের বিষয়গুলির বাংলা নামের ইংরেজি প্রতিশব্দ পাঠগুলিতে ও তার নির্দেশিকা বইয়ের শেষে Subject Index-য়ে রাখা আছে। আজকাল ইংরেজিতে লেখা সংখ্যার ব্যবহার প্রায় সর্বত্রই। তাই ইংরেজি সংখ্যাই রাখা হল, যদিও এগুলি বাংলাতেই বলব।

শিশুদের অঙ্ক শেখার বই আজকাল যা পাওয়া যায় তার আকার বিশাল আর আয়তনও বিপুল। শিশুর পড়ার বইয়ের হরফ নাকি বড় বড় হতে হয়, আর বই আকর্ষণীয় করতে নানা রঙে হরেকরকম ছবি ঠেসে দিতে হয় – এটাই চল হয়েছে । বইয়ে পড়ার হরফ আসলে কিন্তু ছোটই চাই। শিশুচোখে বইয়ের স্বাভাবিক হরফই যথেষ্ট বড় দেখায় । আর নানা রঙের ছবির অতিরিক্ত ব্যবহারে নানা ভাবে উপস্থাপনা শিশুকে বিভ্রান্তই করে। বড় মাপের মোটাসোটা বইও শিশুর হাতে নাড়াচাড়ার অনুপযুক্ত ও ভীতিপ্রদ হয়ে পড়ে ।

রোজকার ব্যবহারিক সমস্যার সমাধানে অঙ্কের প্রয়োগ দিয়ে উপস্থাপনা করলে শিশুর কাছে অঙ্ক হয়ত আকর্ষণীয় হয়, সহজবোধ্য হয়, আর অঙ্কের প্রতি ভীতিও কমে। মুখে বলে শিশুকে এই পদ্ধতিতে অঙ্ক বোঝালে ভাল হয়। কিন্তু পড়া লেখার মাধ্যমে অঙ্ক শেখানোর বইয়ে এই পদ্ধতির ব্যবহার অঙ্ক শেখাকে জটিল করে দেয়। প্রথমে শিশুকে পড়ে বুঝতে হয় লেখায় বর্ণনা করা ব্যবহারিক সমস্যাটি ঠিক কী। লেখাপড়ার ভাষায় যথেষ্ট দক্ষ না হওয়া পর্যন্ত শিশুর পক্ষে সে কি সম্ভব? এরপর হল, ভাষায় বর্ণনা করা সমস্যাটিকে একটি অঙ্কের সমস্যায় রূপান্তরিত করতে পারা। তারপরে আসে অঙ্কটির সমাধানের পদ্ধতিটা বোঝা।

এই বইটি পড়া লেখার মাধ্যমে অঙ্ক শেখানোর সাবেকী বইগুলির মতোই – শিশুহাতে নাড়াচাড়ার উপযুক্ত সাধারণ আকৃতির বই যা ভীতিজনক নয়, যেখানে সহজ করে বোঝানো হয়েছে অঙ্কের ধারণা ও পদ্ধতিগুলো, আর আছে যথেষ্ট সংখ্যায় উদাহরণ ও অনুশীলনের অঙ্ক। লেখাপড়া জানা অভিভাবক বা স্থানীয় মানুষজনও এই বইটি থেকে ছেলেমেয়েদের অঙ্ক শেখায় সাহায্য করতে পারেন।

বীরভূমের ফুলডাঙা গ্রামের বিদ্যাচর্চা কেন্দ্রে শিশুদের লেখাপড়া শেখানোর ফসল এই পুস্তিকা । আরও অনেক শিশুর লেখাপড়ায় সহায়ক হলে বইটি সার্থক হয়।

মার্চ ২০২৬

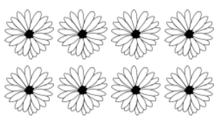
ফুলডাঙা বিদ্যাচর্চা কেন্দ্র, বীরভূম — সুতনু ভট্টাচার্য

সূচিপত্র

পাঠ 1. সহজ গুণ করা

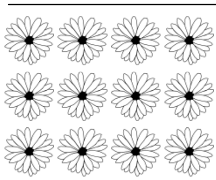
1.1 গুণ সম্বন্ধে ধারণা – বার বার যোগ করা

একটি সংখ্যাকে বার বার যোগ করলে যোগফল বাড়তে থাকে কতবার যোগ করা হল সেই অনুযায়ী। সংখ্যাটি কতবার যোগ করা হল সেটা জানলে, বার বার যোগ না করেও, গুণ করে একবারেই বলা যাবে যোগফলটা কত। গুণ করাকে বোঝানো হয় গুণ চিহ্ন (x) (Multiplication sign) দিয়ে । কতবার যোগ করা হল সেটা দিয়ে সংখ্যাটিকে গুণ করলে আমরা গুণফল পাই। গুণফল বোঝাতে সামনে সমান চিহ্ন (=) বসানো হয় (Equal to sign)। সহজ গুণ (Simple multiplication) সম্বন্ধে ধারণা স্পষ্ট হবে ।



4

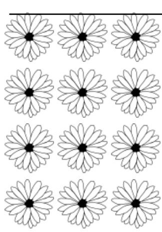
4 4 করে 2 বার যোগ 4+4 মানে 4 x 2=8



4

4

4 4 করে 3 বার যোগ 4+4+4 মানে 4 x 3=12

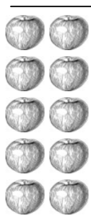


3

3

3

3 3 করে 4 বার যোগ 3+3+3+3 মানে =3 x 4=12



2

2

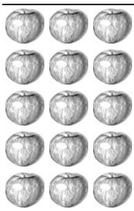
2

2

2 2 করে 5 বার যোগ 2+2+2+2+2 মানে 2 x 5=10

5

5   5 করে 2 বার যোগ 5+5   মানে   5 x 2=10



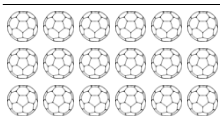
3

3

3

3

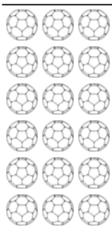
3   3 করে 5 বার যোগ 3+3+3+3+3 মানে   3 x 5=15



6

6

6   6 করে 3 বার যোগ 6+6+6 মানে 6 x 3=18



3

3

3

3

3

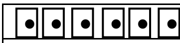
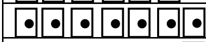
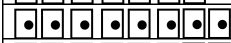
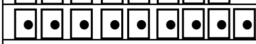
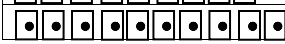
3   3 করে 6 বার যোগ 3+3+3+3+3+3 মানে   3 x 6=18

1.2 যোগ করে গুণ করা শেখা (10 পর্যন্ত সংখ্যা)

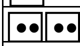
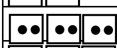
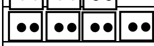
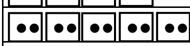
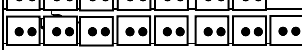
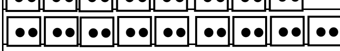
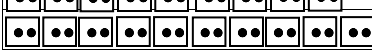
বাংলায় নামতার (Multiplication Table 1–10) ছড়াতে সংখ্যাগুলি মাঝে মাঝেই আগে পরে উল্টে বলা হয়। সংখ্যা বলা ও লেখার নিয়মে মিল না থাকায় গুণ শেখায় বিভ্রান্তি ঘটাতে পারে। আমরা ওই ছড়াটি মুখস্ত করব না। কোন সংখ্যার সাথে কোন সংখ্যার গুণ লেখা অনুযায়ী পড়ে বলব ও মনে রাখব।

1-এর নামতা: প্রতি বাক্সে 1টা করে বল রাখো। কটা বাক্সে মোট কটা বল হবে?

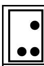
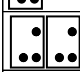
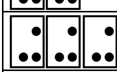
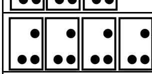
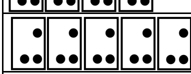
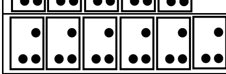
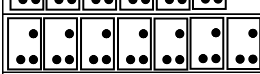
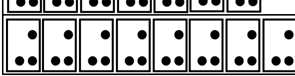
[•]	এক গুণ এক	1 x 1	এক	1
[•][•]	এক গুণ দুই	1 x 2	দুই	2
[•][•][•]	এক গুণ তিন	1 x 3	তিন	3
[•][•][•][•]	এক গুণ চার	1 x 4	চার	4
[•][•][•][•][•]	এক গুণ পাঁচ	1 x 5	পাঁচ	5

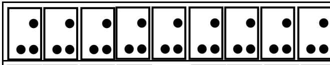
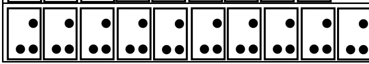
 এক গুণ ছয়	1 x 6	ছয়	6
 এক গুণ সাত	1 x 7	সাত	7
 এক গুণ আট	1 x 8	আট	8
 এক গুণ নয়	1 x 9	নয়	9
 এক গুণ দশ	1 x 10	দশ	10

2-এর নামতা: প্রতি বাক্সে 2টা করে বল রাখো। কটা বাক্সে মোট কটা বল হবে?

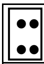
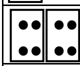
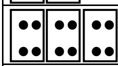
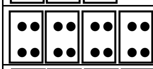
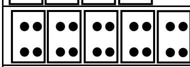
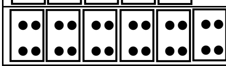
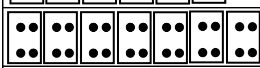
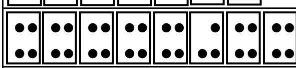
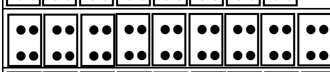
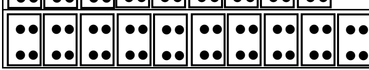
 দুই গুণ এক	2 x 1	দুই	2
 দুই গুণ দুই	2 x 2	চার	4
 দুই গুণ তিন	2 x 3	ছয়	6
 দুই গুণ চার	2 x 4	আট	8
 দুই গুণ পাঁচ	2 x 5	দশ	10
 দুই গুণ ছয়	2 x 6	বারো	12
 দুই গুণ সাত	2 x 7	চোদ্দ	14
 দুই গুণ আট	2 x 8	ষোল	16
 দুই গুণ নয়	2 x 9	আঠারো	18
 দুই গুণ দশ	2x10	কুড়ি	20

3-এর নামতা: প্রতি বাক্সে 3টা করে বল রাখো। কটা বাক্সে মোট কটা বল হবে?

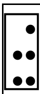
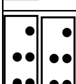
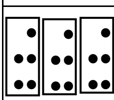
 তিন গুণ এক	3 x 1	তিন	3
 তিন গুণ দুই	3 x 2	ছয়	6
 তিন গুণ তিন	3 x 3	নয়	9
 তিন গুণ চার	3 x 4	বারো	12
 তিন গুণ পাঁচ	3 x 5	পনের	15
 তিন গুণ ছয়	3 x 6	আঠারো	18
 তিন গুণ সাত	3 x 7	একুশ	21
 তিন গুণ আট	3 x 8	চব্বিশ	24

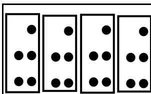
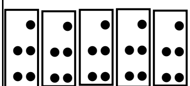
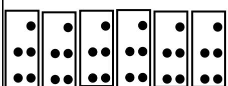
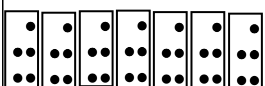
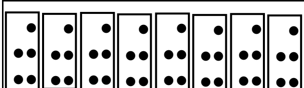
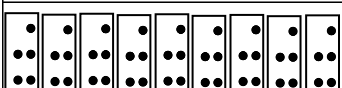
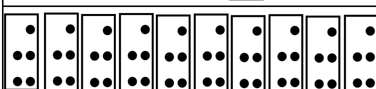
	তিন গুণ নয়	3 x 9	সাতাশ	27
	তিন গুণ দশ	3x10	ত্রিশ	30

4-এর নামতা: প্রতি বাক্সে 4টা করে বল রাখো। কটা বাক্সে মোট কটা বল হবে?

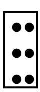
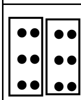
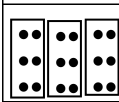
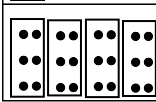
	চার গুণ এক	4 x 1	চার	4
	চার গুণ দুই	4 x 2	আট	8
	চার গুণ তিন	4 x 3	বারো	12
	চার গুণ চার	4 x 4	ষোল	16
	চার গুণ পাঁচ	4 x 5	কুড়ি	20
	চার গুণ ছয়	4 x 6	চব্বিশ	24
	চার গুণ সাত	4 x 7	আঠাশ	28
	চার গুণ আট	4 x 8	বত্রিশ	32
	চার গুণ নয়	4 x 9	ছত্রিশ	36
	চার গুণ দশ	4 x 10	চল্লিশ	40

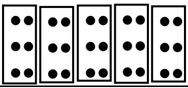
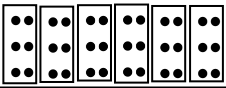
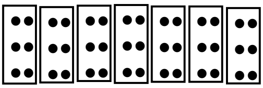
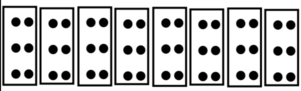
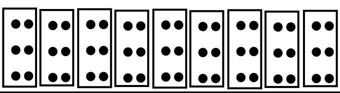
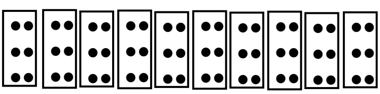
5-এর নামতা: প্রতি বাক্সে 5টা করে বল রাখো। কটা বাক্সে মোট কটা বল হবে?

	পাঁচ গুণ এক	5 x 1	পাঁচ	5
	পাঁচ গুণ দুই	5 x 2	দশ	10
	পাঁচ গুণ তিন	5 x 3	পনের	15

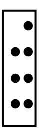
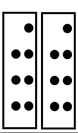
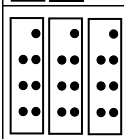
	পাঁচ গুণ চার	5 x 4	কুড়ি	20
	পাঁচ গুণ পাঁচ	5 x 5	পঁচিশ	25
	পাঁচ গুণ ছয়	5 x 6	ত্রিশ	30
	পাঁচ গুণ সাত	5 x 7	পঁয়ত্রিশ	35
	পাঁচ গুণ আট	5 x 8	চল্লিশ	40
	পাঁচ গুণ নয়	5 x 9	পঁয়তাল্লিশ	45
	পাঁচ গুণ দশ	5 x10	পঞ্চাশ	50

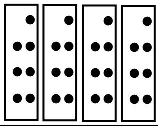
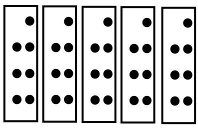
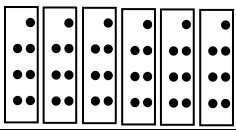
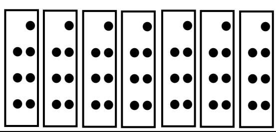
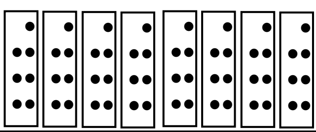
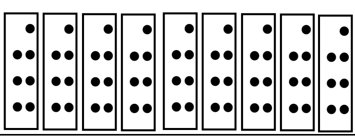
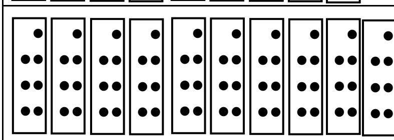
6-এর নামতা: প্রতি বাক্সে 6টা করে বল রাখো। কটা বাক্সে মোট কটা বল হবে?

	ছয় গুণ এক	6 x 1	ছয়	6
	ছয় গুণ দুই	6 x 2	বারো	12
	ছয় গুণ তিন	6 x 3	আঠারো	18
	ছয় গুণ চার	6 x 4	চব্বিশ	24

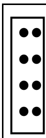
 ছয় গুণ পাঁচ	6 x 5	ত্রিশ	30
 ছয় গুণ ছয়	6 x 6	ছত্রিশ	36
 ছয় গুণ সাত	6 x 7	বিয়াল্লিশ	42
 ছয় গুণ আট	6 x 8	আটচল্লিশ	48
 ছয় গুণ নয়	6 x 9	চুয়ান্ন	54
 ছয় গুণ দশ	6 x10	ষাট	60

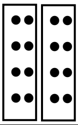
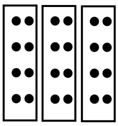
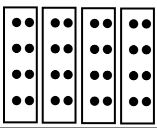
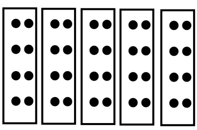
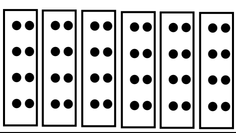
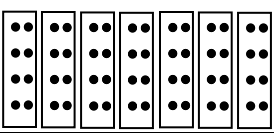
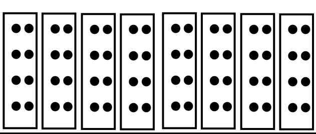
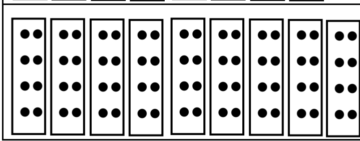
7-এর নামতা: প্রতি বাক্সে 7টা করে বল রাখো। কটা বাক্সে মোট কটা বল হবে?

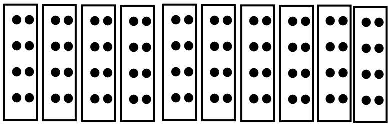
 সাত গুণ এক	7 x 1	সাত	7
 সাত গুণ দুই	7 x 2	চোদ্দ	14
 সাত গুণ তিন	7 x 3	একুশ	21

 সাত গুণ চার	7 x 4	আঠাশ	28
 সাত গুণ পাঁচ	7 x 5	পঁয়ত্রিশ	35
 সাত গুণ ছয়	7 x 6	বিয়াল্লিশ	42
 সাত গুণ সাত	7 x 7	ঊনপঞ্চাশ	49
 সাত গুণ আট	7 x 8	ছাপান্ন	56
 সাত গুণ নয়	7 x 9	তেষট্টি	63
 সাত গুণ দশ	7 x10	সত্তর	70

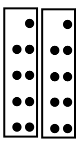
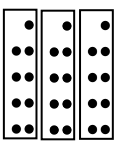
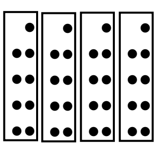
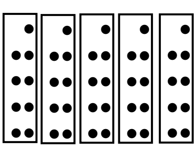
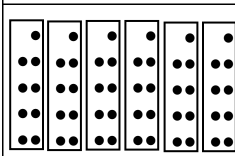
8-এর নামতা: প্রতি বাক্সে 8টা করে বল রাখো। কটা বাক্সে মোট কটা বল হবে?

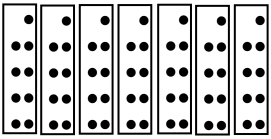
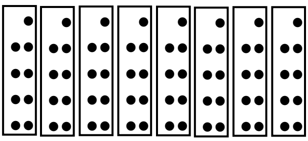
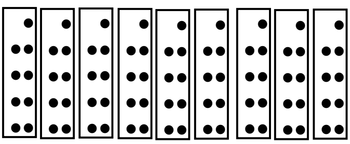
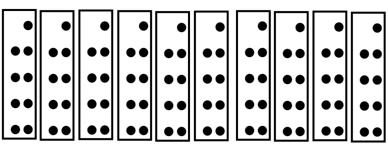
 আট গুণ এক	8 x 1	আট	8

	আট গুণ দুই	8 x 2	ষোল	16
	আট গুণ তিন	8 x 3	চব্বিশ	24
	আট গুণ চার	8 x 4	বত্রিশ	32
	আট গুণ পাঁচ	8 x 5	চল্লিশ	40
	আট গুণ ছয়	8 x 6	আটচল্লিশ	48
	আট গুণ সাত	8 x 7	ছাপান্ন	56
	আট গুণ আট	8 x 8	চৌষট্টি	64
	আট গুণ নয়	8 x 9	বাহাত্তর	72

	আট গুণ দশ	8 x10	আশি	80

9-এর নামতা: প্রতি বাক্সে 9টা করে বল রাখো। কটা বাক্সে মোট কটা বল হবে?

	নয় গুণ এক	9 x 1	নয়	9
	নয় গুণ দুই	9 x 2	আঠারো	18
	নয় গুণ তিন	9 x 3	সাতাশ	27
	নয় গুণ চার	9 x 4	ছত্রিশ	36
	নয় গুণ পাঁচ	9 x 5	পঁয়তাল্লিশ	45
	নয় গুণ ছয়	9 x 6	চুয়ান্ন	54

 নয় গুণ সাত	9 x 7	তেষট্টি	63
 নয় গুণ আট	9x 8	বাহাত্তর	72
 নয় গুণ নয়	9 x 9	একাশি	81
 নয় গুণ দশ	9 x 10	নব্বই	90

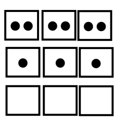
1.3 গুণের নামতা সারণি 1–10 (Multiplication Table 1–10)

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

লক্ষ করো:

- সারণিটি থেকে যেকোনও সংখ্যার 10 পর্যন্ত গুণের নামতা যেকোনও দিক থেকে পড়া যাবে – সংখ্যার ঘরটি থেকে শুরু করে বাঁদিক থেকে ডানদিকে বা ওপর থেকে নিচে। আরও দেখো, এক একটি গুণ দু’ভাবেই করা যায়, যেমন 3x4=12 আবার 4x3=12। কাজেই, 3-কে 4 দিয়ে গুণ বা 4-কে 3 দিয়ে গুণ একই। বলা যায় 3 ও 4 গুণ করা বা 4 ও 3 গুণ করা একই। <u>যোগের বেলাতেও</u> এমনটা হয়, কিন্তু <u>বিয়োগ বা ভাগের বেলায়</u> নয়।
- 1-য়ের নামতা: কোনও সংখ্যাকে 1 দিয়ে গুণ করলে সেই সংখ্যাটাই আসে। 10-য়ের নামতা সহজ। যে সংখ্যা 10-য়ের সাথে গুণ হবে তার ডাইনে একটা 0 বসালেই হবে।

1.4 শূন্য (0) দিয়ে গুণ সর্বদা শূন্য (0) হয়



2 আছে 3 বার	2 x 3 = 6
1 আছে 3 বার	1 x 3 = 3
0 আছে 3 বার	0 x 3 = 0

এইভাবে পাই: যেকোনও সংখ্যাকে শূন্য দিয়ে গুণ করলে শূন্যই হয় –
1 x 0 = 0; 2 x 0 = 0; 3 x 0 = 0; 4 x 0 = 0; 5 x 0 = 0;
6 x 0 = 0; 7 x 0 = 0; 8 x 0 = 0; 9 x 0 = 0; 10 x 0 = 0।

উল্টে নিয়ে পাই: শূন্যকে যেকোনও সংখ্যা দিয়ে গুণ করলে শূন্যই থাকে –
0 x 1 = 0; 0 x 2 = 0; 0 x 3 = 0; 0 x 4 = 0; 0 x 5 = 0;
0 x 6 = 0; 0 x 7 = 0; 0 x 8 = 0; 0 x 9 = 0; 0 x 10 = 0।

অনুশীলন 1.1 নামতার সাহায্যে একক সংখ্যাকে একক সংখ্যা দিয়ে গুণ

4	7	8	9	6	9	7
x 3	x 6	x 9	x 7	x 9	x 4	x 8
12						

গুণগুলিকে পাশে লিখেও করা হয়, যেমন নিচে দেখানো হয়েছে –
7 x 3 = 21   9 x 9 =   8 x 6=   5 x 7 =   8 x 4 =

1.5 দশক সংখ্যাকে একক সংখ্যা দিয়ে সহজ গুণ

আমরা আগে শিখেছি, দশক সংখ্যায় (Tens) দুটো অঙ্ক থাকে। বাঁদিকের ঘরটাতে থাকে দশকের অঙ্ক আর ডানদিকের ঘরটাতে থাকে এককের অঙ্ক (Units) – যেমন, 47 হল 4 দশ 7, 63 হল 6 দশ 3। দশক সংখ্যাকে একক সংখ্যা দিয়ে গুণ করার সময় প্রথমে একক ঘরের অঙ্কটা ও তারপর দশক ঘরের অঙ্কটাকে গুণ করতে হবে একক সংখ্যাটা দিয়ে। গুণফল লিখতে হবে নিচে – প্রথমে এককের ঘরের নিচে এককের ও তারপর তার বাঁদিকে দশক ঘরের নিচে দশকের গুণফল।

গুণ করার অঙ্ক দুটো ছোট একক সংখ্যার হলে গুণফলটা একক সংখ্যাতেই পাব – যেমন, 2 x 3 = 6, 3 x 3 = 9। কিন্তু একক সংখ্যাটা একটু বড় হলেই গুণফল পাই দশক সংখ্যায় – যেমন, 2 x 5 = 10, 2 x 6 = 12।

আমরা সহজ গুণ বলতে বোঝাই একক ঘরের গুণফলটা একক সংখ্যাতেই হয়। নিচের তিনটে উদাহরণ A, B, C দেখো। A-য়ের গুণটা সহজেই করা যায় শুধু নামতার সাহায্যেই। B-য়ের গুণটাতে দশক ঘরের গুণফল দশক সংখ্যায় আসলেও সেটা আমরা একক ঘরের গুণফলের সামনে লিখে নিই।

> পরে শিখবে: C-য়ের গুণটাতে একক ঘরের গুণেই গুণফল দশক সংখ্যায় আসছে। এই দশক সংখ্যার গুণফলটার এককের ঘরের অঙ্কটাই শুধু নিচে লিখে হাতে রেখে দিতে হয় দশকের ঘরের অঙ্কটা, যা পরে দশকের ঘরের গুণফলের সাথে যোগ করে নিতে হয়। এই গুণ পরে শিখবে।

A	B	C
1 2	2 1	2 2
x 3	x 6	x 6
3 6	12 6	পরে শিখবে

অনুশীলন 1.2 নামতার সাহায্যে দশক সংখ্যাকে একক সংখ্যা দিয়ে সহজ গুণ

1	2 3	2 1	1 0	2 4	1 1	22
	x 3	x 4	x 5	x 2	x 7	x 4
2	21	83	51	71	90	83
	x 9	x 3	x 7	x 8	x 7	x 3

3	72 x 4	53 x 3	62 x 4	42 x 4	62 x 3	81 x 6
4	31 x 9	21 x 8	91 x 3	71 x 6	41 x 5	81 x 8
5	52 x 4	70 x 6	81 x 7	93 x 3	91 x 6	60 x 9
6	94 x 2	83 x 3	62 x 4	61 x 8	63 x 2	93 x 2
7	50 x 7	71 x 8	72 x 4	73 x 3	72 x 4	71 x 9

অনুশীলন 1.3 সমাধান করো

1. একটি প্যাকেটে 5টি করে লজেন্স আছে। তোমাকে 6টি প্যাকেট দেওয়া হল। মোট কটা লজেন্স পেলে?.

   সমাধান: একটি প্যাকেটে লজেন্স আছে 5 টি x প্যাকেট পেয়েছি 6 টি
   মোট লজেন্স পেয়েছি 5 x 6 = 30 টি লজেন্স

[লক্ষ করো: উত্তর হবে লজেন্সের সংখ্যা দিয়ে। প্যাকেটের সংখ্যার সঙ্গে গুলিয়ে ফেল না। উত্তরে উল্লেখ করতেই হবে গুণফলটি কী, লজেন্স না প্যাকেট।]

2. একটি টেবিলের 4টি পায়া। ক্লাস ঘরে 3টি টেবিল আছে। তাহলে মোট কটি পায়া হল?

3. বাজারে চালের দাম 33 টাকা প্রতি কেজি। 3 কেজি চাল কিনতে কত টাকা লাগবে?

4. ক্লাস ঘরে 12টি বসার বেঞ্চ আছে। এক একটা বেঞ্চে 4 জন করে বসা যায়। ক্লাসে কতজন ছাত্রছাত্রী বসতে পারে?

5. এক একটা প্যাকেটে 4টি করে লজেন্স আছে। 10টি প্যাকেটে মোট কটা লজেন্স আছে?

6. তোমার জন্মদিনে 10 জন বন্ধু তোমাকে 2টি করে পেন্‌সিল দিল। তুমি কটা পেন্‌সিল পেলে?
7. একটা খাতার দাম 4 টাকা। তুমি 12টি খাতা কিনলে। দোকানদারকে কত টাকা দিতে হবে?
8. ক্লাসের 22 জন ছাত্রছাত্রীর প্রত্যেককে দিদিমণি 4টি করে বই দিলেন। ছাত্রছাত্রীরা মোট কটা বই পেল?
9. এক একটি ব্যাগে 10টি করে আম ধরে। 9টি ব্যাগে মোট কটা আম ধরবে?
10. ক্লাসের 33 জন ছাত্রছাত্রী প্রত্যেকে 2 টাকা করে পিকনিকের চাঁদা দিল। মোট কত চাঁদা উঠল?

পাঠ 2. সহজ ভাগ করা

2.1 ভাগ সম্বন্ধে ধারণা – বার বার বিয়োগ করা

ভাগ করা হল গুণ করার বিপরীত – একটি সংখ্যাকে বার বার বিয়োগ করা। অর্থাৎ, একটি সংখ্যাকে অন্য একটি সংখ্যা থেকে কতবার বিয়োগ করা যাবে, তা আমরা ভাগ করে জানতে পারি। ধরো, তোমার কাছে 20টি লজেন্স আছে। এক একজনকে 5টি করে লজেন্স দিলে তুমি কতজনকে লজেন্স দিতে পারবে?

উত্তর হবে 4 জন। কারণ, 20টি থেকে নিয়ে এক একভাগে 5টি করে রাখলে মোট 4টি ভাগ হবে। 5 করে বিয়োগ হচ্ছে এক একভাগে। তাই 20–5–5–5–5= 0 বা 5 করে 4 বার বিয়োগ হল। এর মানে 20÷ 5 = 4 বার, অর্থাৎ, 4 জনকে দেওয়া যাবে। ভাগ করার চিহ্ন হল ÷ (Division sign) ।

অথবা, 20টি লজেন্স 4 জন বন্ধুকে সমানভাগে ভাগ করে দিলে এক একজন বন্ধু কটা করে লজেন্স পাবে? উত্তর হবে 5 টা, কারণ, এক এক বারে প্রত্যেককে 1টা করে দিলে 5 বার দেওয়া যাবে – 20–4–4–4–4–4 = 0 । এর মানে 4 করে 5 বার বিয়োগ হল বা 20÷ 4 = 5।

নিচের উদাহরণগুলি থেকে সহজ গুণ (Simple division) সম্বন্ধে ধারণা স্পষ্ট হবে।

20টি লজেন্স ÷ 5টি করে লজেন্স = 4জন;
20টি লজেন্স ÷ 4জন কে = 5টি করে লজেন্স

উদাহরণ – 8টি থেকে কতবার 2টি করে নেওয়া যাবে?

 1 বার নিলে  2টি

নেওয়ার পর থাকল 8–2 = 6

 2 বার নিলে  আরও 2টি

নেওয়ার পর থাকল 6–2 = 4

 3 বার নিলে  আরও 2টি

নেওয়ার পর থাকল 4–2 = 2

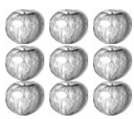
 4 বার নিলে  আরও 2টি

নেওয়ার পর থাকল 2–2 = 0; আর নেই – শূন্য ।

দেখা গেল 8 থেকে 2 করে 4 বার নেওয়া যায়।

লক্ষ করো, $8 \div 2 = 4$, বা $8-2-2-2-2=0$; ও $2+2+2+2=8$ বা $2 \times 4 = 8$

উদাহরণ – 9টা থেকে কতবার 3টে করে নেওয়া যাবে?

 1 বার নিলে  3টি

নেওয়ার পর থাকল 9–3 = 6

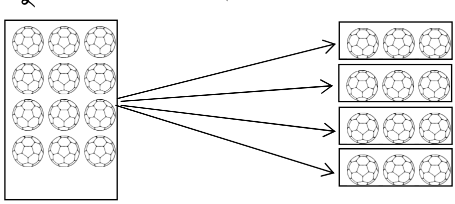
 2 বার নিলে  আরও 3টি

নেওয়ার পর থাকল 6–3 = 3

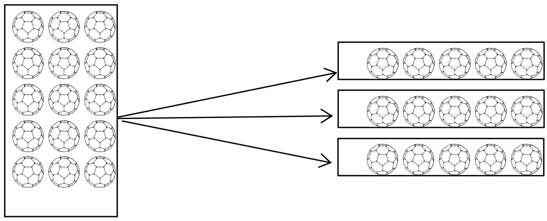
 3 বার নিলে  আরও 3টি

নেওয়ার পর থাকল 3–3=0; আর নেই—শূন্য। 9 থেকে 3 করে 3 বার নেওয়া যায়। লক্ষ করো, $9 \div 3 = 3$, বা $9-3-3-3 = 0$; ও $3+3+3 = 9$; বা $3 \times 3 = 9$

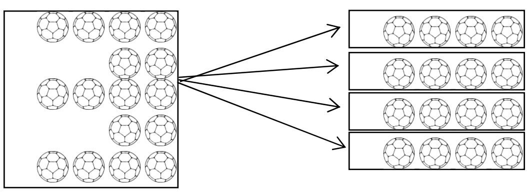
অনুশীলন 2.1 নিচের ছবিগুলিতে ঠিক সংখ্যা বসাও



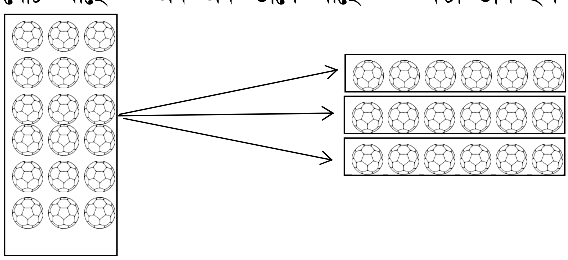
মোট আছে = 12   এক এক ভাগে আছে = 3   কটা ভাগ হল = 4



মোট আছে = এক এক ভাগে আছে = কটা ভাগ হল =



মোট আছে = এক এক ভাগে আছে = কটা ভাগ হল =



মোট আছে = এক এক ভাগে আছে = কটা ভাগ হল =

2.2 দশক সংখ্যাকে একক সংখ্যা দিয়ে সহজ ভাগ

ভাগ হল গুণের উল্টো । তাই আমরা গুণের বিপরীত হিসাবে ভাগ করা শিখব। যে সংখ্যাটা দিয়ে ভাগ করতে হবে তার গুণের নামতা ব্যবহার করতে হবে। ধরা যাক আমরা ভাগ করতে চাই 12-কে 2 দিয়ে। অর্থাৎ, প্রশ্ন হল, 12-র থেকে 2 করে কতবার নেওয়া যাবে, বা $12 \div 2 = ?$

যেহেতু 2 দিয়ে এই ভাগটি করতে হবে তাই 2-এর নামতা মনে করো – 2-এর কত গুণ হলে 12 হয়? আমরা 2-এর নামতা থেকে জানি, 2 x 6 = 12। তা হলে 12 ÷ 2 = 6 ।

ভাগ করাকে লেখা হয় এইভাবে – $\begin{array}{r|c|l} 2 & 12 & 6 \\ & \underline{12} & \\ & 0 & \end{array}$ অথবা $\begin{array}{r} 6 \\ 2\overline{)12} \\ \underline{12} \\ 0 \end{array}$

কখনো ভাগটা করতে হয় ধাপে ধাপে। দশক সংখ্যায় (Tens) থাকে দুটো অঙ্ক। বাঁদিকেরটা দশক আর ডানদিকেরটা একক (Units)। বাঁদিকের দশক ঘরের অঙ্কটা যদি ভাগ করার একক সংখ্যাটার সমান বা তার থেকে বড় হয় তখনই এটা হবে। প্রথম ধাপে ভাগ করতে হবে দশক সংখ্যাটার দশক ঘরের অঙ্ক বা সংখ্যাটাকে । দ্বিতীয় ধাপে একক ঘরের অঙ্ক বা সংখ্যাটাকে নিচে নামিয়ে লিখে ভাগ করতে হবে।

উদাহরণ: a. 46 ÷ 2 = ? b. 90 ÷ 3 = ? c. 76 ÷ 2 = ?

a. $\begin{array}{r|r|l} 2 & 46 & 23 \\ & \underline{4\ \ } & \\ & 6 & \\ & \underline{6} & \\ & 0 & \end{array}$ b. $\begin{array}{r|r|l} 3 & 90 & 30 \\ & \underline{9\ \ } & \\ & 0 & \\ & \underline{0} & \\ & 0 & \end{array}$ c. $\begin{array}{r|r|l} 2 & 76 & 38 \\ & \underline{6\ \ } & \\ & \mathbf{1}6 & \\ & \underline{16} & \\ & 0 & \end{array}$

উত্তর: 46 ÷ 2 = 23 90 ÷ 3 = 30 পরে শিখবে

মিলিয়ে দেখো: 23 x 2 = 46 30 x 3 = 90

পরে শিখবে: c-য়ের ভাগটাতে প্রথম ধাপে 2 দিয়ে 7-কে ভাগ করলে আমরা সবচেয়ে বেশি 3-টে ভাগ পাই ও 1 অবশিষ্ট থাকে, কারণ 2 x 3 = 6। এই অবশিষ্টকে বলে **ভাগশেষ** (Remainder), যা আমরা পরের ধাপে দশক সংখ্যা হিসাবে নামিয়ে এনে পরের ঘরের একক সংখ্যার সাথে যোগ করে নিই (এখানে হয়েছে 16)। এই ধরনের ভাগ পরে শিখবে।

অনুশীলন 2.2 ভাগ করা লিখে দেখাও

$9 \div 3$	$12 \div 3$	$16 \div 4$	$28 \div 7$	$49 \div 7$
$72 \div 8$	$36 \div 6$	$36 \div 9$	$45 \div 9$	$64 \div 8$
$81 \div 9$	$42 \div 7$	$27 \div 9$	$30 \div 3$	$60 \div 6$
$86 \div 2$	$96 \div 3$	$48 \div 4$	$77 \div 7$	$63 \div 3$

অনুশীলন 2.3 সমাধান করো

1. মোট 48 টাকা খরচ করে দোকান থেকে তুমি 8টি পেন কিনলে। একটা পেনের দাম কত?
2. 8 জনকে 32টি লজেন্স সমান ভাগ করে দেওয়া হল। এক একজন কটা লজেন্স পেল?
3. ক্লাসের 36 জন ছাত্রছাত্রীকে দিদিমণি 4টি লাইনে সমান করে দাঁড়াতে বললেন। এক একটা লাইনে কতজন করে দাঁড়াবে?
4. এক একবারে তুমি 3টি করে ইট বয়ে আনতে পারো। কত বারে তুমি 33টি ইট বয়ে আনতে পারবে?.
5. দিদিমণি তোমাকে বললেন বইগুলিকে আলমারির তাকে সমান করে সাজিয়ে রাখতে। 45টি বই আছে ও আলমারিতে 5টি তাক আছে। এক একটি তাকে কটা করে বই রাখবে?
6. এই বছর ক্লাসে 28জন ছাত্র ভর্তি হয়েছে। একটা বেঞ্চে 4 জন করে বসলে ওদের বসার জন্য কটা বেঞ্চ লাগবে?
7. এক একটা ব্যাগে 8টি করে আম রাখলে 72টি আম রাখতে কটা ব্যাগ লাগবে?
8. এক একটি জলের কলসিতে 4 গ্লাস করে জল ধরলে 84 গ্লাস জল ভরতে কটা কলসি চাই?

উত্তর: 2.3

1.	6 টাকা	2.	4 টি লজেন্স	3.	9 জন	4.	11 বার
5.	9টি বই	6.	7 টি বেঞ্চ	7.	9 টি ব্যাগ	8.	21টি কলসি

পাঠ 3. তিন ও চার অঙ্কের সংখ্যা ও স্থানীয় মান

3.1 অঙ্কের বর্ণ সাজিয়ে সংখ্যা লেখা

আমরা সংখ্যায় পরিমাপের জন্য নয়টা বর্ণ শিখেছি, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9। এগুলি হল একক সংখ্যা । এর সাথে 0-কে নিয়ে মোট 10টা বর্ণ পাই। এই বর্ণগুলোকে সংখ্যার এক একটি অঙ্ক (Digit) হিসাবে পাশাপাশি সাজিয়ে বড় বড় মানের সংখ্যা লিখি, যেমন 35, 461, 9078 । প্রথম সংখ্যাটায় 2টি অঙ্ক, দ্বিতীয়টাতে 3টি অঙ্ক আর শেষেরটাতে আছে 4টি অঙ্ক। সংখ্যা লেখার বর্ণগুলোকে পাশাপাশি সাজিয়ে লেখা কোনও সংখ্যার মান কত বুঝতে সংখ্যার অঙ্কগুলি কে কোন্ স্থানে আছে ও বর্ণটা কী সেটা দেখতে হয়। একে বলে অঙ্কগুলির স্থানীয় মান (Place value)।

একক
7

দশক	একক
4	7

একক সংখ্যায় একটা অঙ্ক থাকে। দশক সংখ্যায় থাকে দুটো অঙ্ক, যার বাঁদিকের প্রথম ঘরটাকে বলে দশকের ঘর ও সেই ঘরে যে অঙ্কটা থাকে তার দশটা সংখ্যা আছে ধরতে হয়। এর পাশে ডান দিকের ঘরটা হল এককের ঘর ও সেখানে যে অঙ্কটা থাকে তাকে একক সংখ্যা হিসাবেই নিতে হয়। যেমন, 47-য়ে বাঁদিকের প্রথম ঘরে আছে 4 মানে 4টে দশ বা 40, আর এর পাশে ডানদিকের ঘরে আছে 7টা এক, মিলে হল 4 দশ 7 সাতচল্লিশ।

শতক	দশক	একক
5	8	3

শতক সংখ্যায় থাকে তিনটে অঙ্ক। বাঁদিকের প্রথম ঘর বা স্থানটা হল শতকের। এই ঘরে যে অঙ্কটা থাকবে আমরা সংখ্যার মান হিসাবে তাকে শতক সংখ্যায় নেব। এর পাশে ডানদিকে পর পর আসবে দশক ও এককের ঘর। ধরা যাক, আমরা একটা সংখ্যা লিখলাম 583। এর বাঁদিকের প্রথম, শতকের ঘরে আছে 5। তাই আমরা এই ঘরের অঙ্ক 5-য়ের মান নেব 500 বা 5 শত। এরপর দশক ও একক ঘরের অঙ্ক মিলে হল 8 দশ 3 তিরাশি। তাহলে সংখ্যাটা হল পাঁচ শত তিরাশি (কথায় আমরা শত-র বদলে শ বলি, যেমন পাঁচশ তিরাশি) ।

হাজার সংখ্যায় থাকে চারটে অঙ্ক – চারটে ঘরে বা স্থানে পাশাপাশি চারটে অঙ্ক বসে। বাঁদিকের প্রথম ঘর বা স্থানটাকে হাজার বলে (হাজারকে সহস্রও বলা হয়)। তার ডান দিকে পর পর পাই শতক, দশক, ও একক ঘর বা স্থান।

মনে রাখো: চার অঙ্কের সংখ্যার ঘর বা স্থানগুলো হল –
বাঁদিক থেকে ডানদিকে ⟶ হাজার (সহস্র), শতক, দশক, একক

মনে রাখো: সংখ্যার অঙ্কগুলো সব সময় **লিখতে ও পড়তে হবে** বাঁদিকের প্রথম, সবচেয়ে বড় ঘর বা স্থানের অঙ্কটা থেকে শুরু করে **বাঁদিক থেকে ডানদিকে** ।

ধরা যাক, আমরা চার অঙ্কের একটা সংখ্যা লিখলাম, 9495। এই সংখ্যাটার অর্থ কী? এর মান কী করে বুঝব?

হাজার	শতক	দশক	একক
9	4	9	5

চার অঙ্কের সংখ্যার বাঁদিকের প্রথম ঘরটা হাজারের। এখানে আছে 9, তাই	9000
এর ডান পাশের ঘরটা হল শতকের। এখানে আছে 4, তাই	400
এর ডান পাশের ঘরটা হল দশকের । এখানে আছে 9, তাই	90
এর ডান পাশের ঘরটা হল এককের । এখানে আছে 5, তাই	5
সব যোগ করে সংখ্যাটা হল: নয় হাজার চার শত পঁচানব্বই	9495

মনে রাখো: একক, দশক, শতক, করে হাজার (সহস্র) –

দশটা এক	এক দশ	লিখব 10	মানে হল	10 x 1
দশটা দশ	এক শত	লিখব 100	মানে হল	10 x 10
দশটা শত	এক হাজার	লিখব 1000	মানে হল	10 x 100

3.2 চার অঙ্কের সংখ্যা পড়া

পড়তে হবে বাঁদিকের প্রথম, সবচেয়ে বড় ঘর বা স্থানের অঙ্কটা থেকে শুরু করে পর পর ডানদিকের ঘরের অঙ্ক **বাঁদিক থেকে ডানদিকে** ।

চার অঙ্কের	সংখ্যা	পড়া শুরু করো	হাজার	দিয়ে
তিন অঙ্কের	সংখ্যা	পড়া শুরু করো	শতক	দিয়ে
দুই অঙ্কের	সংখ্যা	পড়া শুরু করো	দশক	দিয়ে
এক অঙ্কের	সংখ্যা	পড়ো	একক	দিয়ে

অনুশীলন: দুই ঘর দশকের সংখ্যা পড়ে বলো ও লেখো –

<u>7</u>8	সাত দশ আট	আটাত্তর
<u>4</u>8	চার দশ আট	আটচল্লিশ
<u>6</u>5	ছয় দশ পাঁচ	পঁয়ষট্টি
<u>9</u>3	নয় দশ তিন	তিরানব্বই

মনে রাখো: বাংলায় দশক ঘরের সংখ্যা বলার সময় একক অঙ্কটি আগে ও তারপর দশকটি বলা হয়। কিন্তু, একক সংখ্যাটি 9 (নয়) হলে <u>পরের দশক</u>টি বলা হয়। অবশ্য 99 সংখ্যাটি এই নিয়মে বলা যাবে না, কারণ এরপরে আর দশক নেই, শতক শুরু ।

39	তিন দশ নয়	উন-চল্লিশ	(উন-~~ত্রিশ~~ নয়)
79	সাত দশ নয়	উন-আশি	(উন-~~সত্তর~~ নয়)
89	আট দশ নয়	উন-নব্বই	(উন-~~আশি~~ নয়)
99	নয় দশ নয়	নিরানব্বই	

অনুশীলন: তিন ঘর শতকের সংখ্যা পড়ে বলো ও লেখো –

478	চার শত	আটাত্তর
548	পাঁচ শত	আটচল্লিশ
765	সাত শত	পঁয়ষট্টি
993	নয় শত	তিরানব্বই
839	আট শত	উনচল্লিশ
279	দুই শত	উন-আশি
189	এক শত	উন-নব্বই
699	ছয় শত	নিরানব্বই

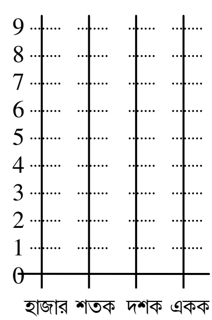
অনুশীলন: চার ঘর হাজারের সংখ্যা পড়ে বলো ও লেখো –

4 478	চার হাজার	চার শত	আটাত্তর
5 848	পাঁচ হাজার	আট শত	আটচল্লিশ
7 065	সাত হাজার		পঁয়ষট্টি
9 503	নয় হাজার	পাঁচ শত	তিন
2 004	দুই হাজার		চার

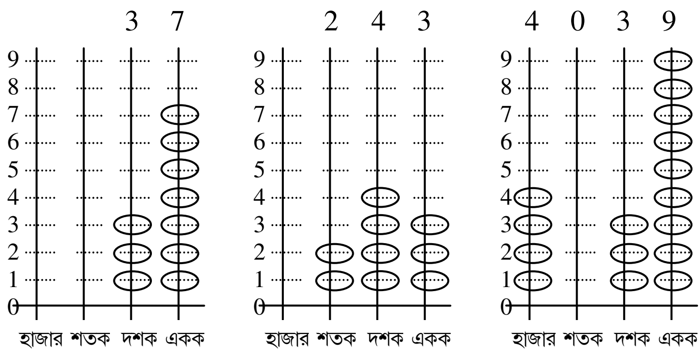
শত-র ঘরে 0 থাকলে বলার সময় শত বাদ দিয়ে বলি, দশক-য়ের ঘরে 0 থাকলেও তাই। কিন্তু লেখার সময় ওই ঘরে শূন্য বসাতে হয়। তাই 2004-কে পড়ে বলি দুই হাজার চার।

3.3 সংখ্যাদণ্ড দিয়ে চার অঙ্কের সংখ্যা বোঝা

চার অঙ্ক বা চার ঘরের সংখ্যার সংখ্যাদণ্ডে পাশাপাশি চারটে দণ্ড বসানো হয়। বাঁদিক থেকে এক একটা দণ্ডে বোঝানো হয় হাজার, শতক, দশক, ও একক, এই চারটে ঘর বা স্থান । এক একটা দণ্ডে 9টা করে চাক্‌তি ঢুকিয়ে রাখা যায়। এক একটা দণ্ডে যতগুলো চাক্‌তি রাখা হবে সেটাই হবে এক একটা ঘরের অঙ্ক। কোনও চাক্‌তি রাখা না থাকলে আমরা সেটা ধরব 0।



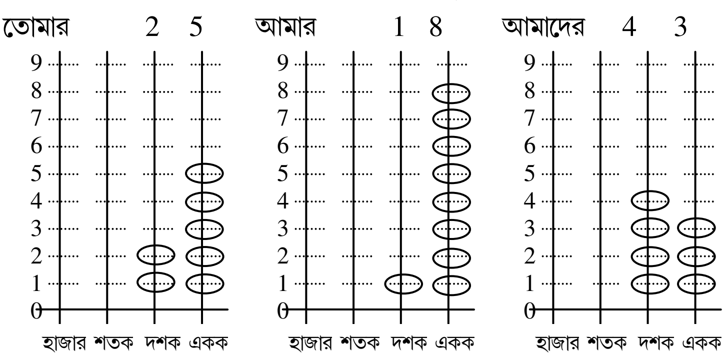
নিচে দেখো সংখ্যাদণ্ডে 37, 243, 4039 সংখ্যাগুলো কীভাবে সাজাবে।



লক্ষ করো: যেকোনও ঘরের সংখ্যাদণ্ডে সবচেয়ে বেশি 9টা চাক্‌তি রাখা যায়। 10টা চাক্‌তি হলেই এই 10টাকে বাঁদিকের ঠিক আগের ঘরে নিয়ে গিয়ে সেখানে সংখ্যাদণ্ডে 1টা চাক্‌তি হিসাবে লিখতে হবে।

এই নিয়মটা আমাদের মনে রাখতে হবে দুটো সংখ্যা যোগ করার সময়। কোনও ঘরের যোগফল 9-য়ের বেশি হয়ে গেলেই তার থেকে 1 দশ বাঁদিকে আগের ঘরে নিয়ে যেতে হবে।

উদাহরণ: মনে করো তোমার আছে 25টা বল আর আমার আছে 18টা বল। তাহলে কীভাবে সংখ্যাদণ্ডে দেখাব, আমাদের দু'জনের মোট কটা বলা আছে?



প্রথমে আমরা এককের ঘরের যোগটা করব। 5 টা আর 8 টা মিলে হয়ে গেল 13টা। তাই এর থেকে 10টাকে আগের দশকের ঘরে 1 হিসাবে নিয়ে যাব। তাহলে এককের ঘরে থাকল 3 । এবার দশকের ঘরে 2 আর 1 মিলে পাই 3

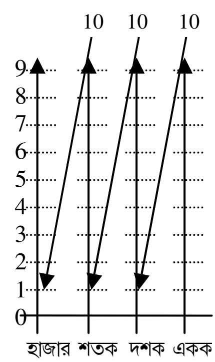
ও তার সাথে এই নিয়ে আসা 1 যোগ করে পেলাম 4। তাই আমাদের আছে 43টা বল।

3.4 অঙ্কের স্থানীয় মান দিয়ে সংখ্যাটা কত বোঝা

চার অঙ্কের সংখ্যায় চারটে পাশাপাশি ঘর বা স্থানে 1 থেকে 9 পর্যন্ত যেকোনও একটা করে অঙ্ক বা 0 (বাঁদিকের প্রথম ঘর বাদে) বসতে পারে। এই চারটে ঘর বা স্থানগুলোর নাম, ডানদিক থেকে বাঁদিকে পড়লে হল, একক, দশক, শতক ও হাজার। এবারে দেখো, কীভাবে বুঝব একটা সংখ্যা কত বা তার মান কী। একে বলা হয় কোনো সংখ্যার অঙ্কগুলির স্থানীয় মান (Place Value)।

একেকের ঘরে অঙ্কের স্থানীয় মান

মনে করো, তোমার একটাও বল নেই। এটা লেখা হবে একেকের ঘরে শূন্য (0) লিখে। এবার তোমাকে একটা একটা করে বল দেওয়া হচ্ছে। তাহলে এক এক করে বেড়ে তোমার মোট বলের সংখ্যা একেকের ঘরেই লেখা হবে 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 । কিন্তু এরপর যেই আর একটা বল পাবে, তোমার বলের সংখ্যা হয়ে যাবে 10। এটা হলেই এই 10টাকেই বাঁদিকের পরের ঘর, দশকের ঘরে নিয়ে গিয়ে লেখা হবে 1, আর একেকের ঘরে তখন হয়ে যাবে 0 (মনে করো, 10-য়ের 1 চলে গেল বাঁদিকের আগের ঘরে আর এখানে পড়ে রইল 0) ।



দশকের ঘরে অঙ্কের স্থানীয় মান

এবার মনে করো তোমার বলের সংখ্যা আরও বাড়ছে এক এক করে । তাহলে একেকের ঘরেই এটা আগের মতোই লেখা হবে 1,2,3,4,5,6,7,8, করে 9 পর্যন্ত। দশকের ঘরে তো আগে থেকেই 1 আছে। তাই আমরা এই পর্যন্ত সংখ্যা লিখব দুই অঙ্কে, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, করে 19। কিন্তু এরপর একেকের ঘরে আরও 1 বেড়ে 10 হয়ে গেলেই আমরা আবার 1 দশ পাঠিয়ে দেব আগের দশকের ঘরে ও একেকের ঘরে 0 লিখে রাখব। তাহলে এবার দশকের ঘরে হয়ে গেল 2, আর সংখ্যাটা লেখা হল 20। এই ভাবে একেকের ঘরে 10 করে সংখ্যা বাড়লেই তাকে আমরা দশকের ঘরে নিয়ে গিয়ে লিখব 1, 2, 3, 4, 5 ইত্যাদি করে 9 পর্যন্ত। দশকের ঘরে বা স্থানে এই অঙ্কগুলোর মান তাহলে দশ করে 1 দশ, 2 দশ, 3 দশ

ইত্যাদি বা 10, 20, 30 ইত্যাদি করে 90। এগুলো হল দশকের ঘরের অঙ্কগুলোর স্থানীয় মান।

শতকের ঘরে অঙ্কের স্থানীয় মান

9 দশ-য়ের পর দশকের ঘরে আরও 1 দশ এলে হয়ে যাবে 10 দশ। আগের মতোই এই 10 দশকে বাঁদিকের পরের ঘর, শতকের ঘরে নিয়ে গিয়ে লেখা হবে 1 ও দশকের ঘরে লেখা হবে 0 । এইভাবে দশকের ঘরে 10 করে সংখ্যা বাড়লেই তাকে আমরা শতকের ঘরে নিয়ে গিয়ে লিখব 1, 2, 3, 4, 5 ইত্যাদি করে 9 পর্যন্ত। শতকের ঘরে বা স্থানে এই অঙ্কগুলোর মান তাহলে দশ দশ করে 10 দশ, 20 দশ, 30 দশ ইত্যাদি বা 100, 200, 300 ইত্যাদি করে 900। এগুলো হল শতকের ঘরের অঙ্কগুলোর স্থানীয় মান।

হাজারের ঘরে অঙ্কের স্থানীয় মান

একই ভাবে শতকের ঘরে 10 হলেই তাকে আমরা হাজারের ঘরে নিয়ে যাই। আমরা হাজারের ঘরে অঙ্কগুলোর স্থানীয় মান পাই দশ শতক করে 10 শতক, 20 শতক, 30 শতক ইত্যাদি বা 1000, 2000, 3000 ইত্যাদি করে 9000। এগুলো হল হাজারের ঘরের অঙ্কগুলোর স্থানীয় মান।

লক্ষ করো:

1. চার অঙ্ক পর্যন্ত সবচেয়ে ছোট ও সবচেয়ে বড় সংখ্যা

	এক অঙ্কের একক সংখ্যা	দুই অঙ্কের দশক সংখ্যা	তিন অঙ্কের শতক সংখ্যা	চার অঙ্কের হাজার সংখ্যা
সবচেয়ে ছোট সংখ্যা	1	10	100	1000
সবচেয়ে বড় সংখ্যা	9	99	999	9999

2. যেকোনও চার অঙ্কের সংখ্যা তিন অঙ্কের সংখ্যার থেকে বড়; যেকোনও তিন অঙ্কের সংখ্যা দুই অঙ্কের সংখ্যার থেকে বড়; যেকোনও দুই অঙ্কের সংখ্যা এক অঙ্কের সংখ্যার থেকে বড়।
3. একাধিক সংখ্যার মানের তুলনা করে কোন্ সংখ্যাটা কোন্টার থেকে বড় দেখতে হলে সংখ্যাদুটোর বাঁদিকের প্রথম ঘরটার অঙ্কদুটোর তুলনা দিয়ে শুরু করতে হবে। যে সংখ্যার এই অঙ্কটা বড় সেটাই বড় সংখ্যা। এই অঙ্কদুটো সমান হলে তবেই এরপরের ডানদিকের ঘরের অঙ্কদুটোর তুলনা করতে হবে একইভাবে। 9799 ও 9823 তুলনা করলে দেখা যায়, বাঁদিকের প্রথম হাজারের ঘরে দুটো সংখ্যাতেই 9 আছে। তাই এবার শতকের ঘরের তুলনা করতে হবে। প্রথম সংখ্যাটাতে আছে 7 আর

দ্বিতীয়টাতে আছে 8 । তাই, আমাদের আর দেখার দরকার নেই। দ্বিতীয় সংখ্যাটাই বড়।

অনুশীলন 3.1 সংখ্যাগুলিতে কোন্ অঙ্কটা কত আছে লেখো ও সংখ্যাটি পড়ো

1.	5678	5	হাজার	6	শতক	7	দশক	8	একক
2.	7039								
3.	4567								
4.	8098								
5.	5009								
6.	3111								
7.	4567								
8.	230								
9.	345								
10.	3002								

অনুশীলন 3.2 সংখ্যাগুলির দাগ দেওয়া অঙ্কটির স্থানীয় মান কত লেখো

	সংখ্যা	স্থানীয় মান	সংখ্যা	স্থানীয় মান
1.	$\underline{5}67$	পাঁচ শতক	$56\underline{7}8$	সাত দশক
2.	$67\underline{8}$		$3\underline{4}57$	
3.	$\underline{5}673$		$\underline{6}743$	
4.	$4\underline{9}01$		$59\underline{8}7$	
5.	$345\underline{6}$		$\underline{9}432$	
6.	$89\underline{0}5$		$7\underline{2}34$	

অনুশীলন 3.3 নিচের সংখ্যাগুলিকে স্থানীয় মানে ভেঙে লেখো

		হাজার	শতক	দশক	একক
1.	567		500+	60+	7
2.	678				
3.	5673				
4.	4901				
5.	3456				

অনুশীলন 3.4 নিচের স্থানীয় মানগুলিকে জুড়ে যে সংখ্যাটি হয় লেখো

	হাজার		শতক		দশক		একক	
1.	7000	+	400	+	60	+	7	7467
2.	0	+	800	+	90	+	9	
3.	9000	+	900	+	0	+	5	
4.	8000	+	0	+	0	+	9	
5.	0	+	700	+	60	+	8	
6.	4000	+	500	+	0	+	0	
7.	1000	+	900	+	10	+	2	
8.	0	+	0	+	70	+	7	
9.	9000	+	900	+	90	+	9	
10.	1000	+	100	+	10	+	1	

অনুশীলন 3.5 নিচের সংখ্যাটি লেখো

1. ছয় হাজার সাতশ একুশ 6721
2. তিন হাজার নয়শ সাতাশি
3. এক হাজার দুশ তিপান্ন
4. আটশ একাত্তর
5. আট হাজার তিনশ উনসত্তর
6. এক হাজার তিন

অনুশীলন 3.6 বাঁদিকের সংখ্যাটি ডানদিকের সংখ্যাটি থেকে বড় (>) না ছোট (<) বোঝাতে সঠিক চিহ্ন বসাও

1.	6789	<	6798	4567	>	4557
2.	8192		8129	4043		4134
3.	1280		1287	6743		6699
4.	2217		2271	6690		6699
5.	1021		9989	1027		1100
6.	3498		3399	7864		7964
7.	5678		5638	8902		8492
8.	5621		3621	4502		4503

9.	5678	5688	1234	1235
10.	6783	6884	9875	9865
11.	6723	6823	6880	6481
12.	7079	7907	7091	7090

অনুশীলন 3.7 সংখ্যাগুলিকে সাজিয়ে লেখো

a) 3178 378 3078 3087 b) 2308 2383 3038 308

<u>ছোট থেকে বড়</u>

…. ….. …… …… …… ….. ….. ……

c) 178 781 801 11081 d) 308 4019 3038 1308

<u>বড় থেকে ছোট</u>

…… ….. …… …… …… …… …… ……

অনুশীলন 3.8 নিচের সংখ্যাগুলির ঠিক পরের সংখ্যাটি পাশে লেখো

a.	4567	4568	b.	5642	
c.	2345		d.	5467	
e.	8903		f.	6999	
g.	9991		h.	8099	
i.	9209		j.	7009	

অনুশীলন 3.9 নিচের সংখ্যাগুলির ঠিক আগের সংখ্যাটি পাশে লেখো

a.	4500	4499	b.	7893	
c.	2901		d.	6702	
e.	7800		f.	6990	
g.	9001		h.	8090	
i.	9000		j.	7010	
k.	5600		l.	4501	

অনুশীলন 3.10 প্রতিটি অঙ্ক একবার নিয়ে সবচেয়ে ছোট সংখ্যাটি পাশে লেখো

a.	2, 0, 1, 9	1029	b.	8, 5, 6, 7	
c.	8, 0, 9, 1		d.	3, 5, 7, 2	
e.	3, 2, 0, 7		f.	6, 0, 3, 2	
g.	8, 7, 1, 2		h.	7, 0, 1, 3	
i.	1, 1, 9, 2	1129	j.	7, 8, 3, 1	

অনুশীলন 3.11 প্রতিটি অঙ্ক একবার নিয়ে সবচেয়ে বড় সংখ্যাটি পাশে লেখো

a.	2, 0, 1, 9	9210	b.	8, 5, 6, 7	8765
c.	8, 0, 9, 1		d.	3, 5, 7, 2	
e.	3, 2, 0, 7		f.	6, 0, 3, 2	
g.	8, 7, 1, 2		h.	7, 0, 1, 3	
i.	0, 1, 7, 5		j.	7, 8, 3, 1	

অনুশীলন 3.12 প্রথম চারটির সংখ্যা যেভাবে বেড়েছে দেখে আরো তিনটি সংখ্যা পাশে লেখো

1.	2	4	6	8	10	12	14
2.	3	6	9	12	15	18	21
3.	0	5	10	15			
4.	10	20	30	40			
5.	9	18	27	36			
6.	7	14	21	28			
7.	60	70	80	90			
8.	160	170	180	190			
9.	50	100	150	200			
10.	1345	1355	1365	1375			
11.	121	221	321	421			
12.	5678	5688	5698	5708			
13.	2200	2400	2600	2800			
14.	700	1400	2100	2800			

3.5 চার অঙ্কের সংখ্যার সাধারণ যোগ ও বিয়োগ (হাতে না নিয়ে)

সংখ্যার যোগ ও বিয়োগ কীভাবে লিখে করতে হয়?

1. যে সংখ্যা দুটির যোগ বা বিয়োগ করতে হবে, তাদের একটার নিচে অন্যটাকে লিখতে হবে এমন ভাবে সাজিয়ে যাতে সংখ্যা দুটির ডানদিকটা এক লাইনেই থাকে। অর্থাৎ, সংখ্যা দুটির এককের ঘরটি একটার নিচে আরেকটি থাকবে, যাতে স্থানীয় ঘরগুলি ঠিক একটার নিচে আরেকটি থাকে।
2. বিয়োগের সময় বড় সংখ্যাটি, যার থেকে বিয়োগ করতে হবে, তাকে ওপরে রাখতে হবে।
3. সংখ্যা দুটির ডানদিকের এককের ঘর থেকে শুরু করে বাঁদিকের ঘরগুলোতে যে অঙ্কগুলি আছে তাদের এক এক করে যোগ বা বিয়োগ করতে হবে ও যোগ বা বিয়োগফলটি ঠিক তার নিচে লিখতে হবে।

যোগের উদাহরণ: 4231-এর সঙ্গে 2368 যোগ করো

$$\begin{array}{r} 4\,2\,3\,1 \\ +\ \underline{2\,3\,6\,8} \\ 6\,5\,9\,9 \end{array}$$

উত্তর: যোগফল হল ছয় হাজার পাঁচশ নিরানব্বই।

বিয়োগের উদাহরণ: 4838-এর থেকে 2318 বিয়োগ করো

$$\begin{array}{r} 4\,8\,3\,8 \\ -\ \underline{2\,3\,1\,8} \\ 2\,5\,2\,0 \end{array}$$

উত্তর: বিয়োগফল হল দুই হাজার পাঁচশ কুড়ি।

অনুশীলন 3.13 সংখ্যাগুলি পড়ে বলো ও যোগ ও বিয়োগগুলি করো

	a.	b.	c.
1.	2508+1391	3126+2533	344+2345
2.	1236+320	1277+12	3405+2113
3.	5312+2333	4567+2331	751+1123
4.	789–224	4368–2167	5889–2345
5.	9125–6124	5651–550	7991–991

উত্তর 3.13

	a.	b.	c.
1	3899	5659	2689
2	1556	1289	5518
3	7645	6898	1874
4	565	2201	3544
5	3001	5101	7000

লক্ষ করো:

ওপরে এই যোগ ও বিয়োগগুলিতে সমস্যা হয়নি। কারণ সংখ্যাদুটির ঘরগুলিতে ওপরের ও নিচের অঙ্কগুলি এমন যে তাদের যোগফলটি একক সংখ্যাতেই পেয়েছি। এমনটা যে সর্বদা পাব তা তো নয় – যোগফলটি তো দশক সংখ্যাও হতে পারে অঙ্ক দুটি একটু বেশী হলেই, যেমন 7+4 = 11। তখন কী করব? আবার বিয়োগ করার সময় সমস্যা হয়নি কারণ ওপরের ঘরের অঙ্কটি নিচের ঘরের অঙ্কটির থেকে বড় ছিল । কিন্তু, ওপরের সংখ্যাটি বড় হলেও তার কোনও কোনও ঘরের অঙ্ক নিচে বিয়োগ করার অঙ্কটি থেকে ছোট হতেই পারে, যেমন –

$$\begin{array}{r} 2\,1\,3 \\ \underline{-\,8\,7} \end{array}$$

শতক ঘরের অঙ্কে ওপরের সংখ্যাটি বড় হলেও ওপরের একক ঘরের অঙ্ক 3 থেকে নিচের একক ঘরের অঙ্ক 7 বিয়োগ করতে পারছি না । একই ভাবে ওপরের দশক ঘরের অঙ্ক 1 থেকে নিচের দশক ঘরের অঙ্ক 8 বিয়োগ করতে পারছি না। আমরা এই বিয়োগ করব কী করে? এই ধরনের যোগ ও বিয়োগ করা আমরা এরপর শিখব।

পাঠ 4 হাতে রেখে যোগ ও বিয়োগ

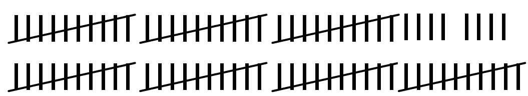
4.1 দুটো দশক সংখ্যার যোগ, হাতে 1 রেখে

দুটো সংখ্যা যোগ করতে তাদেরকে সাজিয়ে লিখতে হবে একটার ঠিক নিচে অন্যটাকে, যাতে সংখ্যাগুলোর ডানদিকটা (এককের ঘরটি) এক লাইনে থাকে। এরপর যোগ করতে হবে ডানদিকের শেষ (এককের) ঘরটি থেকে শুরু করে ওপরের ও নিচের অঙ্কগুলোকে। কোনও ঘরে এই যোগফল একক সংখ্যায় হলে তাকেই ঘরে নিচে লিখতে হবে। কিন্তু যোগফল দশ বা দশের বেশী হলে (দুটো সংখ্যায় 10 থেকে 18 পর্যন্ত হতে পারে) তার থেকে 10 বা এক দশ-কে ঠিক আগের ঘরে পাঠিয়ে সেখানে 1 (মানে এক দশ) হাতে রাখব পরে যোগ করার জন্য (Carry over addition)। আর, যোগফলটার বাকি যা পড়ে থাকবে তাকে এককের ঘরের যোগফল হিসাবে নিচে লিখব। কারণ সংখ্যা লেখার নিয়মে কোনও ঘরে যেকোনও একটাই অঙ্ক বসে। একের বেশি অঙ্ক লেখা যায় না।

উদাহরণ 1 যোগ করো 38+44

38 মানে 3 দশ 8

+44 মানে 4 দশ 4



7 দশ 12

মানে 7 দশ 1 দশ 2

মানে 8 দশ 2 = 82 উত্তর: 38+44 = 82

উদাহরণ 2 যোগ করো 56+37

56	মানে	5	দশ	6
+ 37	মানে	3	দশ	7
		8	দশ	13
	মানে	8	দশ	1দশ 3
	মানে	9	দশ	3

= 93 উত্তর: 56+37 = 93

উদাহরণ 3 যোগ করো 38+27

38	মানে	3	দশ	8
+ 27	মানে	2	দশ	7
		5	দশ	15

মানে 5 দশ 1 দশ 5

মানে 6 দশ 5 = 65 উত্তর: 38+27 = 65

ওপরের উদাহরণে হাতে রাখাকে এই ভাবে বলা হয় – আট আর সাতে পনেরোর পাঁচ নামে, হাতে রইল এক (দশ)। তারপর দশকের ঘরের যোগে বলা হবে তিন আর দুইয়ে পাঁচ আর হাতে ছিল এক, হল ছয়। এইভাবে হাতে রেখে যোগ করার আরো কয়েকটি উদাহরণ পড়ে বলা অভ্যাস করো –

23+28

	দশক	একক
	2^{+1} হাতে রইল	3
	2	8
উত্তর:	5	1

45+39

	দশক	একক
	4^{+1} হাতে রইল	5
	3	9
উত্তর:	8	4

37+56

	দশক	একক
	3^{+1} হাতে রইল	7
	5	6
উত্তর:	9	3

17+19

	দশক	একক
	1^{+1} হাতে রইল	7
	1	9
উত্তর:	3	6

এইভাবে বলে বলে নিচের কয়েকটি যোগ অভ্যাস করো –

44+36

হাতে রইল

$$\begin{array}{rr} 4 & 4 \\ +\ 3 & 6 \\ \hline \end{array}$$

34+39

হাতে রইল

$$\begin{array}{rr} 3 & 4 \\ +\ 3 & 9 \\ \hline \end{array}$$

56+27

হাতে রইল

$$\begin{array}{rr} 5 & 6 \\ +\ 2 & 7 \\ \hline \end{array}$$

42+49

হাতে রইল

$$\begin{array}{rr} 4 & 2 \\ +\ 4 & 9 \\ \hline \end{array}$$

58+37

হাতে রইল

$$\begin{array}{rr} 5 & 8 \\ +\ 3 & 7 \\ \hline \end{array}$$

46+14

হাতে রইল

$$\begin{array}{rr} 4 & 6 \\ +\ 1 & 4 \\ \hline \end{array}$$

35+19

হাতে রইল

$$\begin{array}{rr} 3 & 5 \\ +\ 1 & 9 \\ \hline \end{array}$$

56+37

হাতে রইল

$$\begin{array}{rr} 5 & 6 \\ +\ 3 & 7 \\ \hline \end{array}$$

34+29

হাতে রইল

$$\begin{array}{rr} 3 & 4 \\ +\ 2 & 9 \\ \hline \end{array}$$

অনুশীলন 4.1 হাতে রেখে যোগ করো দুটো একক বা দশক সংখ্যা

	A.	B.	C.	D.
1.	2+9	4+6	5+5	3+7
2.	4+7	3+8	4+9	7+6
3.	8+5	9+8	7+9	7+7
4.	3+9	4+7	6+8	8+8
5.	9+9	8+7	9+7	6+7
6.	16+5	18+6	13+7	12+9
7.	13+18	16+15	18+18	19+11
8.	12+19	15+16	18+13	19+17
9.	25+17	37+14	34+18	26+29
10.	32+58	33+44	25+25	22+68
11.	44+48	33+38	45+39	75+19
12.	39+29	75+18	56+29	32+39
13.	77+13	78+19	45+46	28+26
14.	27+69	38+29	27+18	49+16

উত্তর 4.1

	A.	B.	C.	D.
1.	11	10	10	10
2.	11	11	13	13
3.	13	17	16	14
4.	12	11	14	16
5.	18	15	16	13
6.	21	24	20	21
7.	31	31	36	30
8.	31	31	31	36
9.	42	51	52	55
10.	90	77	50	90

11.	92	71	84	94
12.	68	93	85	71
13.	90	97	91	54
14.	96	67	45	65

4.2 দুটো শতক ও আরও বড় সংখ্যার যোগ, হাতে 1 রেখে

আগের মতোই যোগ করতে হবে ডান দিকের শেষ (এককের) ঘরটি থেকে শুরু করে ওপর ও নিচের সংখ্যা দুটির। এককের ঘরের যোগফলটি দশ বা দশের বেশী হলে আগের মতোই এক দশকে বাঁদিকে ঠিক আগের (দশকের) ঘরটিতে নিয়ে সেখানে হাতে রাখতে হবে ও যোগফলের একক সংখ্যাটি যা থাকবে তাকে নিচে লিখতে হবে এককের ঘরের যোগফল হিসাবে। এবার দশকের ঘরের যোগটি করতে হবে হাতে যে এক দশ ছিল তাকে নিয়ে। যোগফলটি দশ বা দশের বেশী হলে একই ভাবে এক দশকে আগের (শতকের) ঘরে নিয়ে সেখানে হাতে রাখতে হবে ও যোগফলের একক সংখ্যাটি যা থাকবে তাকে নিচে লিখতে হবে দশকের ঘরের যোগফল হিসাবে। এবার শতকের ঘরের যোগটি করতে হবে হাতে যে এক দশ ছিল তাকে নিয়ে। বোঝাই যাচ্ছে যে এখানেও যদি ওপর ও নিচের সংখ্যা দুটির যোগফল দশ বা দশের বেশী হয় তাহলে এক দশ-কে (এখানে তা হল এক শতক) বাঁদিকের আগের ঘরটিতে (হাজারের ঘর) নিয়ে সেখানে যোগ করতে হবে। এইভাবে যত বড় সংখ্যাই হোক না কেন, আমরা হাতে রেখে যোগ করতে পারব।

উদাহরণ 1. যোগ করো 256+337

256 মানে	2 শত	5 দশ	6		
+337 মানে	3 শত	3 দশ	7		
	5 শত	8 দশ	13		
মানে	5 শত	8 দশ	1 দশ 3		
মানে	5 শত	9 দশ	3		উত্তর: 593

উদাহরণ 2. যোগ করো 248+177

248 মানে	2 শত	4 দশ	8	
+ 177 মানে	1 শত	7 দশ	7	
	3 শত	11 দশ	15	
মানে	3 শত	11 দশ	1 দশ	5

মানে	3 শত	12 দশ		5	
মানে	3 শত	10 দশ	2 দশ	5	(10 দশ মানে 1 শত)
মানে	4 শত		2 দশ	5	উত্তর : 425

লক্ষ করো, দুটো সংখ্যা যোগ করার সময় হাতে 1 (এক) রাখতে হয় যখনই কোনও ঘরের ওপর নিচের দুটি একক অঙ্কের যোগফল দশ বা দশের বেশী হয়ে যায়। তিনটে বড় সংখ্যাকে ওপর নিচে সাজিয়ে যোগ করার সময় হাতে 2 (দুই) করেও রাখতে হতে পারে, যা আমরা পরে শিখব। আরো উদাহরণ –

273+258

	শতক	দশক	একক
হাতে রহল	2^{+1}	7^{+1}	3
	2	5	8
উত্তর:	5	3	1

455+379

	শতক	দশক	একক
হাতে রহল	4^{+1}	5^{+1}	5
	3	7	9
উত্তর:	8	3	4

677+566

	সহস্র	শতক	দশক	একক
হাতে রহল	+1	6^{+1}	7^{+1}	7
		5	6	6
উত্তর:	1	2	4	3

797+519

	সহস্র	শতক	দশক	একক
হাতে রহল	+1	7^{+1}	9^{+1}	7
		5	1	9
উত্তর:	1	3	1	6

এইভাবে নিচের কয়েকটি যোগ অভ্যাস করো –

447+368
হাতে রইল

$$\begin{array}{r} 447 \\ +\ \underline{368} \end{array}$$

345+739
হাতে রইল

$$\begin{array}{r} 345 \\ +\ \underline{739} \end{array}$$

560+847
হাতে রইল

$$\begin{array}{r} 560 \\ +\ \underline{847} \end{array}$$

429+497
হাতে রইল

$$\begin{array}{r} 429 \\ +\ \underline{497} \end{array}$$

585+378
হাতে রইল

$$\begin{array}{r} 585 \\ +\ \underline{378} \end{array}$$

468+913
হাতে রইল

$$\begin{array}{r} 468 \\ +\ \underline{913} \end{array}$$

356+895	2266+377	634+3689
হাতে রইল	হাতে রইল	হাতে রইল
3 5 6	2 2 6 6	6 3 4
+ 8 9 5	+ 3 7 7	+ 3 6 8 9

অনুশীলন 4.2 হাতে রেখে দুটো বড় সংখ্যা যোগ করো

	A.	B.	C.	D.
1.	287+567	178+456	345+589	539+379
2.	456+789	367+888	457+678	891+679
3.	809+997	567+589	789+598	599+699
4.	4567+3487	3876+1987	4987+3778	6745+2885
5.	4390+4879	2891+6459	3923+5789	6799+2589

উত্তর 4.2

	A.	B.	C.	D.
1	854	634	934	918
2	1245	1255	1135	1570
3	1806	1156	1387	1298
4	8054	5863	8765	9630
5	9269	9350	9712	9388

4.3 দুটোর বেশী সংখ্যার যোগ, হাতে রেখে

তিনটে বা আরো বেশী সংখ্যা যোগ করার সময় এক একটি ঘরের যোগফল এক দশের থেকেও বেশী – দুই বা তিন দশকের বা শতকেরও হয়ে যেতে পারে। তখন দুই দশ, তিন দশ বা আরো বেশী দশকের অঙ্কটি যা হবে, তাকেই আগের দশকের ঘরে পাঠাতে হবে। শতকের বেশী হলে হাতে রেখে শতক অঙ্কটি শতকের ঘরে ও দশক অঙ্কটি দশকের ঘরে যোগ হবে। উদাহরণ দেখো:

27+28+45

	শতক	দশক	একক
হাতে রইল	$^{+1}$	2^{+2}	7
		2	8
		4	5
উত্তর	1	0	0

45+39+56

	শতক	দশক	একক
হাতে রইল	$^{+1}$	4^{+2}	5
		3	9
		5	6
উত্তর	1	4	0

37+56+78

	শতক	দশক	একক
হাতে রইল	$^{+1}$	3^{+2}	7
		5	6
		7	8
উত্তর	1	7	1

48+68+97+19

	শতক	দশক	একক
হাতে রইল	$^{+2}$	4^{+3}	8
		6	8
		9	7
		1	9
উত্তর	2	3	2

78+68+97+89+76

	শতক	দশক	একক
হাতে রইল	$^{+4}$	7^{+3}	8
		6	8
		9	7
		8	9
		7	6
উত্তর	4	0	8

227+278+495

	সহস্র	শতক	দশক	একক
হাতে রইল	$^{+1}$	2^{+2}	2^{+2}	7
		2	7	8
		4	9	5
উত্তর	1	0	0	0

377+568+789

	সহস্র	শতক	দশক	একক
হাতে রইল	$^{+1}$	3^{+2}	7^{+2}	7
		5	6	8
		7	8	9
উত্তর	1	7	3	4

89+96+98

	শতক	দশক	একক
হাতে রইল	$^{+2}$	8^{+2}	9
		9	6
		9	8
উত্তর	2	8	3

89+97++89+98

	শতক	দশক	একক
হাতে রইল	$^{+3}$	8^{+3}	9
		9	7
		8	9
		9	8
উত্তর	3	7	3

89+97+89+98+67

	শতক	দশক	একক
হাতে রইল	$^{+4}$	8^{+4}	9
		9	7
		8	9
		9	8
		6	7
উত্তর	4	4	0

459+397+568

	সহস্র	শতক	দশক	একক
হাতে রইল	$^{+1}$	4^{+2}	5^{+2}	9
		3	9	7
		5	6	8
উত্তর	1	4	2	4

889+986+978

	সহস্র	শতক	দশক	একক
হাতে রইল	$^{+2}$	8^{+2}	8^{+2}	9
		9	8	6
		9	7	8
উত্তর	2	8	5	3

481+689+977+198

	সহস্র	শতক	দশক	একক
হাতে রইল	$^{+2}$	4^{+3}	8^{+2}	1
		6	8	9
		9	7	7
		1	9	8
উত্তর	2	3	4	5

889+957+689+598

	সহস্র	শতক	দশক	একক
হাতে রইল	$^{+3}$	8^{+3}	8^{+3}	9
		9	5	7
		6	8	9
		5	9	8
উত্তর	3	1	3	3

অনুশীলন 4.3 হাতে রেখে যোগ করো দুটোর বেশী সংখ্যা

	A.	B.	C.
1.	53	23	98
	65	65	75
	32	34	65
	67	99	66
2.	23	545	56
	22	67	65
	24	767	676
	545	66	99
	656	77	867
3.	45	868	454
	54	65	64
	42	979	75
	779	57	43
	565	67	99
	799	767	666
4.	2323	455	66
	343	5656	566
	22	66	3232
5.	232	111	232
	32	4445	666
	43	444	6666
	444	32	1777
6.	4545	6767	5656
	6767	6676	9898
	6789	7901	500

7.	5623	5632	2339
	4568	7890	7890
	4890	9340	7871
	6790	4567	6789

উত্তর 4.3

	A.	B.	C.
1.	217	221	304
2.	1270	1522	1763
3.	2284	2803	1401
4.	2688	6177	3864
5.	751	5032	9341
6.	18101	21344	16054
7.	21871	27429	24889

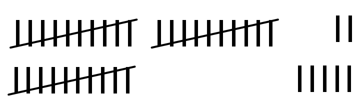
4.4 এক দশ ধার নিয়ে বিয়োগ

দুটি সংখ্যার একটির থেকে আর একটির বিয়োগ সর্বদাই হবে বড় সংখ্যাটি থেকে ছোট সংখ্যাটির। তাই প্রথমেই বড় সংখ্যাটি লিখে নিতে হবে ও তার নিচে ছোট সংখ্যাটি সাজিয়ে লিখতে হবে এমন ভাবে যাতে ওপর নিচের দুটি সংখ্যার ডান দিকের এককের ঘরটি এক লাইনে থাকে। ওপরের অঙ্কটি থেকে নিচের অঙ্কটি বিয়োগ করতে হবে। বিয়োগ করা শুরু করা হবে ডান দিকের এককের ঘর দিয়ে, ও তারপর একে একে বাঁদিকের ঘরগুলিতে।

কোনও ঘরে নিচের অঙ্কটি ওপরের অঙ্কটির থেকে বড় হলে বিয়োগে সমস্যা হয়। ধরা যাক 22 থেকে 15 বিয়োগ করার সমস্যাটি। ওপরের সংখ্যার (22) এককের ঘরে আছে 2 আর বিয়োগ করতে হবে নিচের সংখ্যার (15) এককের ঘরের 5। 2 থেকে তো 5 বিয়োগ যাবে না। কোনও ঘরে এমনটা হলে বাঁদিকে আগের ঘরে ওপরের সংখ্যাটির থেকে 1 ধার নিয়ে (Borrowing or carry over subtraction) এই ঘরে ওপরের অঙ্কটিতে 10 যোগ করে নেব ও এবার বিয়োগ করতে পারব। এইভাবে বিয়োগ করার কয়েকটি উদাহরণ দেখে আমরা কায়দাটা অভ্যাস করব।

22 মানে 2 দশ 2

– 15 মানে 1 দশ 5



মানে	1 দশ 1 দশ 2 (12)	~~||||||||||~~	||||||| ~~|||||~~	
–	1 দশ 5	~~||||||||||~~	~~|||||~~	
	7		|||||||	বিয়োগ ফল: 7

বিয়োগ করো : 44 – 19

44	মানে	4 দশ 4	মানে	3 দশ 14	
–19	মানে	1 দশ 9	মানে	1 দশ 9	
				2 দশ 5	বিয়োগ ফল: 25

বিয়োগ করো : 81 – 59

8 1	মানে	8 দশ 1	মানে	7 দশ 11	
– 5 9	মানে	5 দশ 9	মানে	5 দশ 9	
				2 দশ 2	বিয়োগ ফল: 22

বিয়োগ করো : 64 –2

6 4	মানে	6 দশ 4	মানে	5 দশ 14	
– 2 7	মানে	2 দশ 7	মানে	2 দশ 7	
				3 দশ 7	বিয়োগ ফল: 37

লক্ষ করো: আগের ঘর থেকে ধার নিয়ে বিয়োগ করার অর্থ হল, ওপরের বড় সংখ্যাটির আগের ঘরে 1 বিয়োগ করতে হবে ও পরের ঘরের সংখ্যার সাথে 10 যোগ করে নিতে হবে। আমরা আগের ঘর থেকে ধার নিয়ে বিয়োগ করাকে এইভাবে বুঝে নিতে পারি –

আগের ঘরে ধার নিলাম	-1		-1		-1
পাশের ঘরে এল	+10		+10		+10
43–18:	4 3	52–37:	5 2	63–29:	6 3
	1 8		3 7		2 7
	2 5		1 5		3 6

ধার নিয়ে বিয়োগ করাকে এই ভাবে পড়তে হবে: 43 থেকে 18 বিয়োগটিকে পড়ো – 3 থেকে 8 বিয়োগ করা যায় না, তাই আগের ঘর থেকে 1 দশ ধার নিলাম ও 13 থেকে 8 বিয়োগ করে পেলাম 5। এবার আগের ঘরে 4 (দশ) থেকে 1 (দশ) ধার নিয়েছিলাম, তাই আছে 3 (দশ)। তার থেকে 1 বিয়োগ করে পেলাম 2। উত্তর হল 25। এইভাবে পরের দুটি বিয়োগ করাকে পড়ো।

এবারে দুটি শতক সংখ্যার ক্ষেত্রে একই নিয়মে বিয়োগ করা দেখো –

8 2 3	8 শত 2 দশ 3	8 শত 1 দশ 13	7 শত 11 দশ 13
–5 9 5	5 শত 9 দশ 5	5 শত 9 দশ 5	5 শত 9 দশ 5
			2 শত 2 দশ 8 = 228

6 4 4	6 শত 4 দশ 4	6 শত 3 দশ 14	5 শত 13 দশ 14
–2 8 7	2 শত 8 দশ 7	2 শত 8 দশ 7	2 শত 8 দশ 7
			3 শত 5 দশ 7 = 357

5 5 6	5 শত 5 দশ 6	5 শত 4 দশ 16	4 শত 14 দশ 16
–3 8 9	3 শত 8 দশ 9	3 শত 8 দশ 9	3 শত 8 দশ 9
			1 শত 6 দশ 7 = 167

লক্ষ করো, ওপরের বড় সংখ্যাটিতে ধার নেওয়া হয়েছে 1 করে, প্রথমে দশকের ঘর থেকে এককের ঘরে, ও তারপর শতকের ঘর থেকে দশকের ঘরে। কোনও ঘরের বাঁদিকের ঠিক আগের ঘর থেকে 1 ধার নেওয়া মানে এই ঘরে 10 আসা।

ধার নিলাম	-1↘	-1↘				-1↘	-1↘	
পরের ঘরে এল		+10	+10				+10	+10
443–168:	4	4	3	852–378:		8	5	2
	1	6	8			3	7	8
	2	7	5			4	7	4

ধার নিয়ে বিয়োগ করাকে আমরা সংক্ষেপে লিখে দেখাই এইভাবে –

443–168

	শতক	দশক	একক
ধার নিলাম	4^{-1}	4^{-1}	3
	1	6	8
উত্তর	2	7	5

852–378

	শতক	দশক	একক
ধার নিলাম	8^{-1}	5^{-1}	2
	3	7	8
উত্তর	4	7	4

447–263

	শতক	দশক	একক
ধার নিলাম	4^{-1}	4	7
	2	6	3
উত্তর	1	8	4

802–391

	শতক	দশক	একক
ধার নিলাম	8^{-1}	0	2
	3	9	1
উত্তর	4	1	1

443–118

	শতক	দশক	একক
ধার নিলাম	4	4^{-1}	3
	1	1	8
উত্তর	3	2	5

682–258

	শতক	দশক	একক
ধার নিলাম	6	8^{-1}	2
	2	5	8
উত্তর	4	2	4

মনে রাখো, ধার নিয়ে বিয়োগ করার নিয়ম: ওপরের সংখ্যাটি থেকে নিচের সংখ্যাটি বিয়োগ করার সময় যদি কোনও ঘরে দেখা যায় ওপরের অঙ্কটি ছোট, তাহলে তার সাথে 10 যোগ করে নাও ও আগের ঘরের ওপরের অঙ্কটি থেকে 1 বিয়োগ করে রাখো।

উদাহরণগুলির মতো করে নিচের কয়েকটি বিয়োগ অভ্যাস করো –

ধার নিলাম
পরের ঘরে এল

243– 78:

$$\begin{array}{rrr} 2 & 4 & 3 \\ \hline & 7 & 8 \end{array}$$

852–72:

$$\begin{array}{rrr} 8 & 5 & 2 \\ \hline & 7 & 2 \end{array}$$

ধার নিলাম
পরের ঘরে এল

402–175:

$$\begin{array}{rrr} 4 & 0 & 2 \\ \hline 1 & 7 & 5 \end{array}$$

765–289:

$$\begin{array}{rrr} 7 & 6 & 5 \\ \hline 2 & 8 & 9 \end{array}$$

ধার নিলাম
পরের ঘরে এল

317–148:

$$\begin{array}{rrr} 3 & 1 & 7 \\ \hline 1 & 4 & 8 \end{array}$$

510–291:

$$\begin{array}{rrr} 5 & 1 & 0 \\ \hline 2 & 9 & 1 \end{array}$$

ধার নিলাম
পরের ঘরে এল

4443–1185

$$\begin{array}{rrrr} 4 & 4 & 4 & 3 \\ \hline 1 & 7 & 8 & 5 \end{array}$$

4212–1358:

$$\begin{array}{rrrr} 4 & 2 & 1 & 2 \\ \hline 1 & 3 & 5 & 8 \end{array}$$

লক্ষ করো: হাজারের ঘর থেকে 1 ধার নেওয়া হলেও শতকের ঘরে 10 আসে কারণ 10 x 100 = 1000।

অনুশীলন 4.4 বিয়োগ করো

	A.	B.	C.
1.	85 –49	67 –28	67 –59
2.	982 –767	896 –879	532 –345
3.	934 –839	7434 –6645	4345 –2479
4.	3232 –3029	4089 –3499	5011 –4222
5.	2213 1099	7011 –4322	2323 –2119
6.	6666 –5999	8011 –7982	5462 –4894
7.	7655 –6776	5471 –4999	5722 –4345
8.	3110 –2891	7809 –2765	9981 –6998
9.	7822 –6933	7678 –5767	3078 –2434

যে সংখ্যাটি বিয়োগ করা হয়েছে লেখো (বিয়োগ চিহ্ন দিয়ে) :

(নীচে করে দেওয়া 10A দেখে করো । ওপরের সংখ্যা থেকে বিয়োগফল বিয়োগ করলে এই সংখ্যাটা পাবে। মিলিয়ে নাও ঠিক হল কিনা – এই সংখ্যাটাকে এবার বিয়োগফলের সাথে যোগ করে দেখো ওপরের সংখ্যাটা পাও কিনা।)

	A.	B.	C.
10.	7 –3 4	9 2	16 11
11.	24 13	78 34	323 101

12.	26	43	83
	....	....	....
	9	29	18
13.	803	724	967
	....	....	....
	629	599	698
14.	4342	2242	6565
	....	....	....
	2525	1909	3699
15.	3434	5454	4343
	....	....	....
	696	4678	3636
16.	6005	8005	8120
	....	....	....
	5016	3626	6524

উত্তর 4.4

	A.	B.	C.
1.	36	39	8
2.	215	17	187
3.	95	789	1866
4.	203	590	789
5.	1114	2689	204
6.	667	29	568
7.	879	472	1377
8.	219	5044	2983
9.	889	1911	644
10.	3	7	5
11.	11	44	222
12.	17	14	65
13.	174	125	269
14.	1817	333	2866
15.	2738	776	707
16.	989	4379	1596

পাঠ 5 যোগ–বিয়োগ ও গুণ–ভাগের সম্পর্ক

5.1 যোগ ও বিয়োগের সম্পর্ক

যোগ ও বিয়োগের সম্পর্কগুলি (Relations between addition and subtraction) লক্ষ করো:

1. দুটি সংখ্যার যোগফল হিসাবে যে তৃতীয় সংখ্যাটি পাই, তার থেকে ওই দুটি সংখ্যার যে কোনও একটিকে বিয়োগ করলে অন্যটি পাওয়া যায়।

   $8+7 = 15 \qquad 15-8 = 7 \qquad 15-7 = 8$

   $9+8 = 17 \qquad 17-9 = 8 \qquad 17-8 = 9$

2. একটি বড় সংখ্যা থেকে অন্য একটি ছোট সংখ্যা বিয়োগ করে বিয়োগফল হিসাবে যে সংখ্যাটি পাই, তার সাথে বিয়োগ করা ছোট সংখ্যাটি যোগ করলে আমরা সেই বড় সংখ্যাটিকেই আবার ফেরৎ পাই। অর্থাৎ, বিয়োগের ফল ও যোগের ফলে কাটাকাটি হয়ে সংখ্যাটি যা ছিল তাই থাকে।

   $5-3 = 2 \qquad 2+3 = 5; \qquad 7 - 4 = 3 \qquad 3+4 = 7$

   $18-5 = 13 \qquad 13+5 = 18; \qquad 28-12 = 16 \qquad 16+12 = 28$

3. একটি সংখ্যা থেকে একাধিক সংখ্যাকে এক এক করে কয়েকবারে বিয়োগ করলে আমরা যা পাই, তা অন্য ভাবেও পাওয়া যায়। যে সংখ্যাগুলি বিয়োগ করা হবে তাদের আগে যোগ করে নিয়ে ওই যোগফলটিকে বড় সংখ্যাটি থেকে একবার বিয়োগ করলেই মোট বিয়োগফল পাওয়া যাবে।

   মনে রাখো: আগে যোগটা করে নেওয়ার জন্য আমরা ওই সংখ্যাগুলোর যোগ করাকে **বন্ধনী** বা Bracket () দিয়ে রাখব। বন্ধনীর মধ্যে যা থাকবে তার হিসেব আগে করে নিতে হবে আলাদা করে।

   $8-2-3 = 8-(2+3) = 8-5 = 3$

   $18-3-4-5 = 18-(3+4+5) = 18-12 = 6$

   $6-1-1 = 6-(1+1) = 6-2 = 4$

   $25-7-8-2 = 25-(7+8+2) = 25-17 = 8$

অনুশীলন 5.1 সমাধান করো

1. তোমার ক্লাসে 17 জন ছেলে ও 15 জন মেয়ে আছে। তাহলে ক্লাসে ছেলে ও মেয়ে মিলে মোট কতজন ছাত্র-ছাত্রী আছে?

2. মাছ ধরতে গিয়ে সুমিত 18টি ও রাজেশ 12টি মাছ ধরল। ওরা তাহলে মোট কটা মাছ ধরল?

3. কবিতার 37টি হাঁস আর 28টি মুরগি আছে। কবিতার মোট কটা হাঁস-মুরগি আছে?

4. একটি গ্রামে 578 জন পুরুষ, 789 জন মহিলা ও 421 জন শিশু আছে। গ্রামে মোট কতজন মানুষ থাকে?

5. কবিতা তার ছোট বোন সবিতার থেকে 7 বছরের বড়। সবিতার বয়েস এখন 14 হলে কবিতার বয়েস কত?

6. রামের কাছে 37টি আম ও 48টি পেয়ারা আছে। সুদীপের কাছে রামের থেকে 14টি আম ও 11টি পেয়ারা বেশী আছে। তাহলে বলো—

   সুদীপের কাছে কটা আম ও কটা পেয়ারা আছে?

   রাম ও সুদীপের কাছে মোট কটা আম আছে?

   রাম ও সুদীপের কাছে আম-পেয়ারা মিলে মোট কটা ফল আছে?

7. কবিতা 35 টাকা নিয়ে দোকানে গেল। সে 17 টাকার জিনিস কিনল দোকান থেকে। কত টাকা নিয়ে সে বাড়ি ফিরল?

8. রাজুর 39টি বই আছে । লালুর আছে 47টি বই । কার বই বেশি বা কম আছে ও কটা বেশি বা কম?

9. কবিতা ও তার মায়ের বয়েস মিলে এখন হল 47। কবিতার বয়েস 12 হলে তার মায়ের বয়েস কত?

10. রাজুর ভাই লালু রাজুর থেকে 7 বছরের ছোট । রাজুর বয়েস এখন 13 হলে লালুর বয়েস কত?

11. মিলনের কাছে 15 টি রঙ পেন্সিল ছিল। তার থেকে 7 টি রঙ পেন্সিল মিলন দিল রিপনকে। মিলনের কাছে কটা রঙ পেন্সিল থাকল?

12. রাজুর বাগানের পেয়ারা গাছে 23 টি পেয়ারা ছিল। রাজু 9 টি পেয়ারা পেড়ে নিল। গাছে কটা পেয়ারা রইল?

13. কবিতার কাছে 9 টি দশ টাকার নোট ছিল। কবিতা 3 টি দশ টাকার নোট সবিতাকে দিল। কবিতার কাছে কত টাকা থাকল?

14. রুনুর কাছে 12 টি বই ছিল। বাবা রুনুকে আরো 9 টি নতুন বই এনে দিল আর রুনু ছোট ভাইকে 5 টি বই দিয়ে দিল। এখন রুনুর কাছে কটা বই আছে?
15. 2775 এর সঙ্গে কত যোগ করলে আমরা 4521 পাব?
16. 7653 সংখ্যাটি 11276 এর থেকে কত কম?
17. কত থেকে 3452 বিয়োগ করলে আমরা 4632 পাই?
18. কোন সংখ্যার সঙ্গে 1056 যোগ করলে 5768 পাব?
19. কোন যোগফলটি বেশি – 1567 ও 4567-এর যোগফল, না 3789 ও 2323-এর যোগফল, এবং কত বেশি বল।
20. কোন যোগফলটি কম – 3032 ও 1378-এর যোগফল, না 2709 ও 2323-এর যোগফল, এবং কত কম বল।
21. রাজেশ বাজারে গেল 80 টাকা নিয়ে। রাজেশ বাজার থেকে কিনল 7 টাকার আলু, 14 টাকার পটল, 17 টাকার সর্ষের তেল, আর 5 টাকার বিস্কুট। বাজার থেকে রাজেশ কত টাকা নিয়ে ফিরল?
22. গতবছর আমাদের আম গাছগুলিতে মোট 2364 টি আম হয়েছিল। এই বছর 753 টি আম কম হয়েছে। এই বছর তা হলে মোট কটা আম হয়েছে?
23. একটি শহরে মোট 3456 জন ছোট ছেলেমেয়ে আছে। উচ্চ মাধ্যমিকে পড়ে 593 জন, মাধ্যমিকে পড়ে 682 জন, উচ্চ প্রাথমিকে পড়ে 788 জন, আর প্রাথমিকে পড়ে 1012 জন। মোট কতজন ইস্কুলে যায় আর কতজন যায় না?
24. সরল করে উত্তর লেখো:
    a. $2234 + 1456 - 703 - 405 - 1135$
    b. $8310 - 654 - 237 - 2102 + 1421$
    c. $3751 - 1123 + 5432 - 3019 - 1879$

উত্তর 5.1

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
32	30	65	1788	21	51,59, 88,195	18	লালুর বেশি, 8	35	6
11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
8	14	60 টাকা	16	1746	3623	8084	4712	6134 6112 22	4410 5032 622
21.	22.	23.	24. a.	24. b.	24. c.				
37 টাকা	1611	3075, 381	1447	6738	3162				

মনে রাখো:

1. দুটি সংখ্যাকে যোগ করলে যে সংখ্যাটি পাওয়া যায় তাকে **যোগফল** (Total বা Sum Total) বলে। যেমন, 14+15=39, যেখানে 39 হল যোগফল।
2. বিয়োগ করা যায় বড় একটি সংখ্যা থেকে ছোট একটি সংখ্যা। যেটি থেকে বিয়োগ করা হচ্ছে, সেই সংখ্যাটিকে **বিয়োজন** (Minuend) বলে, ও যা বিয়োগ করা হচ্ছে তাকে **বিয়োজ্য** (Subtrahend) বলে। বিয়োগ করে যে সংখ্যাটি পাওয়া যায় তাকে **বিয়োগফল** (Difference) বলে। যেমন, 39 – 15 = 14, যেখানে, 39 হল বিয়োজন, 15 হল বিয়োজ্য, আর 14 হল বিয়োগফল।
3. যোগ ও বিয়োগ বিপরীত প্রক্রিয়া। তাই আমরা নিচের সম্পর্ক পাই –

বিয়োজন – বিয়োজ্য = বিয়োগফল

বিয়োজন – বিয়োগফল = বিয়োজ্য

বিয়োগফল + বিয়োজ্য = বিয়োজন

5.2 গুণ ও ভাগের সম্পর্ক

1. গুণ হচ্ছে বার বার একই সংখ্যা যোগ করার প্রক্রিয়া। দুটি সংখ্যার গুণের সময় যে সংখ্যাটিকে গুণ করা হয় তাকে বলে **গুণ্য** (Multiplicand), যে সংখ্যাটি দিয়ে গুণ করা হয় তাকে বলে **গুণক** (Multiplier), ও গুণটি করে যে সংখ্যাটি পাওয়া যায় তাকে বলে **গুণফল** (Product)। যেমন, 3x 8 = 24, যেখানে, 3 হল গুণ্য, 8 হল গুণক, আর 24 হল গুণফল।

ভাগ হচ্ছে বার বার একই সংখ্যা বিয়োগ করার প্রক্রিয়া। যে সংখ্যাটিকে ভাগ করা হয় তাকে বলে **ভাজ্য** (Dividend), যে সংখ্যাটি দিয়ে ভাগ করা হয় তাকে বলে **ভাজক** (Divisor), ও ভাগটি করে যে সংখ্যাটি পাওয়া যায় তাকে বলে **ভাগফল** (Quotient) । যেমন, $24 \div 8 = 3$, যেখানে 24 হল ভাজ্য, 8 হল ভাজক, আর 3 হল ভাগফল। এখানে ভাগ করার পরে 0 থাকে, কারণ, এটা হল **নিঃশেষে** ভাগ (Exact division), তাই 0 হল **ভাগশেষ** (Remainder)। কিন্তু, $26 \div 8$ করলে ভাগফল একই পূর্ণ সংখ্যায় পেলেও ভাগশেষ থেকে যায় 2। ভাগশেষ কখন কত থাকে নিচে দেখো –

$$\begin{array}{r|l|l} 7 & 38 & 5 \\ & \underline{35} & \\ & \ \ 3 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l|l} 6 & 25 & 4 \\ & \underline{24} & \\ & \ \ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l|l} 4 & 19 & 4 \\ & \underline{16} & \\ & \ \ 3 & \end{array}$$

3. আমরা দেখেছি গুণ হচ্ছে বার বার একই সংখ্যা যোগ করার প্রক্রিয়া, ভাগ হচ্ছে বার বার একই সংখ্যা বিয়োগ করার প্রক্রিয়া, আর জানি যে যোগ ও বিয়োগ হল বিপরীত প্রক্রিয়া। তাই গুণ আর ভাগও হল বিপরীত প্রক্রিয়া।

গুণ্য	x	গুণক	=	গুণফল
ভাজ্য	÷	ভাজক	=	ভাগফল
ভাজ্য	÷	ভাগফল	=	ভাজক
ভাগফল	x	ভাজক	=	ভাজ্য

ভাগ নিঃশেষে না হলে আমরা পাই –

ভাজ্য ÷ ভাজক = ভাগফল + ভাগশেষ

মনে রাখো:

- ভাগশেষ অবশ্যই ভাজকের থেকে ছোট হবে।
- যেকোনও সংখ্যাকে 0 দিয়ে গুণ করলে গুণফল সর্বদা 0-ই হবে।
- 0-কে যেকোনও সংখ্যা দিয়ে ভাগ করলে ভাগফল 0-ই হবে।
- ভাজ্য ও ভাজক সমান হলে ভাগফল 1 হয়।
- ভাজক 1 হলে ভাজ্য ও ভাগফল সমান হয়।
- 0 দিয়ে ভাগ করার কোনও অর্থ হয় না, তাই 0 দিয়ে ভাগ হয় না।

শূন্য 0 কোনো স্বাভাবিক সংখ্যা নয়, যা 1, 2, 3, 4 ইত্যাদির মতো সংখ্যায় প্রকাশ করা যায় এমন কোনো নির্দিষ্ট মান বোঝায়। কিচ্ছু নেই বলতে আমরা শূন্য কথাটা ব্যবহার করি।

তাই যেকোনো সংখ্যাকে 0 দিয়ে গুণ, বা উল্টে করে, 0-কে যেকোনো সংখ্যা দিয়ে গুণ করলে (বার বার যোগ করলেও) 0-ই থাকে। একই কারণে 0-কে যেকোনো সংখ্যা দিয়ে ভাগ করলে 0-ই পাই (কিচ্ছু নেই থেকে বার বার বিয়োগ করলেও ওই কিচ্ছু নেই)।

কিন্তু শূন্য 0 দিয়ে ভাগ করার কোনো অর্থ হয় না, কারণ 0 কোনো স্বাভাবিক সংখ্যা নয় যার নির্দিষ্ট মান আছে। ভাগ মানে হল বার বার একটি সংখ্যা বিয়োগ করে যাওয়া। এখানে বার বার কত বিয়োগ করা হচ্ছে তাই নির্দিষ্ট নয়। তাই 0 দিয়ে ভাগ হয় না।

পাঠ 6 ভারতীয় সংখ্যা পদ্ধতি – বড় বড় সংখ্যা লেখা ও বলা

আগে একক, দশক, শতক করে হাজারের ঘর পর্যন্ত সংখ্যা লেখা ও বলা শিখেছি। এর থেকেও অনেক অনেক বড় সংখ্যাও হতেই পারে, যেমন 10000, 100000, 1000000। এগুলো কীভাবে লেখা ও বলা হয়?

- যেকোনও সংখ্যা লেখায় তার অঙ্কগুলো সাজানো হয় ডানদিক থেকে বাঁদিকে। কিন্তু পড়ে বলতে হয় বাঁদিক থেকে শুরু করে।
- ডানদিকের শেষ ঘরকে একক ধরে বাঁদিকের ঘরগুলোর নাম – **একক, দশক, শতক, হাজার (সহস্র), দশক হাজার (অযুত), লক্ষ, দশক লক্ষ (নিযুত), কোটি**। এটা হল ভারতীয় সংখ্যা পদ্ধতি (Number system –Indian)। আন্তর্জাতিক সংখ্যা পদ্ধতি (Number system – International) পরে শিখব।
- হাজার, ও লক্ষের দুটো করে ঘর (একক ঘর ও দশক ঘর) হয়। অনেক বেশি বড় সংখ্যা হলে কোটির ঘরে পড়তে হতে পারে দশক কোটি, শতক কোটি, হাজার কোটি, লক্ষ কোটি ইত্যাদি ।
- সংখ্যাগুলোর ডান দিকের শেষ ঘরটাকে একই লাইনে রেখে একটার নিচে আরেকটাকে সাজালে দেখা যাবে বড় সংখ্যাগুলোর বাঁদিকের ঘর বাড়ছে, যেমন নিচে দেখানো হয়েছে, 10 ঘর সংখ্যা লেখা ।

	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
	শতক কোটি	কোটি		লক্ষ		হাজার		শতক	দশক	একক
		দশক	একক	দশক	একক	দশক	একক			
এক										1
দশ									1	0
একশ								1	0	0
এক হাজার							1	0	0	0
দশ হাজার						1	0	0	0	0
এক লক্ষ					1	0	0	0	0	0
দশ লক্ষ				1	0	0	0	0	0	0
এক কোটি			1	0	0	0	0	0	0	0
দশ কোটি		1	0	0	0	0	0	0	0	0
শত কোটি	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0

মনে রাখো:

দশ দশে	10× 10	একশ	1,00
দশ একশতে	10× 100	এক হাজার	1,000
একশ হাজারে	100× 1000	এক লক্ষ	1,00,000
একশ লক্ষে	100× 100000	এক কোটি	1,00,00,000

যেকোনও সংখ্যা পড়ে কথায় বলতে হলে গুনে দেখো সংখ্যাটাতে মোট কটা অঙ্ক আছে। সেই অনুযায়ী বাঁদিকের অঙ্কটা থেকে শুরু করে পর পর ডানদিকের অঙ্কগুলো পড়তে হবে –

দশ অঙ্কের	সংখ্যা	পড়া শুরু করো	শতক কোটি	দিয়ে
নয় অঙ্কের	সংখ্যা	পড়া শুরু করো	দশক কোটি	দিয়ে
আট অঙ্কের	সংখ্যা	পড়া শুরু করো	কোটি	দিয়ে
সাত অঙ্কের	সংখ্যা	পড়া শুরু করো	দশক লক্ষ	দিয়ে
ছয় অঙ্কের	সংখ্যা	পড়া শুরু করো	লক্ষ	দিয়ে
পাঁচ অঙ্কের	সংখ্যা	পড়া শুরু করো	দশক হাজার	দিয়ে

এইভাবে আরো বড় সংখ্যা হবে একক হাজার কোটি, দশক হাজার কোটি, একক লক্ষ কোটি, দশক লক্ষ কোটি ইত্যাদি।

পাঁচ ঘর দশক হাজারের (অযুত) সংখ্যা পড়ে বলো ও লেখো –

44	478	চুয়াল্লিশ হাজার	চার শত	আটাত্তর
15	848	পনেরো হাজার	আট শত	আটচল্লিশ
57	065	সাতান্ন হাজার		পঁয়ষট্টি
99	093	নিরানব্বই হাজার		তিরানব্বই
22	004	বাইশ হাজার		চার
68	789	আটষট্টি হাজার	সাত শত	উন-নব্বই

ছয় ঘর একক লক্ষের সংখ্যা পড়ে বলো ও লেখো –

7	44	478	সাত লক্ষ	চুয়াল্লিশ হাজার	চার শত	আটাত্তর
5	15	848	পাঁচ লক্ষ	পনেরো হাজার	আট শত	আটচল্লিশ
8	57	065	আট লক্ষ	সাতান্ন হাজার		পঁয়ষট্টি
4	99	093	চার লক্ষ	নিরানব্বই হাজার		তিরানব্বই
9	22	004	নয় লক্ষ	বাইশ হাজার		চার
3	68	789	তিন লক্ষ	আটষট্টি হাজার	সাত শত	উন-নব্বই

সাত ঘর দশক লক্ষের (নিযুত) সংখ্যা পড়ে বলো ও লেখো –

17 44 478	সতের লক্ষ	চুয়াল্লিশ হাজার	চার শত	আটাত্তর
15 15 848	পনেরো লক্ষ	পনেরো হাজার	আট শত	আটচল্লিশ
18 57 065	আঠারো লক্ষ	সাতান্ন হাজার		পঁয়ষট্টি
14 99 093	চোদ্দ লক্ষ	নিরানব্বই হাজার		তিরানব্বই
19 22 004	উনিশ লক্ষ	বাইশ হাজার		চার
13 68 789	তের লক্ষ	আটষট্টি হাজার	সাত শত	উন-নব্বই

আট ঘর একক কোটির সংখ্যা পড়ে বলো ও লেখো –

3 17 44 478	তিন কোটি সতেরো লক্ষ	চুয়াল্লিশ হাজার	চার শত	আটাত্তর
5 25 15 848	পাঁচ কোটি পনেরো লক্ষ	পনেরো হাজার	আট শত	আটচল্লিশ
6 18 57 065	ছয় কোটি আঠারো লক্ষ	সাতান্ন হাজার		পঁয়ষট্টি
7 14 99 093	সাত কোটি চোদ্দ লক্ষ	নিরানব্বই হাজার		তিরানব্বই
8 19 22 004	আট কোটি উনিশ লক্ষ	বাইশ হাজার		চার
9 13 68 789	নয় কোটি তেরো লক্ষ	আটষট্টি হাজার	সাত শত	উন-নব্বই

সংখ্যা পড়তে ঘরগুলি অনুযায়ী কমা বসিয়ে নেওয়া –

2,349	4,520	6,698	3,471	9,090
34,874	67,689	70,234	45,087	93,001
4,35,678	6,78,921	7,13,098	8,45,801	5,02,310
56,76,012	34,57,869	98,21,348	69,69,696	99,99,999

সংখ্যার ডানদিকের শেষ ঘরটি থেকে একে একে বাঁদিকের ঘরগুলিকে নাম দিয়েছি একক, দশক, শতক, হাজার, দশক হাজার (অযুত), লক্ষ, দশক লক্ষ (নিযুত), কোটি ইত্যাদি। যেকোনও সংখ্যার মান পড়ার সময় এই ঘরগুলিতে যে অঙ্কটি আছে, সেই অনুযায়ী স্থানীয় মানগুলি যোগ করে আমরা সংখ্যাটির মান পাই। উদাহরণ হিসাবে ধরা যাক একটি সংখ্যা 45678।

সংখ্যাটির একক ঘরে আছে 8, তাই একক ঘরের স্থানীয় মান হল	8
দশক ঘরে আছে 7, তাই দশক ঘরের স্থানীয় মান হল	70
শতক ঘরে আছে 6, তাই শতক ঘরের স্থানীয় মান হল	600
হাজার ঘরে আছে 5, তাই হাজার ঘরের স্থানীয় মান হল	5000
দশক হাজার ঘরে আছে 4, তাই এর স্থানীয় মান হল	40000
সবগুলো যোগ করে পেলাম	45678

অনুশীলন 6.1 সংখ্যাগুলিতে কোন্ অঙ্কটা কত আছে লেখো ও সংখ্যাটি পড়ো

1.	5678	5	হাজার	6	শতক	7	দশক	8	একক
2.	7039		হাজার		শতক		দশক		একক
3.	34567		দশক হাজার		শতক		দশক		একক
4.	78098		দশক হাজার		শতক		দশক		একক
5.	45009		দশক হাজার		শতক		দশক		একক
6.	23111		দশক হাজার		শতক		দশক		একক
7.	34567		দশক হাজার		শতক		দশক		একক
8.	90230		দশক হাজার		শতক		দশক		একক
9.	12345		দশক হাজার		শতক		দশক		একক
10.	23000		দশক হাজার		শতক		দশক		একক

অনুশীলন 6.2 সংখ্যাগুলির দাগ দেওয়া অঙ্কটি কোন্ স্থানে কত আছে লেখ

	সংখ্যা	স্থানীয় মান	সংখ্যা	স্থানীয় মান
1.	<u>5</u>67	পাঁচ শতক	56<u>7</u>8	সাত দশক
2.	67<u>8</u>		3<u>4</u>57	
3.	4<u>5</u>673		<u>6</u>743	
4.	34<u>9</u>01		459<u>8</u>7	
5.	<u>2</u>3456		9<u>9</u>432	
6.	<u>7</u>8905		<u>6</u>7234	
7.	5<u>6</u>7823		<u>4</u>56123	
8.	7<u>6</u>84321	ছয় লক্ষ	<u>2</u>734571	দুই দশক (নিযুত) লক্ষ
9.	567<u>8</u>901		56<u>7</u>2341	
10.	3219<u>0</u>01		2<u>3</u>90422	

অনুশীলন 6.3 নিচের সংখ্যাগুলিকে স্থানীয় মানে ভেঙে লেখো

1.	567	500 +60 +7
2.	678	
3.	45673	

4.	34901	
5.	23456	
6.	78905	
7.	567823	
8.	7684321	
9.	5678901	
10.	3219001	
11.	3456781	
12.	4523417	4000000 +500000 +20000 +3000 +400 +10 +7
13.	9567872	

অনুশীলন 6.4 নিচের স্থানীয় মানগুলিকে জুড়ে যে সংখ্যাটি হয় লেখো

1.	30000	+	7000	+	400	+	60	+	7	37467
2.	60000	+	0	+	800	+	90	+	9	
3.	10000	+	9000	+	900	+	0	+	5	
4.	50000	+	8000	+	0	+	0	+	9	
5.	30000	+	0	+	700	+	60	+	8	
6.	80000	+	4000	+	500	+	0	+	0	
7.	70000	+	1000	+	900	+	10	+	2	
8.	40000	+	7000	+	800	+	0	+	4	
9.	90000	+	0	+	0	+	70	+	7	
10.	90000	+	9000	+	900	+	90	+	9	
11.	80000	+	9000	+	900	+	90	+	0	
12.	10000	+	1000	+	100	+	10	+	1	

অনুশীলন 6.5 নিচের সংখ্যাটি লেখো

1.	ছয় হাজার সাতশ একুশ	6721
2.	সাঁইত্রিশ হাজার নয়শ সাতাশি	
3.	বিয়াল্লিশ হাজার দুশ তিপান্ন	
4.	সাত লক্ষ তের হাজার আটশ একাত্তর	
5.	আটাত্তর লক্ষ তেতাল্লিশ হাজার উনসত্তর	

6. নিরানব্বই লক্ষ তিরানব্বই হাজার তিনশ তিন

অনুশীলন 6.6 বাঁদিকের সংখ্যাটি ডানদিকের সংখ্যাটি থেকে বড় (>) না ছোট (<) বোঝাতে ঠিক চিহ্ন বসাও

1.	6789	<	6798	34567	>	34557
2.	8192		8129	4043		4134
3.	12809		12878	67432		66999
4.	22178		22718	66909		66999
5.	102134		99898	102761		110021
6.	349870		339990	786432		796432
7.	56789		56389	89023		84923
8.	56213		36213	4502345		4503245
9.	56789		56889	12345		12354
10.	67843		68843	98765		98655
11.	67234		67243	68451		64851
12.	70791		79071	70911		70901
13.	12450		12405	3456		3546
14.	23672		23762	45223		452233

অনুশীলন 6.7 নিচের সংখ্যাগুলিকে পর পর সাজিয়ে লেখ

ছোট থেকে বড়

a) 3178 378 3078 3087 b) 2308 2383 3038 308

....

বড় থেকে ছোট

c) 1787 81 801 11081 d) 308 4019 3038 1308

....

অনুশীলন 6.8 নিচের সংখ্যাগুলির ঠিক পরের সংখ্যাটি পাশে লেখ

a. 4567 4568 b. 5642

c.	2345		d.	5467	
e.	8903		f.	6999	
g.	9991		h.	8099	
i.	92009		j.	7009	
k.	56709		l.	45087	

অনুশীলন 6.9 নিচের সংখ্যাগুলির ঠিক আগের সংখ্যাটি পাশে লেখো

a.	4500	4499	b.	7893
c.	2901		d.	6702
e.	7800		f.	6990
g.	9001		h.	8090
i.	9000		j.	7010
k.	56000		l.	45010

অনুশীলন 6.10 প্রতিটি অঙ্ক একবার নিয়ে সবচেয়ে ছোট সংখ্যাটি পাশে লেখো

a.	2, 0, 1, 9, 8, 4	102489	b.	8, 5, 6, 7, 1	
c.	8, 0, 9, 1		d.	3, 5, 7, 2	
e.	3, 2, 0, 7, 1		f.	6, 0, 3, 2, 1	
g.	8, 7, 1, 2		h.	7, 0, 1, 3, 5	
i.	0,1, 9,2, 5		j.	7, 8, 3, 1	

অনুশীলন 6.11 প্রতিটি অঙ্ক একবার নিয়ে সবচেয়ে বড় সংখ্যাটি পাশে লেখো

a.	2, 0, 1, 9, 8, 4	984210	b.	8, 5, 6, 7, 1	
c.	8, 0, 9, 1		d.	3, 5, 7, 2	
e.	3, 2, 0, 7, 1		f.	6, 0, 3, 2, 1	
g.	8, 7, 1, 2		h.	7, 0, 1, 3, 5	

i.	0,1, 9,2, 5		
k.	9, 0,3, 7, 2		
j.	7, 8, 3, 1		
l.	6,5, 1, 4, 2		

অনুশীলন 6.12 প্রথম চারটির সংখ্যা অনুযায়ী আরো তিনটি সংখ্যা লেখো

1.	2	4	6	8	10	12	14
2.	3	6	9	12	15	18	21
3.	0	5	10	15			
4.	10	20	30	40			
5.	9	18	27	36			
6.	7	14	21	28			
7.	60	70	80	90			
8.	160	170	180	190			
9.	120	220	320	420			
10.	50	100	150	200			
11.	1345	1355	1365	1375			
12.	12	24	36	48			
13.	10100	11100	12100	13100			
14.	20103	30103	40103	50103			
15.	56123	56223	56323	56423			
16.	121	221	321	421			
17.	5678	5688	5698	5708			
18.	43000	46000	49000	52000			
19.	2200	2400	2600	2800			
20.	700	1400	2100	2800			

পাঠ 7. হাতে রেখে বড় সংখ্যার গুণ করা

দুটো একক সংখ্যার সহজ গুণ ও ভাগ শিখেছি। বড় বড় সংখ্যার (দশক, শতক, বা হাজার, দশ হাজার ঘরের সংখ্যা) গুণ করতে হবে হাতে রেখে (Carry over multiplication) । এখানে হাতে রেখে যোগ বিয়োগের পদ্ধতিই ব্যবহার করা হবে। প্রথমে দশ, একশ, হাজার, ইত্যাদি দিয়ে গুণ করার সহজ উপায়টা লক্ষ করব।

7.1 সংখ্যার শেষে এক বা একাধিক শূন্য থাকলে গুণ করা

যে দুটি সংখ্যার গুণ করতে হবে তাদের **গুণক**টি (যা দিয়ে গুণ করা) বা **গুণ্য**টির (যাকে গুণ করা) শেষে একটি বা একাধিক শূন্য থাকলে, সেই শূন্যগুলি বাদ দিয়ে বাকি সংখ্যার গুণ করতে হবে ও তারপর গুণফলটির শেষে শূন্যগুলি বসিয়ে আমরা মোট গুণফলটি পাব। লক্ষ করো 10-য়ের নামতা – 1, 2, 3 , 4 ইত্যাদি দিয়ে গুণে গুণফলের শেষে একটি শূন্য বসছে – 10, 20, 30, 40 ।

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
20	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200
30	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300
40	40	80	120	160	200	240	280	320	360	400
50	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500
60	60	120	180	240	300	360	420	480	540	600
70	70	140	210	280	350	420	490	560	630	700
80	80	160	240	320	400	480	560	640	720	800
90	90	180	270	360	450	540	630	720	810	900
100	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000

আমরা এই ধরনের গুণ করার সহজ পদ্ধতির কয়েকটি উদাহরণ দেখব।

20 x 3 = 2 দশ x 3
= 2 x 10 x 3
= 2 x 3 x 10
= 6 x 10 = 60

8 x 30 = 8 x 3 দশ
= 8 x 3 x 10
= 24 x 10
= 240

30 x 50 = 3 দশ x 5 দশ   40 x 60 = 4 দশ x 6 দশ
= 3x10 x 5x10   = 4 x10 x 6x10
= 3x 5 x 10 x 10   = 4 x 6 x 10 x10
= 15 x 100 =1500   = 24 x 100 = 2400

7.2 একক সংখ্যা দিয়ে গুণ

গুণ্য সংখ্যাটিকে আমরা ওপরে লিখব ও নিচে গুণক সংখ্যাটিকে এমনভাবে সাজিয়ে লিখব যাতে ডানদিকে এককের ঘরের অঙ্কটি একই লাইনে থাকে। আগে যেমন বলা হয়েছে, গুণ্য বা গুণকের শেষে শূন্য থাকলে শূন্যগুলিকে এককের ঘরের ডানদিকে সরিয়ে লিখে রাখতে হবে। শূন্যগুলি এখন গুণ করার মধ্যে না ধরে পরে গুণফল যা হবে তার শেষে একবারে বসাতে হবে।

গুণ করা শুরু করতে হবে ওপরের গুণ্য সংখ্যাটির ডানদিকের একক ঘরের অঙ্কটি থেকে। এই গুণফলটি যদি 10 বা 10-এর বেশী হয় (লক্ষ করো, দুটি একক সংখ্যার গুণফল সবচেয়ে বেশী হলে 9x9 = 81 হতে পারে)। তাহলে গুণফলটির থেকে দশকের অঙ্কটিকে হাতে রেখে গুণ্য সংখ্যাটির আগের ঘরে (দশকের) পাঠিয়ে দিতে হবে, সেখানকার গুণফলে পরে যোগ করতে ও এককের অঙ্কটিকে নিচে লিখতে হবে এককের ঘরে। পদ্ধতিটি বোঝা যাবে নিচের গুণগুলি দেখলে। তার আগে আমরা গুণ করাটিকে একক, দশক, শতক ইত্যাদি ঘরে ভেঙে লিখে বুঝে নেব।

<u>32-কে 4 দিয়ে গুণ করা</u>

32   3 দশ   2
<u>x 4</u>   <u>   x 4</u>
12 দশ   8
= 1 শত 2 দশ 8 = 128

<u>35-কে 4 দিয়ে গুণ করা</u>

35   3 দশ 5
<u>x 4</u>   <u>   x 4</u>
12 দশ   20
= 1 শত 2 দশ 2 দশ =140

<u>39-কে 7 দিয়ে গুণ করা</u>

39   3 দশ 9
<u>x 7</u>   <u>   x 7</u>
21 দশ 63
= 2 শত 1 দশ, 6 দশ 3
= 273

<u>148-কে 4 দিয়ে গুণ করা</u>

1 4 8   1 শত 4 দশ 8
<u>x 4</u>   <u>   x 4</u>
4 শত 16 দশ 32
= 5 শত 6 দশ, 3 দশ 2
= 592

239-কে 8 দিয়ে গুণ করা

239	2 শত	3 দশ	9	
x 8			x 8	
	16 শত	24 দশ	72	
=	16 শত	24 দশ	7 দশ	2
=	16 শত	31 দশ	2	
=	19 শত	1 দশ	2	
=	1912			

336-কে 4 দিয়ে গুণ করা

3 3 6	3 শত	3 দশ	6	
x 4			x 4	
	12 শত	12 দশ	24	
=	12শত	12দশ	2 দশ	4
=	12 শত	14 দশ	4	
=	13 শত	4 দশ	4	
=	1344			

এই ভাবে ধাপে ধাপে ভেঙে না করে গুণ করাকে আমরা সংক্ষেপে লিখতে পারি হাতে রেখে আগের ঘরে যোগ করে –

হাতে রইল	6	হাতে রইল	1 3
39 x7	3 9	148x4	1 4 8
	x 7		**x 4**
	2 7 3		5 9 2

প্রথম গুণ করাটিকে এই ভাবে পড়ে বলো –

সাত নয় 63-র 3 নামে, হাত রইল 6,
সাত তিন 21 আর ছয়ে 27, নামে 27 = 273

দ্বিতীয় গুণ করাটিকে এই ভাবে পড়ে বলো –

চার আটে 32-এর 2 নামে, হাতে রইল 3,
চার চারে 16 আর তিনে 19-এর 9 নামে, হাতে রইল 1,
চার এক্কে চার আর একে হল 5, নামে 5 = 592

এই ভাবে বলে বলে নিচের গুণগুলি লিখে অভ্যাস করো –

হাতে রইল	3 7	হাতে রইল	1 2
239 x8=	2 3 9	336x4=	3 3 6
	x 8		x 4
	1912		1344

হাতে রইল 3 6 5
2487 x8= 2 4 8 7
x 8
19 8 9 6

হাতে রইল 3 3
2189x4= 2 1 8 9
x 4
8 7 5 6

হাতে রইল 4 3
365 x7= 3 6 5
x 7
2555

হাতে রইল 5 1
893x6= 8 9 3
x 6
5358

হাতে রইল 2 4 5
5490x6= 5 4 7 9 | 0
x 6 |
32 8 7 4 | 0

হাতে রইল 2 2
9155x40= 9 1 5 5
x 4 | 0
3 6 6 2 0 | 0

লক্ষ করো: শেষের দুটি গুণে, গুণ্য বা গুণক সংখ্যার শেষে শূন্য থাকলে শূন্যকে কীভাবে গুণটি করার সময় আলাদা রাখা হয় ও তারপর গুণফলের ডানদিকে বসিয়ে নেওয়া হয়।

7.3 দশক ও শতক সংখ্যা দিয়ে গুণ

দশক বা শতক সংখ্যা দিয়ে গুণ করা বুঝতে আগে গুণ করার সংখ্যাদুটিকে একক, দশক, শতক ইত্যাদি ঘরে ভেঙে নেব, ও ভাগে ভাগে গুণ করব।

a) 4 5 = 4 দশ 5   4 দশ 5   4 দশ 5
x 1 3 = x 1 দশ 3   x 3   x 1 দশ
12 দশ 15   4 শত 5 দশ
= 13 দশ 5=135   = 450

তাহলে আমরা পেলাম –
4 5 x 3 = 135
4 5 x 10 = 450
যোগ করে 585

b) 2 8 3	2 শত 8 দশ 3	2 শত 8 দশ 3	2 শত 8 দশ 3
x 2 8 =	x 2 দশ 8	x 8	x 2 দশ
		16 শত 64 দশ 24	4 হাজার 16 শত 6 দশ
		= 16 শত 66 দশ 4	=5 হাজার 6 শত 6 দশ
		= 22 শত 6 দশ 4	=5660
		=2 হাজার 2 শত 6 দশ 4	
		=2264	

তাহলে আমরা পেলাম –

2 8 3 x 8	=	2264
2 8 3 x 20	=	5660
যোগ করে		7924

এই গুণগুলিতে লক্ষ করো যে গুণক যদি দশক বা শতক সংখ্যায় হয়, তাহলে গুণটি আমাদের করতে হয় দুটি বা তিনটি ধাপে। গুণ করার সময় গুণক সংখ্যাটিকে আমরা একক, দশক, শতক, ইত্যাদি ঘরে ভেঙে নিয়ে লিখি ও ধাপে ধাপে গুণটি করি। মনে করো একটি গুণক সংখ্যা 836। এর মানে হচ্ছে, 800+30+6, অর্থাৎ, 800, 30, আর 6-এর যোগফল। তাই 836 দিয়ে গুণ করার মানে তিনটি গুণ করা – প্রথমে 6 দিয়ে, তারপর 30 দিয়ে ও শেষে 800 দিয়ে। শেষে মোট গুণফলটি পাব এই তিনটি গুণফলকে যোগ করে।

বড় সংখ্যার গুণক দিয়ে গুণ করার ধাপগুলি হল – প্রথমে গুণক সংখ্যাটির এককটি দিয়ে গুণ্যকে গুণ করে গুণফলটি লিখি ও তারপর দশক সংখ্যাটি দিয়ে গুণ্যকে গুণ করে এই গুণফলটি তার নিচে লিখি। লক্ষ করো যে দশক সংখ্যা দিয়ে গুণফলটির এককের ঘরে শূন্য আসবেই। গুণকটি শতক সংখ্যায় হলে আমাদের তৃতীয় একটি ধাপ গুণ করতে হবে – গুণকের শতক সংখ্যাটি দিয়ে গুণ করে গুণফলটি নিচে লিখতে হবে। এবারে দুটি (দশক সংখ্যায় গুণক) বা তিনটি (শতক সংখ্যায় গুণক) ধাপে যে গুণফলগুলি পেলাম, সেগুলিকে যোগ করলেই আমরা মোট গুণফলটি পেয়ে যাব।

নিচের গুণগুলিকে হাতে রেখে সংক্ষেপে লেখা হয়েছে। এখানে যেহেতু আমরা ধাপে ধাপে গুণ্যকে গুণ করি, তাই এক একটি ধাপের গুণ করার সময় হাতে রাখা সংখ্যাটিকে বিশেষ সাবধানতার সাথে মনে রাখতে হবে, অথবা গুণক

সংখ্যাটা ভেঙে নিয়ে গুণগুলিকে ভাগে ভাগে করে নিয়ে শেষে যোগ করে নিতে হবে। প্রথমে আমরা বিভিন্ন ধাপের গুণগুলিকে ভাগে ভাগে করা দেখে নিই।

গুণ করো 35 x12			গুণ করো 48 x27		
হাতে রইল	1		হাতে রইল	5	1
35	35	35	48	48	48
x 12	x2	x10	x27	x7	x20
	70	350		336	960
	+350			+960	
উত্তর	420		উত্তর	1296	

গুণ করো 882 x23			গুণ করো 458 x24		
হাতে রইল	2	1	হাতে রইল	2 3	1 1
882	882	882	458	458	458
x 23	x 3	x 20	x24	x 4	x 20
	2646	17640		1832	9160
	+17640			+9160	
উত্তর	20286		উত্তর	10992	

গুণ করো 2736x234			
হাতে রইল	2 1 2	2 1 1	1 1
2736	2 7 3 6	2 7 3 6	2 7 3 6
x 234	x 4	x 3 0	x 2 0 0
	1 0 9 4 4	8 2 0 8 0	5 4 7 2 0 0
	+8 2 0 8 0		
	+5 4 7 2 0 0		
উত্তর	6 4 0 2 2 4		

গুণ করাকে আলাদা করে না ভেঙে একটার নিচে আরেকটা লিখে করার উদাহরণ –

উদাহরণ 1: 2494 কে 367 দিয়ে গুণ করা

2 4 9 4	
x 3 6 7	
1 7 4 5 8	– হল 2494 x 7
1 4 9 6 4 0	– হল 2494 x 60
7 4 8 2 0 0	– হল 2494 x 300
9 1 5 2 9 8	

উদাহরণ 2: 3598 কে 504 দিয়ে গুণ করা

```
    3 5 9 7
   x 5 0 4
  ---------
  1 4 3 8 8      – হল 3597 x 4
  0 0 0 0 0      – হল 3597 x 0
1 7 9 8 5 0 0    – হল 3597 x 500
-------------
1 8 1 2 8 8 8
```

এখানে গুণকের দশকের ঘরে শূন্য থাকার জন্য দ্বিতীয় ধাপে শূন্য দিয়ে গুণ দেখানোর দরকার হয় না। তাই এই ধাপটি বাদ দিয়েই এই গুণটি করা যাবে।

উদাহরণ 3: 47890 কে 2400 দিয়ে গুণ করা

```
      4 7 8 9 ¦ 0
    x     2 4 ¦ 0 0
    -------------
     1 9 1 5 6 ¦        – হল 4789 x 4
     9 5 7 8 0 ¦        – হল 4789 x 20
    -------------
   1 1 4 9 3 6 ¦ 0 0 0   অর্থাৎ, 114936 000
```

লক্ষ করো, এখানে গুণ্য ও গুণক সংখ্যার শেষের শূন্যগুলিকে (3টি) আলাদা রেখে গুণটি করে নিয়ে তারপর গুণফলের শেষে ডানদিকে বসানো হয়েছে।

7.4 গুণ করার সহজ পদ্ধতি

দুটি সংখ্যা গুণ করার সময় যে সংখ্যার অঙ্কসংখ্যা কম তাকে গুণক ও অন্যটিকে গুণ্য ধরব, যেমন 37 x 925 কে গুণ করব 925 x 37। এতে গুণটি কম ধাপে করা যাবে। কোনও সময় সংখ্যাগুলি এমন হয় যে তাদের গুণ ভেঙে ভেঙে আরেক ভাবে করা সহজ হয়। তার কয়েকটি উদাহরণ দেখব।

মনে রাখো: বন্ধনী চিহ্ন ( ) থাকলে তার মধ্যের প্রক্রিয়াটি আগে করতে হবে।

উদাহরণ 1:

17x6 = (10+7) x 6 = (10 x 6) +(7 x 6) = 60+42=102

28x7 = (20+8) x 7 = (20 x 7) +(8 x 7) = 140+56=196

36x4 = (30+6) x 4 = (30 x 4) +(6 x 4) = 120+24=144

উদাহরণ 2: 999x425 = (1000–1) x 425 = (1000 x 425) – (1 x 425)

= 425000–425=424575

উদাহরণ 3: 5678 x 990 = 5678 x (1000–10) = (5678x1000) – (5678x10) = 5678000 – 56780 = 5621220

উদাহরণ 4: 2010 x 334 = (2000 +10) x 334 = (2000 x 334) + (10 x 334) = 668000 +3340 = 671340

অনুশীলন 7.1 গুণ করো

	A.	B.	C.	D.
1.	23 x 45	43 x 23	56 x 19	42 x 22
2.	32 x 17	34 x 15	56 x 21	32 x 42
3.	23 x 42	32 x 23	22 x 21	14 x 23
4.	221 x 23	256 x 27	323 x 73	427 x 23
5.	456 x 123	789 x 342	456 x 643	212 x 321
6.	2178 x 28	3547 x 34	5672 x 21	5404 x 203
7.	2056 x 104	4570 x 210	3670 x 709	4011 x 990
8.	4023 x 234	3032 x 215	6708 x 521	5408 x 376
9.	2103 x 700	6543 x 900	8321 x 100	5643 x 400

উত্তর 7.1

	A.	B.	C.	D.
1.	1035	989	1064	924
2.	544	510	1176	1344
3.	966	736	462	322
4.	5083	6912	23579	9821
5.	56088	269838	293208	68052
6.	60984	120598	119112	1097012
7.	213824	959700	2602030	3970890
8.	941382	651880	3494868	2033408
9.	1472100	5888700	832100	2257200

7.5 11 থেকে 20 পর্যন্ত নামতা (Multiplication Table 11–20)

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	11	22	33	44	55	66	77	88	99	110
12	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120
13	13	26	39	52	65	78	91	104	117	130
14	14	28	42	56	70	84	98	112	126	140
15	15	30	45	60	75	90	105	120	135	150
16	16	32	48	64	80	96	112	128	144	160
17	17	34	51	68	85	102	119	136	153	170
18	18	36	54	72	90	108	126	144	162	180
19	19	38	57	76	95	114	133	152	171	190
20	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200

x	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
11	111	132	143	154	165	176	187	198	209	220
12	132	144	156	168	180	192	204	216	228	240
13	143	156	169	182	195	208	221	234	247	260
14	154	168	182	196	210	224	238	252	266	280
15	165	180	195	210	225	240	255	270	285	300
16	176	192	208	224	240	256	272	288	304	320
17	187	204	221	238	255	272	289	306	323	340
18	198	216	234	252	270	288	306	324	342	360
19	209	228	247	266	285	304	323	342	361	380
20	220	240	260	280	300	320	340	360	380	400

অনুশীলন 1.2 সমাধান করো

1. 1 জোড়াতে 2টি থাকলে 13 জোড়াতে কটা থাকে?
2. 1 গোছায় 6টা করে ফুল থাকলে 18 গোছায় কটা ফুল আছে?
3. রাজু দিনে 4 ঘন্টা করে পড়ে। 7 দিনে সে কত ঘন্টা পড়ে?

4. তোমাদের বাগানে 14 সারি নারকেল গাছ আছে। এক একটা সারিতে 12টা করে গাছ থাকলে, মোট কত গাছ আছে?
5. 100 পয়সায় 1 টাকা হয়। 15 টাকায় কত পয়সা হবে?
6. তোমার 17 গুণ টাকা রাজুর আছে। তোমার 235 টাকা থাকলে রাজুর কত টাকা আছে?
7. এক কিলো চালের দাম 28 টাকা হলে 14 কিলো চাল কিনতে কত টাকা লাগবে?
8. একটা খাতায় 32 পাতা আছে। 18টা খাতায় মোট কত পাতা আছে?
9. একটা ইলিশ মাছের দাম 235 টাকা হলে 18টি মাছের দাম কত?
10. রাজেশ প্রতি 1 ঘন্টায় 6 মাইল রাস্তা হাঁটতে পারে। সে 5 ঘন্টা হেঁটে কতদূর যেতে পারে?
11. কবিতার গাছে 138টি পেয়ারা ছিল। সে 4 বন্ধুকে 6টা করে পেয়ারা পেড়ে দিল ও নিজে 5টা পেয়ারা রাখল। গাছে এখন কটা পেয়ারা রইল?
12. কবিতাকে জন্মদিনে 7 বন্ধু 6টা করে ও 6 বন্ধু 8টা করে লজেন্স দিয়েছিল। তার থেকে 12টি লজেন্স কবিতা তার ছোট বোনকে দিল ও নিজে 2টি খেয়ে নিল। কবিতার কাছে এখন কটা লজেন্স আছে?

উত্তর 1.2

1.	2 .	3.	4.	5.	6.
26টি	108টি	28 ঘন্টা	168টি	1500 পয়সা	3995 টাকা
7	8	9	10	11	12
392 টাকা	576	4230 টাকা	30 মাইল	109টা	76টা

পাঠ 8. হাতে রেখে বড় সংখ্যার ভাগ

আগের পড়া

আমরা ভাগ করা সম্বন্ধে জেনেছি যে দুটি সংখ্যার ভাগ করার সময় যে সংখ্যাটিকে ভাগ করা হয় তাকে বলে **ভাজ্য** (Dividend), যে সংখ্যাটি দিয়ে ভাগ করা হয় তাকে বলে **ভাজক** (Divisor), ও ভাগটি করে যে সংখ্যাটি পাওয়া যায় তাকে বলে **ভাগফল** (Quotient)। যেমন, $24 \div 8 = 3$ যেখানে, 24 হল ভাজ্য, 8 হল ভাজক, আর 3 হল ভাগফল। এই ভাগটির ক্ষেত্রে ভাগ করার পরে ভাজ্য নিঃশেষ হয়ে যায়, কিছুই আর পড়ে থাকে না। এমনটা হলে বলা হয় নিঃশেষে ভাগ ও 0 হল **ভাগশেষ** (Remainder)। কিন্তু, $26 \div 8$ করলে আমরা পূর্ণ সংখ্যাতে ভাগফল একই পেলেও ভাগশেষ থেকে যায় 2। তাই, ভাজ্য ও ভাজক সংখ্যাদুটির ওপর নির্ভর করছে ভাগটি নিঃশেষ ভাগ হবে, না ভাগশেষে ভাজ্যের কিছু অবশিষ্ট বা ভাগশেষ থাকবে, যা স্বভাবতই <u>ভাজকের থেকে ছোট হবেই</u>। নিচের উদাহরণ দেখ –

7 | 38 | 5
35
3

6 | 25 | 4
24
1

4 | 19 | 4
16
3

আমরা দেখেছি, গুণ হচ্ছে বার বার একই সংখ্যা যোগ করার প্রক্রিয়া, ভাগ হচ্ছে বার বার একই সংখ্যা বিয়োগ করার প্রক্রিয়া, আর জানি যে যোগ ও বিয়োগ হল বিপরীত প্রক্রিয়া। তাই গুণ ও নিঃশেষে ভাগও হল বিপরীত প্রক্রিয়া। তাই মনে রাখতে হবে যে –

ভাজ্য ÷ ভাজক = ভাগফল
ভাজ্য ÷ ভাগফল = ভাজক
ভাগফল x ভাজক = ভাজ্য

ভাগ নিঃশেষে না হলে আমরা পাই –

ভাজ্য ÷ ভাজক = ভাগফল + ভাগশেষ

কয়েকটি সাধারণ সূত্র আমরা দেখেছি –

- ভাগশেষ অবশ্যই ভাজকের থেকে ছোট হবে। তা না হলে বোঝা যাবে ভাজককে ভাজ্য থেকে আরো অন্তত একবার নেওয়া যাবে।
- যেকোনও সংখ্যাকে শূন্য দিয়ে গুণ করলে গুণফল সর্বদা শূন্যই হবে।
- শূন্যকে যেকোনও সংখ্যা দিয়ে ভাগ করলে ভাগফল শূন্যই হবে।

- শূন্য দিয়ে কখনোই কোনও সংখ্যাকেই ভাগ করা যায় না। তার কোনও অর্থ হয় না (আগের পাঠে ব্যাখ্যা করা আছে)।
- ভাজ্য ও ভাজক সমান হলে ভাগফল 1 হয়।
- ভাজক 1 হলে ভাজ্য ও ভাগফল সমান হয়।

এবারে আমরা বড় বড় ভাজ্য ও ভাজক দিয়ে ভাগ করার পদ্ধতি শিখব। লক্ষ করতে হবে যে যোগ, বিয়োগ, ও গুণ করার সময় আমরা সংখ্যার ডান দিক থেকে শুরু করে বাম দিকে যাই। ভাগের ক্ষেত্রে আমরা কিন্তু উল্টোটা করি। অর্থাৎ আমরা ভাজ্য সংখ্যাটির বাম দিক থেকে ভাগ করা শুরু করি।

8.1 দুই অঙ্কের দশক সংখ্যার ভাজক দিয়ে ভাগ করা

উদাহরণ 1: 4678-কে 18 দিয়ে ভাগ করো

1. এখানে ভাজক হল দুই অঙ্কের, তাই আমরা ভাগ শুরু করব ভাজ্যের প্রথম দুটি অঙ্ক, 46-কে নিয়ে। ভাজক 18-র থেকে 46 বড়, তাই 18 দিয়ে ভাগ করা যাবে। কিন্তু আমাদের আন্দাজ করতে হবে 46-কে 18 দিয়ে কতবার ভাগ করা যেতে পারে, বা 46 থেকে 18 কতবার নেওয়া যাবে। কী করে এই আন্দাজটা করব? 46-এর মধ্যে আছে 4 দশ, আর 18-র মধ্যে আছে 1 দশ। সুতরাং খুব বেশী হলে 4 বার মাত্র ভাগ করা যেতে পারে। কিন্তু তারও কম বার ভাগ করা যাবে কারণ ভাজকের এককের ঘরে আছে আরো 8। তাই, প্রথমে 3 বার দিয়ে দেখা যাক। 3x18 হল (10+8)x3 বা 54। 54 হল 46-এর থেকে বড়, তাই 3 বার ভাগও করা যাচ্ছে না। অতএব, আমরা ঠিক তার আগের সংখ্যা, 2 বার ভাগ দিয়ে দেখব। 2x18 হল 36, যা 46-এর মধ্যে যাবে। সুতরাং, প্রথম ভাগটি হবে 2 দিয়ে। লক্ষ রাখো, এই ভাগটি যে ঠিক নেওয়া হল, তা বোঝা যায় এখানে ভাগশেষ 10 দেখে, যা ভাজক 18-র থেকে ছোট।

```
18 | 4678 | 259
     36
     107
      90
      178
      162   ভাগফল 259
       16   ভাগশেষ 16
```

2. ভাগফলের ঘরে 2-কে লিখে 2x18=36 ভাজ্যের 46-এর নিচে লেখ ও বিয়োগ করো। বিয়োগফল হিসাবে পাই 10। এবারে ভাজ্যের পরের অঙ্ক, 7 নিচে নামিয়ে 10-এর পাশে লেখ।

3. এই ধাপে 107-কে ভাজক 18 দিয়ে ভাগ করতে হবে। ভাগ করার প্রতি ধাপেই এমন আন্দাজ করতে হয়। তাই এই আন্দাজ করতে পারাটাই হল ভাগ করতে শেখার আসল কথা। এখানে ভাজক 18 হল প্রায় 20-র কাছাকাছি (20–2), ও আমরা চট করে বলতে পারি 5x20 হল 100। তাই, প্রথম আন্দাজ হিসাবে আমরা 107-কে 18 দিয়ে 5 বার ভাগ দিয়ে দেখব। 5x18 হল 90 যা 107 থেকে ছোট ও ভাগশেষ থাকে 17 যা ভাজক 18-র থেকে ছোট। তাই এখানে 5 দিয়েই ভাগ করা যাবে।

4. ভাগফলের ঘরে 5-কে লিখে 5x18=90-কে 107-এর নিচে লেখ ও বিয়োগ করো। বিয়োগফল হিসাবে পাই 17। এবার বিয়োগফল 17-র পাশে ভাজ্যের পরের অঙ্ক, 8 নামিয়ে পাই 178, যাকে আবার 18 দিয়ে ভাগ করতে হবে। এবার কত দিয়ে ভাগ করা যাবে আন্দাজ করাটা সোজা, কারণ আমরা জানি 18x10 হল 180, যা 178 থেকে একটুমাত্র বেশী। তাই এখানে 9 দিয়ে ভাগ যাবে। 9x18 মানে হল (10–1)x18 বা 180–18=162। ভাগফলের ঘরে 9-কে লিখে 9x18=162-কে 178-এর নিচে লেখ ও বিয়োগ করো। বিয়োগফল হিসাবে পাই 16। সুতরাং, ভাগফল 259 ও ভাগশেষ থাকে 16।

উদাহরণ 2: 4169 কে 57 দিয়ে ভাগ করো

1. এখানে ভাজক হল দুই অঙ্কের, তাই আমরা ভাগ শুরু করব ভাজ্যের প্রথম দুটি অঙ্ক, 41-কে নিয়ে। কিন্তু দেখা যাচ্ছে 41-এর থেকে ভাজক 57 বড়, তাই 41-কে 57 দিয়ে ভাগ করা যাবে না। তাই এখানে ভাজ্যের প্রথম তিনটি অঙ্ক, 416 নিয়ে ভাগ করা শুরু করতে হবে।

2. আমাদের আন্দাজ করতে হবে 416-কে 57 দিয়ে কতবার ভাগ করা যেতে পারে, বা 416 থেকে 57 কতবার নেওয়া যাবে। কী করে এই আন্দাজটা করব? এই আন্দাজটা করতে আগে দেখো এখানে ভাজ্যের প্রথম দুটি সংখ্যা 41-কে ভাজকের প্রথম অঙ্ক 5 দিয়ে কতবার ভাগ করা যায়। আমরা জানি 5x8 হল 40। তাই প্রথমে 8 বার ভাগ করে দেখব, ভাগ করা যায় কিনা। 8x57 হল 456, যা 416 থেকে বড়। তাই 8 বার ভাগ করা যাবে না। এরপর তাই আগের অঙ্ক, 7 দিয়ে ভাগ করা যায় কিনা দেখব। 7x57 হল 399, যা 416 থেকে ছোট। তাই এখানে 7 বার ভাগ করা যাবে।

```
57 |  4169 | 73
      399
       179
       171   ভাগফল 73
         8   ভাগশেষ 8
```

3. ভাগফলের ঘরে 7-কে লিখে 7x57=399 ভাজ্যের 416-র নিচে লেখ ও বিয়োগ করো। বিয়োগফল হিসাবে পাই 17। এরপর ভাজ্যের পরের অঙ্ক, 9 নিচে নামিয়ে 17-এর পাশে লেখ।
4. এই ধাপে 179-কে ভাজক 57 দিয়ে ভাগ করতে হবে। আমাদের আন্দাজ করতে হবে 179-কে 57 দিয়ে কতবার ভাগ করা যেতে পারে। এখানে ভাজ্যের প্রথম দুটি অঙ্ক 17-কে ভাজকের প্রথম অঙ্ক 5 দিয়ে 3 বার ভাগ করা যায়, কারণ আমরা জানি 5x3 হল 15। তাই 3 হল আমাদের প্রথম আন্দাজ । 3x57 হল 171, যা 179 থেকে ছোট। তাই এখানে 3 বার ভাগ করা যাবে।
5. ভাগফলের ঘরে 3-কে লিখে 3x57=171-কে 179-র নিচে লেখ ও বিয়োগ করো। বিয়োগফল পাই 8। সুতরাং, ভাগফল 73 ও ভাগশেষ থাকে 8।

উদাহরণ 3: 358256-কে 68 দিয়ে ভাগ করো

1. এখানে ভাজক হল দুই অঙ্কের, তাই আমরা ভাগ শুরু করব ভাজ্যের প্রথম দুটি অঙ্ক, 35-কে নিয়ে। কিন্তু দেখা যাচ্ছে 35-এর থেকে ভাজক 68 বড়, তাই 35-কে 68 দিয়ে ভাগ করা যাবে না। তাই ভাজ্যের প্রথম তিনটি অঙ্ক, 358 নিয়ে ভাগ করা শুরু করতে হবে।
2. আমাদের আন্দাজ করতে হবে 358-কে 68 দিয়ে কতবার ভাগ করা যেতে পারে, বা 358 থেকে 68 কতবার নেওয়া যাবে। কী করে এই আন্দাজটা করব? এই আন্দাজটা করতে আগে দেখো এখানে ভাজ্যের প্রথম দুটি অঙ্ক 35-কে ভাজকের প্রথম অঙ্ক 6 দিয়ে কতবার ভাগ করা যায়। আমরা জানি 6x5 হল 30। তাই প্রথমে 5 বার ভাগ করে দেখব, ভাগ করা যায় কিনা। 5x68 হল 340, যা 358 থেকে ছোট। তাই এখানে 5 বার ভাগ করা যাবে।

68 | 358256 | 5268
340
182
136
465
408
576
544 ভাগফল 5268
32 ভাগশেষ 32

3. ভাগফলের ঘরে 5-কে লিখে 5x68 = 340 ভাজ্যের 358-র নিচে লেখ ও বিয়োগ করো। বিয়োগফল হিসাবে পাই 18। এরপর ভাজ্যের পরের অঙ্কটি, 2 নিচে নামিয়ে 18-র পাশে লেখ।

4. এই ধাপে 182-কে ভাজক 68 দিয়ে ভাগ করতে হবে। আমাদের আন্দাজ করতে হবে 182-কে 68 দিয়ে কতবার ভাগ করা যেতে পারে। এখানে ভাজ্যের প্রথম দুটি অঙ্ক 18-কে ভাজকের প্রথম অঙ্ক 6 দিয়ে 3 বার ভাগ করা যায়, কারণ আমরা জানি 6x3 হল 18। তাই 3 হল আমাদের প্রথম আন্দাজ। কিন্তু 3x68 হল 204, যা 182 থেকে বড়। তাই এখানে 3 বার ভাগ করা যাবে না। এরপর তাই আগের অঙ্ক, 2 দিয়ে ভাগ করা যায় কিনা দেখব। 2x68 হল 136, যা 182 থেকে ছোট। তাই 2 বার ভাগ করা যাবে।
5. ভাগফলের ঘরে 2-কে লিখে 2x68=136-কে 182-র নিচে লেখ ও বিয়োগ করো। বিয়োগফল হিসাবে পাই 46। এরপর ভাজ্যের পরের অঙ্কটি, 5 নিচে নামিয়ে 46-এর পাশে লেখ।
6. এই ধাপে 465-কে ভাজক 68 দিয়ে ভাগ করতে হবে। আমাদের আন্দাজ করতে হবে 465-কে 68 দিয়ে কতবার ভাগ করা যেতে পারে। এখানে ভাজ্যের প্রথম দুটি অঙ্ক 46-কে ভাজকের প্রথম অঙ্ক 6 দিয়ে 7 বার ভাগ করা যায়, কারণ আমরা জানি 6x7 হল 42। তাই 7 হল আমাদের প্রথম আন্দাজ। কিন্তু 7x68 হল 476, যা 465 থেকে বড়। তাই এখানে 7 বার ভাগ করা যাবে না। এরপর তাই আগের অঙ্ক, 6 দিয়ে ভাগ করা যায় কিনা দেখব। 6x68 হল 408, যা 465 থেকে ছোট। তাই 6 বার ভাগ করা যাবে।
7. ভাগফলের ঘরে 6-কে লিখে 6x68 = 408-কে 465-র নিচে লেখ ও বিয়োগ করো। বিয়োগফল হিসাবে পাই 57। এরপর ভাজ্যের পরের অঙ্কটি, 6 নিচে নামিয়ে 57-এর পাশে লেখ।
8. এই ধাপে 576-কে ভাজক 68 দিয়ে ভাগ করতে হবে। আমাদের আন্দাজ করতে হবে 576-কে 68 দিয়ে কতবার ভাগ করা যেতে পারে। এখানে ভাজ্যের প্রথম দুটি অঙ্ক 57-কে ভাজকের প্রথম অঙ্ক 6 দিয়ে 9 বার ভাগ করা যায়, কারণ আমরা জানি 6x9 হল 54। তাই 9 হল আমাদের প্রথম আন্দাজ। কিন্তু 9x68 হল 612, যা 576 থেকে বড়। তাই এখানে 9 বার ভাগ করা যাবে না। এরপর তাই আগের অঙ্ক 8, দিয়ে ভাগ করা যায় কিনা দেখব। 8x68 হল 544, যা 576 থেকে ছোট। তাই 8 বার ভাগ করা যাবে।
9. ভাগফলের ঘরে 8-কে লিখে 8x68 = 544-কে 576-এর নিচে লেখ ও বিয়োগ করো। বিয়োগফল হিসাবে পাই 32। সুতরাং, ভাগফল 5268 ও ভাগশেষ থাকে 32।

উদাহরণ 4: 71059 কে 35 দিয়ে ভাগ করো (বিশেষ করে দেখো)

1. এখানে ভাজক হল দুই অঙ্কের, তাই আমরা ভাগ শুরু করব ভাজ্যের প্রথম দুটি অঙ্ক, 71-কে নিয়ে। দেখা যাচ্ছে 71 ভাজক 35-র থেকে বড়, তাই 71-কে 35 দিয়ে ভাগ করা যাবে। তাই এখানে ভাজ্যের প্রথম দুটি অঙ্ক, 71 নিয়ে ভাগ করা শুরু করতে হবে।
2. আমাদের আন্দাজ করতে হবে 71-কে 35 দিয়ে কতবার ভাগ করা যেতে পারে, বা 71 থেকে 35 কতবার নেওয়া যাবে। কী করে এই আন্দাজটা করব? এই আন্দাজটা করতে আগে দেখো, এখানে ভাজ্যের প্রথম অঙ্ক 7-কে ভাজকের প্রথম অঙ্ক 3 দিয়ে কতবার ভাগ করা যায়। আমরা জানি 3x2 হল 6। তাই প্রথমে 2 বার ভাগ করে দেখব, ভাগ করা যায় কিনা। 2x35 হল 70, যা 71 থেকে ছোট। তাই এখানে 2 বার ভাগ করা যাবে। ভাগফলের ঘরে 2-কে লিখে 2x35 = 70 ভাজ্যের 71-এর নিচে লেখ ও বিয়োগ করো। বিয়োগফল হিসাবে পাই 1। এরপর ভাজ্যের পরের অঙ্কটি, 0 নিচে নামিয়ে 1-এর পাশে লেখ।

```
35 | 71059 | 2030
     70
      10
      00
       105
       105
         09
         00  ভাগফল 2030
          9  ভাগশেষ 9
```

3. এই ধাপে 10-কে ভাজক 35 দিয়ে ভাগ করতে হবে। কিন্তু ভাজ্যের পরের অঙ্কটি নামিয়ে লেখার পরেও দেখা যাচ্ছে 35 দিয়ে একবারও ভাগ করা যাচ্ছে না। তাই এখানে আমরা বলব 35 দিয়ে শূন্যবার (0) ভাগ করা হল।
4. ভাগফলের ঘরে 0-কে লিখে 0x35 = 00 ভাজ্যের 10-এর নিচে লেখ ও বিয়োগ করো। বিয়োগফল হিসাবে পাই 10। এরপর ভাজ্যের পরের অঙ্কটি, 5 নিচে নামিয়ে 10-এর পাশে লেখ।

এই বিয়োগের ধাপটি বোঝার জন্য দেখানো হল। পরে ভাগ করার সময় না দেখালেও চলবে। নিয়মটা মনে রাখতে হবে। ভাজ্য থেকে কোনও একটি অঙ্ক নামিয়ে আনার পরেও ভাগ করা না গেলে ধরতে হবে শূন্যবার ভাগ হল। তাই **ভাগফলে একটি শূন্য** লিখতে হবে।

5. এই ধাপে 105-কে ভাজক 35 দিয়ে ভাগ করতে হবে। এখানে ভাজ্যের প্রথম দুটি অঙ্ক 10-কে ভাজকের প্রথম সংখ্যা 3 দিয়ে 3 বার ভাগ করা যায়, কারণ

আমরা জানি 3x3 হল 9। তাই প্রথমে 3 বার ভাগ করে দেখব, ভাগ করা যায় কিনা। 3x35 হল 105, যা 105 এর সমান। তাই এখানে 3 বার ভাগ করা যাবে।

6. ভাগফলের ঘরে 3-কে লিখে 3x35=105-কে ভাজ্য 105-এর নিচে লেখ ও বিয়োগ করো। বিয়োগফল হিসাবে পাই 0। এরপর ভাজ্যের পরের অঙ্কটি, 9 নিচে নামিয়ে লেখ।
7. ভাজ্য থেকে 9 নামিয়ে আনার পরেও ভাজক দিয়ে একবারও ভাগ করা যাচ্ছে না। তাই এখানেও আমরা বলব 35 দিয়ে শূন্যবার (0) ভাগ করা হল ও তাই ভাগফলে একটি শূন্য লিখতে হবে। ভাগফলের ঘরে 0-কে লিখে 0x35=00-কে 9-এর নিচে লেখ ও বিয়োগ করো। বিয়োগফল হিসাবে পাই 9। সুতরাং, ভাগফল 2030 ও ভাগশেষ 9।

অনুশীলন 8.1 দুই অঙ্কের ভাজক দিয়ে ভাগ করো

	A.	B.	C.	D.
1.	2153 ÷ 45	5643 ÷ 23	1156 ÷ 19	5672 ÷ 22
2.	3452 ÷ 17	3213 ÷ 15	5061 ÷ 21	3204 ÷ 42
3.	2350 ÷ 42	3112 ÷ 23	1836 ÷ 61	4622 ÷ 23
4.	2201 ÷ 23	2568 ÷ 27	3235 ÷ 73	4271 ÷ 23
5.	4506 ÷ 78	7189 ÷ 68	4506 ÷ 64	2192 ÷ 32
6.	2178 ÷ 28	3547 ÷ 34	5672 ÷ 21	5404 ÷ 20
7.	20506 ÷ 94	45070 ÷ 39	36070 ÷ 71	40101 ÷ 99

উত্তর 8.1 (ভাগফল, ভাগশেষ)

	A.	B.	C.	D.
1.	47, 38	245, 8	60, 16	257, 18
2.	203, 1	214, 3	241,0	76, 12
3.	55, 40	135, 7	30, 6	200, 22
4.	95, 16	95, 3	44, 23	185, 16
5.	57, 60	105, 49	70, 26	68, 16
6.	77, 22	104, 11	270, 2	270, 4
7.	218, 14	1155, 25	508, 2	405, 6

8.2 তিন অঙ্কের শতক সংখ্যার ভাজক দিয়ে ভাগ করা

উদাহরণ 1: 324678 কে 418 দিয়ে ভাগ করো

1. এখানে ভাজক হল তিন অঙ্কের, তাই আমরা ভাগ শুরু করব ভাজ্যের প্রথম তিনটি অঙ্ক, 324-কে নিয়ে। ভাজ্য 324-এর থেকে ভাজক 418 বড়, তাই 418 দিয়ে ভাগ করা যাবে না। এখানে ভাজ্যের প্রথম চারটি অঙ্ক, 3246 নিয়ে ভাগ করা শুরু করতে হবে। আমাদের আন্দাজ করতে হবে 3246-কে 418 দিয়ে কতবার ভাগ করা যেতে পারে। কী করে এই আন্দাজটা করব? প্রথম আন্দাজ করতে দেখো ভাজ্যের প্রথম দুটি অঙ্ক 32-কে ভাজকের প্রথম অঙ্ক 4 দিয়ে কতবার ভাগ করা যেতে পারে। নামতা থেকে জানি 8 বার। তাই 8 হল আমাদের প্রথম আন্দাজ।

$$
\begin{array}{r|l|l}
418 & 324678 & 776 \\
 & \underline{2926} & \\
 & 3207 & \\
 & \underline{2926} & \\
 & 2818 & \\
 & \underline{2508} & \text{ভাগফল } 776 \\
 & 310 & \text{ভাগশেষ } 310
\end{array}
$$

2. 418x8 হল (400+10+8)x8 বা (3200+80+64) বা 3344, যা ভাজ্য 3246-এর থেকে বড়। তাই 8 বার ভাগ যাবে না। আমরা 7 দিয়ে ভাগ করব। 418x7 হল (400+10+8)x7 বা (2800+70+56) বা 2926।
3. ভাগফলের ঘরে 7 লিখে ভাজ্যের 3246-এর নিচে 2926 লেখ ও বিয়োগ করো। বিয়োগফল হিসাবে আমাদের ভাগশেষ থাকে 3246–2926=320। এবারে ভাজ্যের পরের অঙ্কটি, 7 নিচে নামিয়ে 320-র পাশে লেখ।
4. এই ধাপে 3207-কে ভাজক 418 দিয়ে ভাগ করতে হবে। প্রথম আন্দাজ হিসাবে আমরা 3207-কে 418 দিয়ে 8 বার ভাগ দিয়ে দেখব, কারণ এখানেও একই ভাবে দেখা যাচ্ছে 32-এর মধ্যে 4 যায় 8 বার। কিন্তু 3207-এর মধ্যে 8 বার 418 যাচ্ছেনা। তাই আমাদের 7 দিয়ে ভাগ করতে হবে। 418x7 হল 2926। ভাগফলের ঘরে 7 লিখে ভাজ্যের 3207-এর নিচে 2926 লেখ ও বিয়োগ করো। বিয়োগফল হিসাবে আমাদের ভাগশেষ থাকে 3207–2926=281। এবারে ভাজ্যের পরের অঙ্কটি, 8 নিচে নামিয়ে 281-র পাশে লেখ।
5. এবারে 2818-কে ভাজক 418 দিয়ে ভাগ করতে হবে। প্রথম আন্দাজ হিসাবে আমরা 2818-কে 418 দিয়ে 7 বার ভাগ দিয়ে দেখব, কারণ 28-

এর মধ্যে 4 যায় 7 বার। কিন্তু 418x7 হল 2926। তাই আমাদের 6 দিয়ে ভাগ করতে হবে। 418x6 হল 2508। ভাগফলের ঘরে 6 লিখে ভাজ্যের 2818-র নিচে 2508 লেখ ও বিয়োগ করো। বিয়োগফল হিসাবে আমাদের ভাগশেষ থাকে 2818–2508=310।

উদাহরণ 2: 436109 কে 872 দিয়ে ভাগ করো

1. এখানে ভাজক হল তিন অঙ্কের, তাই আমরা ভাগ শুরু করব ভাজ্যের প্রথম তিনটি অঙ্ক, 436-কে নিয়ে। কিন্তু দেখা যাচ্ছে 436-এর থেকে ভাজক 872 বড়, তাই 436-কে 872 দিয়ে ভাগ করা যাবে না। তাই এখানে ভাজ্যের প্রথম চারটি অঙ্ক, 4361 নিয়ে ভাগ করা শুরু করতে হবে। ভাজ্যের প্রথম দুটি অঙ্ক 43-কে ভাজকের প্রথম অঙ্ক 8 দিয়ে 5 বার ভাগ করা যেতে পারে। তাই 5 হল আমাদের প্রথম আন্দাজ। 872x5 হল (800+70+2)x5 বা (4000+350+10) বা 4360, যা এখানে ভাজ্য 4361-র থেকে ছোট। তাই 5 বার ভাগ যাবে। ভাগফলের ঘরে 5-কে লিখে ভাজ্যের 4361-এর নিচে 4360 লেখ ও বিয়োগ করো। বিয়োগফল হিসাবে পাই 1। এরপর ভাজ্যের পরের অঙ্কটি, 0 নিচে নামিয়ে 1-এর পাশে লেখ।

```
872 | 436109 | 500
      4360       ভাগফল
        10
        00
        109
        000
        109 ভাগশেষ
```

2. এই ধাপে 10-কে ভাজক 872 দিয়ে ভাগ করা যাবে না। তাই এখানে ভাগফলের ঘরে 0 লিখে ভাজ্যের 10-এর নিচে 00 লেখ ও বিয়োগ করো। বিয়োগফল হিসাবে পাই 10। এরপর ভাজ্যের পরের অঙ্কটি, 9 নিচে নামিয়ে 10-এর পাশে লেখ। এখানেও 109-কে ভাজক 872 দিয়ে দিয়ে ভাগ করা যাবে না। তাই এখানে ভাগফলের ঘরে 0 লিখে ভাজ্যের 109-এর নিচে 000 লেখ ও বিয়োগ করো। বিয়োগফল হিসাবে ভাগশেষ পাই 109।

8.3 100 ও 1000 দিয়ে ভাগ করার সহজ নিয়ম

কোনও একটি বড় সংখ্যাকে 100 দিয়ে ভাগ করলে আমরা সংখ্যাটির শেষের দুটি (দশক ও একক) ঘরে যে অঙ্কদুটি আছে তা নিয়ে দশক সংখ্যায় ভাগশেষ পাই, ও তার আগের অঙ্কগুলিকে ভাগফল হিসাবে পাই।

956721	÷ 100 :	ভাগশেষ	21	ভাগফল	9567
234589	÷ 100 :	ভাগশেষ	89	ভাগফল	2345
567800	÷ 100 :	ভাগশেষ	00	ভাগফল	5678
774509	÷ 100 :	ভাগশেষ	09	ভাগফল	7745

কোনও একটি বড় সংখ্যাকে 1000 দিয়ে ভাগ করলে আমরা সংখ্যাটির শেষের তিনটি ঘরের অঙ্কগুলিকে নিয়ে শতক সংখ্যায় ভাগশেষ পাই, ও তার আগের অঙ্কগুলিকে ভাগফল হিসাবে পাই।

956721	÷ 1000 :	ভাগশেষ	721	ভাগফল	956
234589	÷ 1000 :	ভাগশেষ	589	ভাগফল	234
567800	÷ 1000 :	ভাগশেষ	800	ভাগফল	567

পাঠ 9 জোড় ও বিজোড় সংখ্যা

9.1 জোড় ও বিজোড় সংখ্যা

জোড় সংখ্যা (Even numbers): যে সব সংখ্যাকে 2 দিয়ে নিঃশেষে ভাগ করা যায় সেগুলি হল জোড় সংখ্যা। যেমন হল, 2, 4, 6, 8…..62… 478 ইত্যাদি। কোনো সংখ্যার শেষ অঙ্ক 0, 2, 4, 6, 8 হলে সেটি জোড় সংখ্যা।

বিজোড় সংখ্যা (Odd numbers) : যে সব সংখ্যাকে 2 দিয়ে নিঃশেষে ভাগ করা যায় না সেগুলি হল বিজোড় সংখ্যা – যেমন 3, 5, 7, 9..23.. 33…139… । সংখ্যার শেষ অঙ্ক 1, 3, 5, 7, 9 হলে সেটি বিজোড় সংখ্যা।

অনুশীলন 9.1 জোড় ও বিজোড় সংখ্যাগুলিকে চিহ্নিত কর

জোড় সংখ্যাগুলিকে লেখ –

1 থেকে 20-র মধ্যে;   42 থেকে 70-এর মধ্যে

বিজোড় সংখ্যাগুলিকে লেখ –

1 থেকে 20-র মধ্যে;   33 থেকে 67-র মধ্যে

9.2 জোড় ও বিজোড় সংখ্যা দিয়ে ভাগের কিছু সূত্র

2 দিয়ে ভাগ যায় : যদি সংখ্যাটি জোড় সংখ্যা হয় বা তার শেষে শূন্য থাকে, যেমন 48, 76, 2348, 4390 ইত্যাদি।

4 দিয়ে ভাগ যায় : যদি সংখ্যাটির শেষ দুটি অঙ্ক (দশক ও একক স্থানে) মিলে যে সংখ্যাটি হয় তা 4 দিয়ে ভাগ করা যায়, বা সংখ্যাটির শেষ দুটি স্থানেই শূন্য থাকে, যেমন 148, 160, 2372, 4308, 5700 ইত্যাদি।

3 দিয়ে ভাগ যায় : যদি একটি সংখ্যার মধ্যে যে অঙ্কগুলি আছে তার যোগফলকে 3 দিয়ে ভাগ করা যায়। উদাহরণ –

78	=	7+8	=	15
243	=	2+4+3	=	9
6678	=	6+6+7+8	=	27

5 দিয়ে ভাগ যায় : যদি সংখ্যাটির শেষে শূন্য বা 5 থাকে, যেমন 40, 65, 2345, 4390 ইত্যাদি।

6 দিয়ে ভাগ যায় : যদি সংখ্যাটি 2 এবং 3, দুই দিয়েই ভাগ করা যায়। অর্থাৎ, যদি সংখ্যাটি জোড় সংখ্যা হয় এবং তার অঙ্কগুলির যোগফল 3 দিয়ে ভাগ যায়, যেমন 114, 156, 2372, 2142 ইত্যাদি।

9 দিয়ে ভাগ যায় : যদি সংখ্যাটির মধ্যে যে অঙ্কগুলি আছে তার যোগফলকে 9 দিয়ে ভাগ করা যায়। উদাহরণ –

378 = 3+7+8 = 18

9243 = 9+2+4+3 = 18

8973 = 8+9+7+3 = 27

11 দিয়ে ভাগ যায়: যদি কোনও সংখ্যার জোড় স্থানের অঙ্কগুলির যোগফল ও বিজোড় স্থানের অঙ্কগুলির যোগফলের পার্থক্য 11 দিয়ে ভাগ যায় বা 0 হয়। উদাহরণ –

1342: জোড় স্থানের অঙ্কগুলির যোগফল 3+2 = 5

বিজোড় স্থানের অঙ্কগুলির যোগফল 1+4 = 5

পার্থক্য = 0 তাই 11 দিয়ে ভাগ যায়।

64845: জোড় স্থানের অঙ্কগুলির যোগফল 4+4 = 8

বিজোড় স্থানের অঙ্কগুলির যোগফল 6+8+5 = 19

পার্থক্য = 11 তাই 11 দিয়ে ভাগ যায়।

93929: জোড় স্থানের অঙ্কগুলির যোগফল 3+2 = 5

বিজোড় স্থানের অঙ্কগুলির যোগফল 9+9+9 = 27

পার্থক্য = 22 তাই 11 দিয়ে ভাগ যায়।

12 দিয়ে ভাগ যায়: যদি সংখ্যাটি 3 এবং 4, দুই দিয়েই ভাগ করা যায়। কী হলে সংখ্যাগুলো 3 ও 4 দিয়ে ভাগ যায় সেই নিয়ম দুটো ওপরে দেখে নাও। উদাহরণ –

5376: (5+3+7+6) =21, যা 3 দিয়ে ভাগ যায়।

শেষ দুটি অঙ্ক 76-কে 4 দিয়ে ভাগ করা যায়।

5376÷12 = 448 ভাগফল।

অনুশীলন 9.2 সংখ্যাগুলিকে ভাগ করা যায় কিনা পরীক্ষা করো (ভাগ গেলে √ টিক চিহ্ন, না গেলে × ক্রস চিহ্ন দাও ঠিক ঠিক ঘরে, যেমন প্রথম অঙ্কে দেখানো আছে।)

দিয়ে ভাগ	2379	51048	21774	5690	71391	9855
2	×	√	√	√	×	×
3						
4						
5						
6						
9						
11						
12						

মনে রাখো :

দুটো জোড় সংখ্যার যোগফল জোড় সংখ্যা হয়।

দুটো বিজোড় সংখ্যার যোগফল জোড় সংখ্যা হয়।

একটা জোড় ও একটা বিজোড় সংখ্যার যোগফল বিজোড় সংখ্যা হয়।

অনুশীলন 9.3 যোগ না করেই বলো নিচের সংখ্যাগুলো যোগ করে যে সংখ্যাটা পাবে সেটা জোড় না বিজোড় –

i. 328 + 28

ii. 755 + 354

iii. 802 + 358

iv. 7055 + 364

v. 257 + 112

vi. 229 + 151

vii. 501 + 335

viii. 768 + 302

ix. 812 + 47

x. 279 + 39

xi. 58 + 182

xii. 110+210

অনুশীলন 9.4 নিচের যোগগুলি করে বলো যোগফলের সংখ্যাটা জোড় না বিজোড়

i. 157 +1 9

ii. 580 + 472

iii. 536 + 137

iv. 404 + 680

v. 271 + 171

vi. 347 + 281

vii. 921 + 401

viii. 408 + 306

ix. 542 + 229

x. 360 + 154

xi. 173 + 88

xii. 158 + 155

পাঠ 10. গুণনীয়ক, গুণিতক, এবং মৌলিক সংখ্যা, যৌগিক সংখ্যা

10.1 গুণনীয়ক বা উৎপাদক (Factor)

আমরা জানি যে একটি সংখ্যাকে দুটি সংখ্যার গুণফল হিসাবে পাওয়া যায়।
যেমন, $35 = 5 \times 7$
$33 = 3 \times 11$

দেখা যাচ্ছে, 35 উৎপন্ন হচ্ছে 5 এবং 7 গুণ করলে । তাই, 35-কে 5 ও 7 এই দুটো সংখ্যা দিয়েই নিঃশেষে ভাগ করা যাবে। 5 ও 7 হল 35-এর গুণনীয়ক । একইভাবে 3 এবং 11, হল 33-এর গুণনীয়ক বা উৎপাদক।

একটি সংখ্যাকে যেসব সংখ্যা দিয়ে নিঃশেষে ভাগ করা যায় (ভাগশেষ থাকে না), সেইগুলি হল ওই সংখ্যাটির গুণনীয়ক বা উৎপাদক।
লক্ষ করো: যেকোনও সংখ্যার দুইটি গুণনীয়ক থাকবেই, 1 এবং সংখ্যাটি নিজে। যেকোনও সংখ্যার সবচেয়ে ছোট গুণনীয়ক হল 1, ও সবচেয়ে বড় গুণনীয়ক হল সংখ্যাটি নিজে।

উদাহরণ:

64-র গুণনীয়ক 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64
56-র গুণনীয়ক 1, 2, 4, 7, 8, 14, 28, 56
13-র গুণনীয়ক 1, 13

অনুশীলন 10.1 সংখ্যাগুলির গুণনীয়কগুলি বার করে পাশে লেখ

12	15	27
42	50	11
19	96	264

10.2 গুণিতক (Multiple)

কোনও সংখ্যাকে পর পর প্রকৃত বা স্বাভাবিক সংখ্যা (Natural numbers) 1,2,3,4,5,6,7, …….. দিয়ে গুণ করে গেলে যে সংখ্যাগুলি পাই, সেগুলি হল সংখ্যাটির গুণিতক। বিভিন্ন সংখ্যার নামতার কথা মনে করো। একটি সংখ্যার নামতায় আমরা সেই সংখ্যার প্রথম কয়েকটি গুণিতক পাই – যেমন,

2 -এর গুণিতক হল, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, ………..
3 -এর গুণিতক হল, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, ……….

লক্ষ করো:

- যেকোনও সংখ্যার গুণিতক অসংখ্য, যার কোনও শেষ নেই। তাই কোনও সংখ্যারই সবচেয়ে বড় বা বৃহত্তম গুণিতক বলে কিছু হয় না;
- যেকোনও সংখ্যার সবচেয়ে ছোট বা লঘিষ্ঠ গুণিতক হল সংখ্যাটি নিজেই, কারণ 1 দিয়ে গুণ করলে আমরা সেই সংখ্যাটিকেই পাই। অন্যান্য সব গুণিতক সেই সংখ্যাটির থেকে বড় হবে;
- প্রত্যেকটি সংখ্যাই হল 1-এর গুণিতক।
- একটি সংখ্যা (ক) যদি আরেকটি সংখ্যা (খ)-য়ের গুণনীয়ক হয়, তাহলে খ সংখ্যাটি ক সংখ্যার গুণিতক হবে। অর্থাৎ গুণনীয়ক ও গুণিতক হল একটি অন্যটির বিপরীত।

অনুশীলন 10.2 সংখ্যাগুলির সাতটি করে গুণিতক লেখ

9	12	10
11	8	15
7	6	20

10.3 মৌলিক সংখ্যা (Prime numbers) ও যৌগিক সংখ্যা (Composite numbers)

নিচের দুই ধরনের সংখ্যার গুণনীয়কগুলি লক্ষ করো –

মৌলিক সংখ্যা	গুণনীয়ক	যৌগিক সংখ্যা	গুণনীয়ক
2	1, 2	4	1, 2, 4
3	1, 3	6	1, 2, 3, 6
5	1, 5	8	1, 2, 4, 8
7	1, 7	9	1, 3, 9
11	1, 11	10	1, 2, 5, 10
13	1, 13	12	1, 2, 3, 4, 6, 12
17	1, 17	14	1, 2, 7, 14
19	1, 19	15	1, 3, 5, 15

ওপরের তালিকায় বাঁদিকের ভাগটাতে দেখা যাচ্ছে কিছু বিশেষ ধরনের সংখ্যা, যেগুলির গুণনীয়ক হিসাবে আমরা কেবলমাত্র দুইটি সংখ্যা পাই, 1 এবং সংখ্যাটি নিজে। এইগুলিকে মৌলিক সংখ্যা (Prime number) বলা হয়।

মৌলিক সংখ্যাকে 1 এবং নিজেকে দিয়ে ছাড়া অন্য কোনও সংখ্যা দিয়ে ভাগ করা যায় না। এদের এই দুইটি মাত্র গুণনীয়ক হয়।

ওপরের তালিকায় দ্বিতীয় ভাগটাতে আমরা দেখছি, এই সংখ্যাগুলির দুইটির বেশী, 1 ও নিজেকে ছাড়াও অন্তত আরও একটি, গুণনীয়ক আছে। এইগুলিকে যৌগিক সংখ্যা (Composite number) বলা হয়।

যৌগিক সংখ্যাকে 1 এবং নিজেকে দিয়ে ছাড়াও অন্য কোনও সংখ্যা দিয়েও ভাগ করা যায়। এদের দুইটির বেশী গুণনীয়ক হয়।

মনে রেখো: এই দুই ধরনের সংখ্যার মধ্যে 1 সংখ্যাটি পড়ে না। এটি মৌলিক বা যৌগিক সংখ্যা নয়। আর আমরা আগেই জেনেছি যে 0-কে কোনও অখণ্ড সংখ্যা হিসাবে ধরা হয় না।

অনুশীলন 10.3 নিচের তালিকায় মৌলিক সংখ্যাগুলিকে চিহ্নিত করো

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

মৌলিক গুণনীয়ক বা মৌলিক উৎপাদক (Prime factor)

কোনও সংখ্যার যে গুণনীয়কটি একটি মৌলিক সংখ্যা, তাকে মৌলিক গুণনীয়ক বলা হয়। যেকোনও যৌগিক সংখ্যার কোনও না কোনও মৌলিক গুণনীয়ক থাকবেই। এবার দেখা যাক কোনও একটি যৌগিক সংখ্যার মৌলিক গুণনীয়কগুলি আমরা কীভাবে বার করব।

কোনও সংখ্যার মৌলিক গুণনীয়কগুলি বার করা

আমরা শিখেছি, 2, 3, 5, 7, 11, 13, ইত্যাদি হল মৌলিক সংখ্যা। কোনও সংখ্যার মৌলিক গুণনীয়কগুলি বার করার পদ্ধতি হল সংখ্যাটিকে এই মৌলিক সংখ্যাগুলি দিয়ে যতবার সম্ভব ক্রমাগত ভাগ করে যেতে হবে, ও অবশেষে ভাগফল 1 হবে, যাকে আর ভাগ করা যাবে না। অর্থাৎ, এক একবার ভাগ করার পরে ভাগফলকে আবার মৌলিক সংখ্যা দিয়ে ভাগ করতে হবে।

প্রত্যেক ধাপে কেবলমাত্র যে মৌলিক সংখ্যা দিয়ে নিঃশেষে ভাগ করা যায়, তেমন সংখ্যা দিয়েই ভাগ করতে হবে, কখনো ভাগশেষ থাকলে চলবে না। নিচের উদাহরণটি দেখ। আমরা প্রতি ধাপে ভাগফলকে পর পর নিচে লিখেছি।

উদাহরণ: 48, 56, 45 সংখ্যাগুলির মৌলিক গুণনীয়কগুলি বার করো –

$$\begin{array}{r|r} 2 & \underline{48} \\ 2 & \underline{24} \\ 2 & \underline{12} \\ 2 & \underline{6} \\ 3 & \underline{3} \\ & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{r|r} 2 & \underline{56} \\ 2 & \underline{28} \\ 2 & \underline{14} \\ 7 & \underline{7} \\ & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{r|r} 3 & \underline{45} \\ 3 & \underline{15} \\ 5 & \underline{5} \\ & 1 \end{array}$$

লক্ষ করো:

48= 2 x 2 x 2 x 2 x 3; 56= 2 x 2 x 2 x 7; 45= 3 x 3 x 5 । সুতরাং, 48-য়ের মৌলিক গুণনীয়ক, 2 ও 3, 56-র, 2 ও 7, আর 45-য়ের 3 ও 5 ।

একে বলা হয় কোনো সংখ্যাকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ বা সহজ কথায় উৎপাদকে ভাঙা ।

অনুশীলন 10.4 নিচের সংখ্যাগুলির মৌলিক গুণনীয়কগুলি বার করো –

26

27

46

64

72

90

পাঠ 11. গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক ও লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক

11.1 গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক (গসাগু)

গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক সংক্ষেপে হল, গসাগু (Highest common factor or HCF)। যেকোনও সংখ্যার গুণনীয়ক কাকে বলে ও সেগুলো বার করা আগে শিখেছি। একাধিক সংখ্যার গুণনীয়কগুলো বার করলে আমরা হয়ত দেখব কয়েকটা গুণনীয়ক সবকটা সংখ্যার ক্ষেত্রেই আছে। এগুলোকে বলব এই সংখ্যাগুলোর **সাধারণ** (Common) গুণনীয়ক। আর **গরিষ্ঠ** কথাটার মানে হল সবচেয়ে বড় (Highest)। দুইটি সংখ্যা ভাবা যাক, 18 ও 24:

18 সংখ্যাটির গুণনীয়কগুলি (Factor) হল, **1**, **2**, **3**, **6**, 9, 18
24 সংখ্যাটির গুণনীয়কগুলি (Factor) হল, **1**, **2**, **3**, 4, **6**, 8, 12, 24

দুইটি সংখ্যার গুণনীয়কগুলিতেই আছে, 1, 2, 3, 6 । সুতরাং, এইগুলি হল এই দুইটি সংখ্যার সাধারণ গুণনীয়ক। এদের মধ্যে 6 হল সবচেয়ে বড় (গরিষ্ঠ)। তাই 6 হল 18 ও 24 সংখ্যা দুটির গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক (গসাগু)।

একাধিক সংখ্যার গুণনীয়কগুলির তুলনা করে যে সাধারণ গুণনীয়কগুলি পাওয়া যায় (অর্থাৎ, সবকটি সংখ্যারই গুণনীয়ক হিসাবে যে সংখ্যাগুলি পাই) তার মধ্যে সবচেয়ে বড়টিকে গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক বলা হয়।

11.2 গসাগু নির্ণয় করার তিনটি পদ্ধতি

গসাগু তিন ভাবে গসাগু নির্ণয় বা বার করা যায়।

প্রথম পদ্ধতি: গুণনীয়কগুলি বার করা

সংখ্যাগুলির সবকটি গুণনীয়ক বার করে তুলনা করে দেখো কোন্‌গুলি সাধারণ গুণনীয়ক। সেইগুলির মধ্যে সবচেয়ে বড়টি হল সংখ্যাগুলির গসাগু।

উদাহরণ: 24 ও 36 সংখ্যা দুটির গসাগু নির্ণয় করো।

24-এর গুণনীয়কগুলি হল $\underline{1}$, $\underline{2}$, $\underline{3}$, $\underline{4}$, $\underline{6}$, 8, $\underline{12}$, 24

36-এর গুণনীয়কগুলি হল $\underline{1}$, $\underline{2}$, $\underline{3}$, $\underline{4}$, $\underline{6}$, 9, $\underline{12}$, 18, 36

দুটি সংখ্যার এই গুণনীয়কগুলির মধ্যে যেগুলি সাধারণ গুণনীয়ক, অর্থাৎ, যে সংখ্যাগুলি 24-এর গুণনীয়ক, আবার 36-এরও গুণনীয়ক, সেগুলি হল এই দুটি সংখ্যার সাধারণ গুণনীয়ক। এইগুলির তলায় দাগ দাও। এবার দেখো এদের মধ্যে সবচেয়ে বড় কোন্‌টি। এখানে সবচেয়ে বড় সাধারণ গুণনীয়ক হল 12। তাই 24 ও 36-এর গসাগু হল 12।

দ্বিতীয় পদ্ধতি: মৌলিক গুণনীয়কগুলি দিয়ে গসাগু বার করা

সংখ্যাগুলির সবকটা মৌলিক গুণনীয়ক (Prime factor) বার করে দেখো কোন্‌গুলি সাধারণ মৌলিক গুণনীয়ক। এবারে দেখো এই সাধারণ মৌলিক গুণনীয়কগুলি সবকটা সংখ্যাতেই কম করে (ন্যূনতম) কতবার আছে। সাধারণ মৌলিক গুণনীয়কগুলিকে এই ন্যূনতম বার গুণ করলে সংখ্যাগুলির গসাগু পাব।

উদাহরণ: মৌলিক গুণনীয়ক দিয়ে 12 ও 16-র গসাগু নির্ণয়

আগে আমরা সংখ্যা দুটির মৌলিক গুণনীয়কগুলি বার করব।

$$
\begin{array}{r|r}
2 & \underline{12} \\
2 & \underline{6} \\
3 & \underline{3} \\
 & 1
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{r|r}
2 & \underline{16} \\
2 & \underline{8} \\
2 & \underline{4} \\
2 & 1
\end{array}
$$

12-র মৌলিক গুণনীয়কগুলি হল $\underline{2}, \underline{2}, 3$

16-র মৌলিক গুণনীয়কগুলি হল $\underline{2}, \underline{2}, \underline{2}, \underline{2}$

12 ও 16-র সাধারণ মৌলিক গুণনীয়ক পেলাম একটাই, 2। 12-তে এটি 2 বার ও 16-তে এটি 4 বার আছে। তাই এই সাধারণ মৌলিক সংখ্যাটিকে আমরা ন্যূনতম 2 বার পাচ্ছি। সুতরাং, 12 ও 16-র গসাগু হল 2x2 বা 4।

সহজ পদ্ধতি: এই পদ্ধতিটিকে আমরা একটু সহজ করে নিতে পারি। যেহেতু আমাদের প্রয়োজন হল সংখ্যাগুলির সাধারণ মৌলিক গুণনীয়কগুলি বার করা, ও দেখা যে ন্যূনতম কতবার এই গুণনীয়কগুলি সবকটি সংখ্যাতেই আছে, তাই আমরা একযোগে সবকটি সংখ্যার মৌলিক গুণনীয়কগুলি বার করব। এর উপায় হল, আমরা সবকটি সংখ্যাকেই ভাগ করা যায় এমন সবচেয়ে ছোট মৌলিক সংখ্যাটি নিয়ে শুরু করে বারবার ভাগ করে যাব, যতক্ষণ সবকটিকে ভাগ করা যায় এমন মৌলিক সংখ্যা পাব। যতগুলি মৌলিক সংখ্যা দিয়ে ভাগ করা গেল, সেইগুলির গুণফল হবে সংখ্যাগুলির গসাগু।

উদাহরণ: মৌলিক গুণনীয়ক দিয়ে 48, 72 ও 96-এর গসাগু নির্ণয়

$$
\begin{array}{r|rrr}
2 & \underline{48} & \underline{72} & \underline{96} \\
2 & \underline{24} & \underline{36} & \underline{48} \\
2 & \underline{12} & \underline{18} & \underline{24} \\
3 & \underline{6} & \underline{9} & \underline{12} \\
 & 2 & 3 & 4
\end{array}
$$

সুতরাং, 48, 72 ও 96-এর গসাগু হল 2 x 2 x 2 x 3 = 24

লক্ষ করো; এখানে তিনটে সংখ্যাকেই পাশাপাশি নিয়ে উৎপাদকে ভাঙা হচ্ছে, কিন্তু সাধারণ মৌলিক গুণনীয়ক ফুরিয়ে গেলে থেমে যাচ্ছি।

তৃতীয় পদ্ধতি: সংখ্যাগুলি ভাগ (বিভাজন) করে গসাগু বার করা

যে সংখ্যাগুলির গসাগু বার করতে হবে সেগুলির মধ্যে সবচেয়ে ছোট সংখ্যাটি দিয়ে পরের সংখ্যাটিকে ভাগ করো। ভাগশেষ কিছু না থাকলে ছোট সংখ্যাটিই হল এই দুটি সংখ্যার গসাগু। ভাগশেষ থাকলে, ভাগশেষকে ভাজক ধরে নিয়ে এবার ছোট সংখ্যাটিকে (ভাজ্য হিসাবে নিয়ে) ভাগ করো। এবারেও ভাগশেষ থাকলে বোঝা যাবে যে, এই দুটি সংখ্যার গসাগু হল 1, আর ভাগশেষ 0 হলে বোঝা যাবে শেষ ভাজকটিই হল এই দুটি সংখ্যার গসাগু। গসাগু নির্ণয়ে তৃতীয় একটি সংখ্যা থাকলে তাকে এরপর প্রথম দুটি সংখ্যার গসাগু দিয়ে ভাগ করতে হবে একই ভাবে। শেষ ভাজকটি, যা দিয়ে ভাগ করে ভাগশেষ 0 আসবে সেটিই হবে তিনটি সংখ্যার গসাগু। ভাগশেষ 0 না আসলে বোঝা যাবে তিনটি সংখ্যার গসাগু হল 1। আরো সংখ্যা থাকলে এই ভাবে প্রক্রিয়াটি করে যেতে হবে।

উদাহরণ: ভাগ করে 48, 72 ও 108-এর গসাগু বার করো

```
48 | 72 | 1
     48
  24 | 48 | 2
       48
        0
```

```
24 | 108 | 4
      96
  12 | 24 | 2
       24
        0
```

সুতরাং, 48, 72 ও 108-র গসাগু হল 12 ।

উদাহরণ: ভাগ করে 16, 24 ও 32-এর গসাগু বার করো

```
16 | 24 | 1
     16
      8 | 16 | 2
          16
           0
```

```
8 | 32 | 4
    32
     0
```

সুতরাং, 16, 24 ও 32-এর গসাগু হল 8 ।

গসাগু সম্বন্ধে মনে রাখো:

- একাধিক সংখ্যার সাধারণ গুণনীয়কগুলির মধ্যে সবচেয়ে বড়টি হল তাদের গসাগু;

- একাধিক সংখ্যার সাধারণ মৌলিক গুণনীয়কগুলিকে গুণ করলে আমরা তাদের গসাগু পাই;
- সংখ্যাগুলির কোনও **সাধারণ মৌলিক গুণনীয়ক না থাকলে** তাদের **গসাগু হবে 1**, ও এই সংখ্যাগুলির একটিকে বলা হবে আরেকটির **সহ-মৌলিক** (Co-prime) সংখ্যা;
- দুটি সংখ্যার একটি অন্যটি দ্বারা নিঃশেষে ভাগ (Exact division) হলে ছোট সংখ্যাটি (ভাজক) হবে তাদের গসাগু।

অনুশীলন 11.1 গসাগু বার করা

1. a) 9 ও 15-র গুণনীয়কগুলি বার করো
   9 ও 15-র সাধারণ গুণনীয়ক কোন্‌গুলি লেখো
   9 ও 15-র গসাগু কত লেখো
   b) 8 ও 36-এর গুণনীয়কগুলি বার করো
   8 ও 36-এর সাধারণ গুণনীয়ক কোন্‌গুলি লেখো
   8 ও 36-এর গসাগু কত লেখো
   c) 24, 48 ও 60-এর গুণনীয়কগুলি বার করো
   24, 48 ও 60-এর সাধারণ গুণনীয়ক কোন্‌গুলি লেখো
   24, 48 ও 60-এর গসাগু কত লেখো
   d) 42, 56 ও 70-এর গুণনীয়কগুলি বার করো
   42, 56 ও 70-এর সাধারণ গুণনীয়ক কোন্‌গুলি
   42, 56 ও 70-এর গসাগু কত লেখো
2. গসাগু বার করো: মৌলিক গুণনীয়ক পদ্ধতি ব্যবহার করে
   a) 6, 27 b) 68, 85 c) 50, 96
   d) 14, 50, 98 e) 116, 210, 248 f) 144, 160, 256
3. গসাগু বার করো: ভাগ (বিভাজন) পদ্ধতি ব্যবহার করে
   a) 12, 28, 56 b) 20, 84, 96 c) 50, 90, 105
   d) 14, 49, 98 e) 16, 68, 72 f) 125, 175, 275

উত্তর 11.1

	a.	b.	c.	d.	e.	f.
1.	3	4	12	14		
2.	3	17	2	2	2	16
3.	4	4	5	7	4	25

11.3 লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক (লসাগু)

লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক সংক্ষেপে হল লসাগু (Lowest common multiple or LCM)। যেকোনও সংখ্যার গুণিতক কাকে বলে ও সেগুলো বার করা আগে শিখেছি। একাধিক সংখ্যার গুণিতকগুলো বার করলে আমরা হয়ত দেখব কয়েকটা গুণিতক সবকটা সংখ্যার ক্ষেত্রেই আছে। এগুলোকে বলব এই সংখ্যাগুলোর **সাধারণ** (Common) গুণিতক । আর **লঘিষ্ঠ** (Lowest) কথাটার মানে হল সবচেয়ে ছোট ।

উদাহরণ 1: 2 ও 3-এর লসাগু

2 সংখ্যাটির নামতা মনে করো: 2, 4, <u>6</u>, 8, 10, <u>12</u>, 14, 16, <u>18</u> …….
3 সংখ্যাটির নামতা মনে করো: 3, <u>6</u>, 9, <u>12</u>, 15, <u>18</u> …….

দেখা যাচ্ছে, 6, 12, 18, সংখ্যাগুলি 2-এর গুণিতকগুলির মধ্যেও আছে আবার 3-এর গুণিতকগুলির মধ্যেও আছে। সুতরাং, 2 ও 3-এর সাধারণ গুণিতক হল <u>6</u>, 12, 18 …..। এদের মধ্যে সবচেয়ে ছোট (লঘিষ্ঠ) হল 6। অতএব, 6 হল 2 ও 3-এর লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক (লসাগু)। এখানে লক্ষ করো, 6-এর সব গুণিতকই 2 ও 3-এরও সাধারণ গুণিতক হবে।

উদাহরণ 2: 12 ও 16-র লসাগু
12 সংখ্যাটির গুণিতক: 12, 24, 36, 48, <u>60</u>, 72, 84, 96, 108, <u>120</u>….
15 সংখ্যাটির গুণিতক: 30, 45, <u>60</u>, 75, 90, 105,<u>120</u> …….
এখানে লসাগু হল 60 । 12 ও 15-র এরপরের সাধারণ গুণিতকগুলি, অর্থাৎ, 120, 180, 240, …….. ইত্যাদি সবই হল 60-এরও গুণিতক।

উদাহরণ 3: 5 ও 7-এর লসাগু
5 সংখ্যাটির গুণিতক: 5, 10, 15, 20, 25, 30, <u>35</u>, 40, 45 ……
7 সংখ্যাটির গুণিতক: 7, 14, 21, 28, <u>35</u>, 42, 49, 56, 63…….
এখানে লসাগু হল 35। 5 ও 7-এর এরপরের সাধারণ গুণিতকগুলি, অর্থাৎ, 70, 105, 140,……ইত্যাদি সবই হল 35-এরই গুণিতক। লক্ষ করো, এখানে লসাগু হল 5 ও 7 সংখ্যা দুটির গুণফল।

উদাহরণ 4: 6 ও 12-র লসাগু
6 সংখ্যাটির গুণিতক: 6, <u>12</u>, 18, <u>24</u>, 30, <u>36</u>, 42, <u>48</u>, 54 ….
12 সংখ্যাটির গুণিতক: <u>12</u>, <u>24</u>, <u>36</u>, <u>48</u>, <u>60</u>, …….

এখানে লসাগু হল 12 । 6 ও 12-র এরপরের সাধারণ গুণিতকগুলি, অর্থাৎ, 24, 36, 48, 60…. ইত্যাদি সবই হল 12-রই গুণিতক। এখানে লক্ষ করো, ছোট সংখ্যাটি (6) হল বড় সংখ্যাটির (12) গুণনীয়ক, বা বড় সংখ্যাটি ছোট সংখ্যাটির গুণিতক। অর্থাৎ, বড় সংখ্যাটি ছোট সংখ্যাটির দ্বারা বিভাজ্য। বড় সংখ্যাটি ছোট সংখ্যা দিয়ে ভাগ করা গেলে বড় সংখ্যাটিই হবে এদের লসাগু আর ছোট সংখ্যাটি হবে তাদের গসাগু। এই উদাহরণগুলি থেকে আমরা লসাগু সম্বন্ধে বলতে পারি:

- একাধিক সংখ্যার সাধারণ গুণিতকগুলির মধ্যে সবচেয়ে ছোটটি হল তাদের লসাগু।
- সংখ্যাগুলি যদি মৌলিক সংখ্যা হয় বা সহ-মৌলিক হয়, তাহলে তাদের গুণফলটি হল তাদের লসাগু, যেমন 5 ও 13-র লসাগু হল 65 ।
- সংখ্যাগুলির ছোট সংখ্যাটি দিয়ে যদি বড়টিকে ভাগ করা যায়, তাহলে বড় সংখ্যাটিই হল তাদের লসাগু, এবং ছোট সংখ্যাটি হল তাদের গসাগু, যেমন 7 ও 56-র লসাগু হল 56, আর 7 হল গসাগু।

11.4 লসাগু নির্ণয় করার তিনটি পদ্ধতি

লসাগু তিন ভাবে নির্ণয় বা বার করা যায়।

প্রথম পদ্ধতি: গুণিতকগুলি বার করা

সংখ্যাগুলির বেশ কয়েকটি গুণিতক প্রথম থেকে বার করে তুলনা করে দেখো কোন্‌গুলি সাধারণ গুণিতক। সেইগুলির মধ্যে সবচেয়ে ছোটটি হল লসাগু।

উদাহরণ: 24 ও 36 সংখ্যা দুটির লসাগু নির্ণয় করো।

24-এর গুণিতক: 24, 48, <u>72</u>, 96, 120, <u>144</u>, 168,192, <u>216</u>, 240, …
36-এর গুণিতক: 36, <u>72</u>, 108, <u>144</u>, 180, <u>216</u>, 252, 288, …….

দুটি সংখ্যার এই গুণিতকগুলির মধ্যে যেগুলি সাধারণ গুণিতক, অর্থাৎ, যে সংখ্যাগুলি 24-এর গুণিতক, আবার 36-এরও গুণিতক, সেগুলি হল এই দুটি সংখ্যার সাধারণ গুণিতক। এইগুলির তলায় দাগ দাও। এবার দেখো এদের মধ্যে সবচেয়ে ছোট কোন্‌টি। এখানে সবচেয়ে ছোট সাধারণ গুণিতক হল 72। তাই 24 ও 36-এর লসাগু হল 72।

দ্বিতীয় পদ্ধতি: ছোট সংখ্যার গুণিতককে বড় সংখ্যা দিয়ে ভাগ করা

এই পদ্ধতিতে আমরা সবকটি সংখ্যার গুণিতক বার না করে শুধু ছোট সংখ্যাটির প্রথম কয়েকটি গুণিতক বার করব ও তারপর দেখব এইগুলির মধ্যে সবচেয়ে ছোট কোন্ গুণিতকটি বড় সংখ্যাটি দিয়ে ভাগ করা যায়। এইটিই হল দুটি সংখ্যার লসাগু।

উদাহরণ: 24 ও 36 সংখ্যা দুটির লসাগু নির্ণয় করো।

24-এর গুণিতক: 24, 48, 72, 96, 120, 144, 168,192, 216, 240, …

36 দিয়ে ভাগ যায়: 72, 144, 216, …..

এইগুলির সবচেয়ে ছোট হল 72। সুতরাং, 24 ও 36-এর লসাগু হল 72।

তৃতীয় পদ্ধতি: মৌলিক গুণনীয়ক দিয়ে লসাগু বার করা

সংখ্যাগুলির সবকটি মৌলিক গুণনীয়ক বা উৎপাদক (Prime factor) বার করে দেখব সংখ্যাগুলির গুণনীয়কগুলির মধ্যে এক একটি সাধারণ মৌলিক গুণনীয়ক সংখ্যা সবচেয়ে বেশী কতবার আছে। এই মৌলিক গুণনীয়ক বা উৎপাদকগুলির গুণফল হবে সংখ্যাগুলির লসাগু।

উদাহরণ: 18, 24 ও 30-এর লসাগু নির্ণয় করো।

18 = 2 x 3 x 3 — 2 আছে 1 বার; 3 আছে 2 বার

24 = 2 x2 x2 x3 — 2 আছে 3 বার; 3 আছে 1 বার

30= 2 x3 x5 — 2 আছে 1 বার; 3 আছে 1 বার; 5 আছে 1 বার

সংখ্যাগুলির মৌলিক গুণনীয়ক বা উৎপাদকগুলি গুনে দেখা যাচ্ছে 18, 24 ও 30-এর মধ্যে 2 আছে সবচেয়ে বেশী 3 বার, 3 আছে সবচেয়ে বেশী 2 বার, 5 আছে সবচেয়ে বেশী 1 বার। সুতরাং, 24 ও 36-এর লসাগু হল— 2 x2 x2 x 3 x 3 x5=360 ।

সহজ পদ্ধতি: এই পদ্ধতিটিকে আমরা একটু সহজ করে নিতে পারি। আমরা একযোগে সংখ্যাগুলির সংখ্যার মৌলিক গুণনীয়কগুলি বার করব। এর উপায় হল, সংখ্যাগুলির যেকোনও একটিকে ভাগ করা যায় এমন সবচেয়ে ছোট মৌলিক সংখ্যাটি দিয়ে শুরু করে পর পর ভাগ করে যাব যতবার সম্ভব, যতক্ষণ যেকোনও একটিকে (বা আগের ধাপে পাওয়া ভাগফলটিকে) ভাগ করা যায় এমন মৌলিক সংখ্যা পাব। শেষ ধাপে এক একটি সংখ্যার শেষ ভাগফলটি হবে 1 বা কোনও মৌলিক সংখ্যা। যতগুলি মৌলিক সংখ্যা দিয়ে ভাগ করা গেল, ও শেষ

ধাপের ভাগফলে যে মৌলিক সংখ্যাগুলি পেলাম সেইগুলির গুণফল হবে সংখ্যাগুলির লসাগু।

উদাহরণ: সহজ মৌলিক গুণনীয়ক পদ্ধতিতে 18, 24 ও 30-এর লসাগু

2	18	24	30
2	9	12	15
2	9	6	15
3	9	3	15
	3	1	5

এখানে আমরা পাচ্ছি 18, 24 ও 30-এর লসাগু = 2 x2 x2 x 3 x 3 x5 =360

এই উদাহরণে আমরা প্রথমে সবচেয়ে ছোট মৌলিক সংখ্যা 2 দিয়ে ভাগ করেছি। 24-কে 3 বার ভাগ করা গেছে। যে সংখ্যাগুলিকে ভাগ করা যায়নি (9 ও 15), সেগুলিকে নিচে নামিয়ে রেখেছি। এরপর 3 দিয়ে ভাগ করেছি। শেষ ধাপে আমরা মৌলিক সংখ্যা পেয়েছি 3 ও 5।

এখানে চারটি ধাপে ভাগ করতে হয়েছে। দুটির বেশি সংখ্যার লসাগু আরো কম ধাপে করা যায়। পর পর মৌলিক সংখ্যা দিয়ে ভাগ করব অন্তত দুটি সংখ্যা বিভাজ্য হলে তবেই। যেগুলি বিভাজ্য নয় তাদের নামিয়ে রাখব। নিচে দেখো –

18, 24 ও 30-এর লসাগু

2	18	24	30
3	9	12	15
	3	4	5

লসাগু: 2 x3 x 3 x 4 x5=360

18, 24 ও 36-এর লসাগু

2	18	24	36
2	9	12	18
3	9	6	9
	3	2	3

লসাগু: 2 x2 x3 x3 x2 x3 =216

অনুশীলন 11.2 লসাগু বার করা

1. নিচের সংখ্যাগুলির প্রথম 8টি করে গুণিতক বার করো। সাধারণ গুণিতকগুলির তলায় দাগ দাও ও লসাগু কত লেখো।

	সংখ্যা	8টি করে গুণিতক	সাধারণ গুণিতক	লসাগু
a.	3 ও 4	3, 6, 9,12,15,18,21,24 4,8,12,16,20,24,32,36	12, 24	12
b.	3 ও 7			

c. 2 ও 5

d. 6 ও 8

e. 8 ও 9

f. 4 ও 7

g. 4 ও 16

2. সহজ মৌলিক গুণনীয়ক পদ্ধতিতে লসাগু বার করো

	i.	ii.	iii.	iv.
a.	9, 12, 15	16, 24, 30	18, 24, 30	12, 18, 45
b.	3, 7, 15, 28	18, 27, 45, 54	24, 44, 72, 99	21, 35, 49, 56
c.	12, 18, 24, 30	15, 25, 45, 60	15, 18, 20, 24	36, 72, 80, 96

উত্তর 11.2

2.	i.	ii.	iii.	iv.
a.	180	240	360	180
b.	420	810	1584	5880
c.	360	900	360	1440

লসাগু ও গসাগু দিয়ে সমস্যার সমাধান

গসাগু ও লসাগু শিখে আমাদের কী লাভ হল? কোন্ ধরনের সমস্যা আমরা সমাধান করতে পারি এদের প্রয়োগ করে? নিচের সমস্যাগুলির সমাধান কীভাবে হয় দেখো –

1. ধরো একটি ঘরের মেঝেতে আমরা পাথর কেটে বিছোতে চাই। ঘরের মাপ কত তা আমরা জানি। প্রশ্ন হল কত কম সংখ্যক সমান চৌকো মাপের পাথর কেটে (অর্থাৎ সবচেয়ে বড় বড় চৌকো টুকরো কেটে) আমরা কাজটা এমনভাবে করতে পারি যাতে একটি টুকরোও বাড়তি বা কমতি না হয়। এই সমস্যাটির সমাধান করা যাবে ঘরের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের গসাগু বার করে। দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ আমরা পরে শিখব।

2. ধরো গ্রামের হাটে ছেলেবেলার চার বন্ধুর হঠাৎ দেখা হল একদিন। একজন বলল, সে প্রতি 4 দিন অন্তর আসে এখানে। অন্য তিন বন্ধুর একজন

বলল, সে আসে প্রতি 8 দিন পরে পরে, আরেকজন বলল, সে আসে প্রতি 9 দিন অন্তর, আর শেষজন জানাল যে সে আসে প্রতি 12 দিন অন্তর। প্রশ্ন হল, এরপর তাদের আবার কতদিন পরে দেখা হবে। এর উত্তর পাওয়া যাবে লসাগু করে। উত্তর হল 36 দিন পরে।

পাঠ 12. গাণিতিক প্রতীক ও সংখ্যারাশির সরল করা

12.1 গাণিতিক প্রতীক (Mathematical symbols)

সংখ্যা (Number symbols)

গাণিতিক সংখ্যা লেখার জন্য আমরা 10টি প্রতীক ব্যবহার করি। এগুলিকেই পাশাপাশি সাজিয়ে যেকোনও সংখ্যা লেখা হয়।

সংখ্যা প্রতীক
0 এবং 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

প্রক্রিয়া (Operator symbols)

যোগ, বিয়োগ, গুণ, ও ভাগ, এই চারটি প্রাথমিক গাণিতিক প্রক্রিয়ার সাহায্যে বিভিন্ন সমস্যার সমাধান করা যায়। এই চারটি প্রক্রিয়াকে চারটি চিহ্ন দিয়ে দেখানো হয়।

প্রক্রিয়া প্রতীক	
যোগ	$+$
বিয়োগ	$-$
গুণ	$\times$
ভাগ	$\div$

সম্পর্ক বা তুলনা (Relation symbols)

দুইটি গাণিতিক রাশি বা সংখ্যার মধ্যে সম্পর্ক বা তুলনা করতে আমরা কয়েকটি চিহ্ন ব্যবহার করি। মোট ছয় রকমের তুলনা হতে পারে। উদাহরণ –

$5+3 = 4+4$; $\quad 5+3 \neq 4+3$

$6+7 > 5+7$; $\quad 8+4 \ngtr 5+9$

$9+6 < 8+8$; $\quad 6+5 \nless 8+2$

আরো দুটি সম্পর্ক হতে পারে – ডান হাতের সংখ্যা বা রাশি বাঁ দিকের সংখ্যা বা রাশির থেকে বড় অথবা সমান (চিহ্ন $\leq$), ছোট অথবা সমান (চিহ্ন $\geq$)।

সম্পর্ক বা তুলনা প্রতীক	
সমান	$=$
সমান নয়	$\neq$
বড়	$>$
ছোট	$<$
বড় নয়	$\ngtr$
ছোট নয়	$\nless$

গাণিতিক রাশি (Mathematical expressions)

কয়েকটি সংখ্যা প্রতীককে প্রক্রিয়া প্রতীক দিয়ে যুক্ত করে লিখলে আমরা সংখ্যা রাশি পাই – যেমন, $60\div 5+ 4\times 4-20$ । এটি এক ধরনের গাণিতিক রাশি।

বন্ধনী (Brackets)

কোনও সংখ্যা রাশিতে কোন্ গাণিতিক প্রক্রিয়াটি আগে সম্পন্ন করতে হবে তা বোঝাতে বন্ধনী চিহ্ন ব্যবহার করা হয়। তিন ধরনের বন্ধনী চিহ্ন ব্যবহার করা

হয়, **প্রথম বন্ধনী** (First), **দ্বিতীয় বন্ধনী** {Second}, এবং **তৃতীয় বন্ধনী** [Third] । গাণিতিক রাশির বর্ণনায় যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগ প্রক্রিয়াগুলির কোন্‌টি আগে বা পরে করতে হবে তা বোঝাতে যথাযথ বন্ধনী চিহ্ন ব্যবহার না করলে রাশিটির মান বিভিন্ন হয়ে যেতে পারে। একটি উদাহরণ দেখা যাক –

$$36 \div 6 - 3$$

এই রাশিটির কোন্ প্রক্রিয়াটি আগে করতে হবে তা বোঝা যাচ্ছে না। তাই এর মান দুই রকম হতে পারে। ভাগটি আগে করে তারপর ভাগফল থেকে বিয়োগ করলে পাব রাশিটির মান (6–3) বা 3। আবার বিয়োগটি আগে করে তারপর বিয়োগফল দিয়ে ভাগ করলে পাব (36÷3) বা 12। সুতরাং, কোন্‌টি আগে করতে হবে বোঝাতে এই রাশিটিকে সঠিকভাবে লিখতে হবে বন্ধনী দিয়ে,

হয় $(36 \div 6) - 3$ অথবা $36 \div (6 - 3)$ ।

কোনও রাশির মধ্যে একাধিক বন্ধনীর ব্যবহার প্রয়োজন হতে পারে যদি একটি প্রক্রিয়ার ভেতরে আরো একটি বা দুটি প্রক্রিয়া থাকে। উদাহরণ –

$$60 - [(9\times2) + \{(26+4) \div (5\times2)\}]$$

এই রকম ক্ষেত্রে <u>প্রথমে করতে হবে প্রথম বন্ধনীর মধ্যের প্রক্রিয়াটি, তারপর দ্বিতীয় বন্ধনীর ও শেষে তৃতীয় বন্ধনীর।</u> অর্থাৎ, এখানে তিনটি ধাপে প্রক্রিয়াগুলি সম্পন্ন করতে হবে।

12.2 সরল করা

গাণিতিক রাশি বা সংখ্যা রাশির এক একটি ধাপে প্রক্রিয়া সম্পন্ন করে আমরা নতুন একটি গাণিতিক রাশি পাব, যা আগের ধাপের গাণিতিক রাশিটির সমান। তাই, একটি ধাপের প্রক্রিয়াটি করে আমরা যে রাশিটি পাব, তাকে **সমান চিহ্ন দিয়ে লিখব**। এই ভাবে ধাপে ধাপে প্রক্রিয়াগুলি সম্পন্ন করাকে সরলীকরণ বা সরল করা (Simplification) বলে। ওপরের রাশিটির সরল করা –

$$\begin{aligned} & 60-[(9\times2) + \{(26+4) \div (5\times2)\}] \\ = {} & 60-[18 + \{30 \div 10\}] \\ = {} & 60-[18 + 3] \\ = {} & 60-21 = 39 \end{aligned}$$

সরল করায় বন্ধনী ব্যবহারের নিয়ম

1. বন্ধনী চিহ্ন ব্যবহারের কয়েকটি সাধারণ সূত্র মনে রাখতে হবে। কোনও একটি সংখ্যা থেকে পর পর দুইটি (বা দুইটির বেশী) সংখ্যা বিয়োগ করার

বদলে, বন্ধনী দিয়ে দেখানো যায় যে, সংখ্যাটি থেকে ওই দুইটি (বা দুইটির বেশী) সংখ্যার যোগফলটি বিয়োগ করা একই হয় । উদাহরণ –

$46 - 22 - 13 = 24 - 13 = 11$ -কে লেখা যায়

$46 - (22+13) = 46 - 35 = 11$

2. একই ভাবে কোনও একটি সংখ্যাকে দুইটি (বা দুইটির বেশী) সংখ্যা দিয়ে পর পর ভাগ করাকে বন্ধনী দিয়ে দেখানো যায় সংখ্যাটিকে ওই দুইটি (বা দুইটির বেশী) সংখ্যার গুণফল দিয়ে ভাগ করা হিসাবে। উদাহরণ –

$48 \div 8 \div 2 = 6 \div 2 = 3$ -কে লেখা যায়

$48 \div (8 \times 2) = 48 \div 16 = 3$

3. অর্থাৎ, দেখা গেল, আগে বিয়োগ ও ভাগ চিহ্ন থাকলে বন্ধনী দিলে বন্ধনীর ভিতরের প্রক্রিয়ার চিহ্নটি উল্টে যায়। বন্ধনী খুলে লিখলেও বন্ধনীর ভিতরের প্রক্রিয়া চিহ্ন উল্টে যাবে। উদাহরণ –

$46 - (22+13) = 46 - 22 - 13$;

$50 \div (2 \times 5) = 50 \div 2 \div 5$।

4. কিন্তু, মনে রাখতে হবে, বন্ধনীর আগে যোগ বা গুণ চিহ্ন থাকলে এমনটা হবে না, অর্থাৎ, বন্ধনীর ভিতরের প্রক্রিয়ার চিহ্নটি উল্টে যায়না। উদাহরণ –

$46 + 22 - 13 = 68 - 13 = 55$

$46 + (22 - 13) = 46 + 9 = 55$

$6 \times 16 \div 4 = 96 \div 4 = 24$

$6 \times (16 \div 4) = 6 \times 4 = 24$

সরল করার নিয়ম মনে রাখো:

- বাঁ দিক থেকে হিসাব শুরু করতে হবে;
- প্রথমে গুণ ও ভাগ এবং তারপর যোগ ও বিয়োগ করতে হবে;
- বন্ধনী থাকলে বন্ধনীর ভিতরের হিসাব আগে করতে হবে;
- বন্ধনীর ভিতরে প্রথমে প্রথম বন্ধনী, তারপর দ্বিতীয় বন্ধনী, ও শেষে তৃতীয় বন্ধনীর হিসাব করতে হবে;
- বন্ধনীর আগে বিয়োগ ও ভাগ চিহ্ন থাকলে, বন্ধনী খুলে লিখলে বন্ধনীর ভিতরের প্রক্রিয়া চিহ্ন উল্টে যাবে।

অনুশীলন 12.1 সরল করো

1. $(125 \div 5) \times [5 \times \{24 \div (26-23)\}]$ — উত্তর 1000
2. $95-[47+84-\{(48 \div 6) \times 9) \div 2\}]$ — উত্তর 0
3. $52 \div [4+27 \div \{1+12 \div (8-2)\}]$ — উত্তর 4
4. $(36 \div 9) \times [2 \times (7-2+5-4)]$ — উত্তর 48
5. সরল করে দেখাও যে

   a. $27 \div (14-5)+12 \quad > \quad 35 \div [9-\{(9 \div 3)-2+1\}]$

   b. $(4+5-2) \times [\{(6+8) \div 7\}+3] \quad < \quad [(8 \times 9) \div 2 \times \{(33 \div 11)-2\}]$

   c. $23-[14-\{(56-48) \div (4-2)\}] \quad \ngtr \quad [32-\{(18-6) \times 2\}+20]$

   d. $[\{(12-6) \times (15-8)\} \div 7] \quad \nless \quad 15 \div \{36 \div (17-9+4)\}$

   e. $[30 \div (15 \div 3)]-(12-6) \quad \neq \quad (30 \div 6)+(15 \div 3)$

   f. $23+(12-3-5-2) \quad = \quad 23+12-3-5-2$

   g. $42-(16+3-9) \quad = \quad 42-16-3+9$

   h. $6 \times (2+4+6) \quad = \quad 6 \times 2+6 \times 4+6 \times 6$

   i. $96 \div (2 \times 4 \times 6) \quad = \quad 96 \div 2 \div 4 \div 6$

পাঠ 13. গাণিতিক উক্তি বা বাক্য ও অজানা সংখ্যা নির্ণয়

13.1 গাণিতিক উক্তি বা বাক্য

গাণিতিক উক্তি (Mathematical statement) বা বাক্যে তুলনা প্রতীকগুলো ব্যবহার করে বাক্যের মতো করে গাণিতিক উক্তি বলা বা লেখা হয়, যা দুটো সংখ্যা, সংখ্যারাশি বা গাণিতিক রাশির মধ্যে তুলনা করে। মনে করো রামের কাছে 7টি ও শ্যামের কাছে 4টি বল আছে। তাহলে দুই জনের কাছে মোট কটা বল আছে? আমরা উত্তরে বলব, 7 আর 4 যোগ করে মোট 11টি বল আছে। বক্তব্যটিকে আমরা গাণিতিক বাক্যে লিখব: $7 + 4 = 11$। আরও উদাহরণ –

$5+3 = 4+4 \qquad 15-4 = 10+1 \qquad 8\times6 = 20+28 \qquad 32\div 4 < 9$

এগুলি সবই হল গাণিতিক বাক্য, যেখানে বাঁদিকের সংখ্যা বা সংখ্যারাশি ও ডানদিকের সংখ্যা বা সংখ্যারাশি দুটোর মধ্যে তুলনা করা হয়েছে ।

গাণিতিক বাক্য সত্যিও হতে পারে আবার মিথ্যাও হতে পারে। ওপরের গাণিতিক বাক্যগুলি সত্যি। কিন্তু, নিচের গাণিতিক বাক্যগুলি মিথ্যা –

$8-3 > 6 \qquad 15\div5 = 7 \qquad 60+4 \neq 16\times4 \qquad 3\times9 < 30-7$

একটি গাণিতিক উক্তি বা বাক্য সত্যি না মিথ্যা বুঝতে আমরা দেখব বাক্যটির তুলনা চিহ্নের বাঁদিকে কী বলা আছে ও ডানদিকে কী বলা আছে। এদের ভেতরে কোনও গাণিতিক প্রক্রিয়া থাকলে তা সম্পূর্ণ করে দেখতে হবে এদের মান। এবার দেখতে হবে তুলনা চিহ্ন অনুযায়ী বাঁদিক ও ডানদিকের এই মান দুটো ঠিক কিনা। যদি ঠিক হয় তাহলে বাক্যটি সত্যি, তা না হলে বাক্যটি মিথ্যা। অর্থাৎ, একটি গাণিতিক বাক্য সত্যি না মিথ্যা বুঝতে বাঁদিকের সংখ্যারাশি ও ডানদিকের সংখ্যারাশির মধ্যে তুলনা চিহ্নটি সঠিক কিনা তা দেখতে হবে।

13.2 খোলা গাণিতিক বাক্যে অজানা সংখ্যার বর্ণ প্রতীক

গাণিতিক বাক্যে কোনও অজানা সংখ্যা (Unknown number) থাকলে তাকে আমরা দেখাই কোনও একটা বর্ণকে তার প্রতীক (Symbol) হিসাবে ব্যবহার করে। যেকোনও বর্ণকেই আমরা প্রতীক হিসাবে ব্যবহার করতে পারি, যেমন বাংলা বর্ণ ক, খ, গ, ইত্যাদি, অথবা ইংরেজি বর্ণ x, y, z, ইত্যাদি।

গাণিতিক বাক্যে অজানা সংখ্যা কীভাবে আসতে পারে তার একটা উদাহরণ – মিতা বলল যে তার কাছে যা টাকা আছে (তোমার অজানা, তাই মনে করো

x) তার সাথে 7 যোগ করে 2 বিয়োগ করলে 15 টাকা হয়। এই কথাটিকে গাণিতিক বাক্যে লেখা যায় –

$$x + 7 - 2 = 15 \text{ টাকা}$$

এটি একটি গাণিতিক উক্তি । এই ধরনের গাণিতিক উক্তিকে **খোলা বাক্য** (Open statement) বলা হয়, কারণ বাক্যটি সত্যি না মিথ্যা তা বলা যায় না, যতক্ষণ না আমরা অজানা বর্ণ প্রতীকটার জায়গায় কোনও সংখ্যা বসাই। এখানে বর্ণ প্রতীক x-এর সংখ্যাগত মান একমাত্র 10 হলেই বাক্যটি সত্যি হয়। অন্য যেকোনও সংখ্যা হলে বাক্যটি মিথ্যা হবে। কোনও অজানা সংখ্যার গাণিতিক সমস্যাকে এই ধরনের গাণিতিক বাক্যে প্রকাশ করে আমরা অজানা সংখ্যাটিকে নির্ধারণ করতে পারি, যার কিছু উদাহরণ আমরা এর পর দেখব।

13.3 খোলা গাণিতিক বাক্যে বর্ণ প্রতীকের মান বার করার পদ্ধতি

মনে রাখতে হবে যে যোগ ও বিয়োগ হল পরস্পরের বিপরীত প্রক্রিয়া এবং গুণ ও ভাগ হল পরস্পরের বিপরীত প্রক্রিয়া।

যোগ ও বিয়োগের পরস্পর বিপরীত প্রক্রিয়ায় দেখেছি –

বিয়োজন – বিয়োজ্য = বিয়োগফল
বিয়োজন – বিয়োগফল = বিয়োজ্য
বিয়োগফল + বিয়োজ্য = বিয়োজন

উদাহরণ হল –

$24 - 13 = 11$ বা $24 = 11 + 13$
$24 - 11 = 13$ বা $24 = 13 + 11$
$11 + 13 = 24$ বা $11 = 24 - 13$

গুণ ও ভাগের পরস্পর বিপরীত প্রক্রিয়ায় দেখেছি –

ভাজ্য ÷ ভাজক = ভাগফল
ভাজ্য ÷ ভাগফল = ভাজক
ভাগফল x ভাজক = ভাজ্য

উদাহরণ হল –

$48 \div 8 = 6$ বা $48 = 6 \times 8$
$48 \div 6 = 8$ বা $48 = 8 \times 6$
$6 \times 8 = 48$ বা $8 = 48 \div 6$

ওপরের উদাহরণগুলি থেকে আমরা দেখছি, কোনও গাণিতিক বাক্যের বাঁদিক ও ডানদিকের দুটি রাশিতে যে প্রক্রিয়াগুলি বলা আছে সেগুলি স্থান পরিবর্তন করে বাঁদিক থেকে ডানদিকে অথবা ডানদিক থেকে বাঁদিকে নিয়ে গেল প্রক্রিয়াগুলি বিপরীত করে নিতে হয়।

নিয়ম মনে রাখো: গাণিতিক বাক্যের সমান চিহ্নের (বা যে কোনও তুলনা চিহ্নের) বাঁদিক থেকে ডানদিকে, অথবা ডানদিক থেকে বাঁদিকে, কোনও সংখ্যা বা সংখ্যারাশিকে নিয়ে গেলে তার সামনের প্রক্রিয়া চিহ্নটি বিপরীত হয়ে যাবে।

খোলা গাণিতিক বাক্য থেকে কোনও অজানা সংখ্যার বর্ণ প্রতীকের মান বের করার সময় এই নিয়মটির বিশেষ ব্যবহার হবে। কয়েকটি উদাহরণ –

$x + 8 = 15$ হলে আমরা পাই, $x = 15 - 8 = 7$

$x - 6 = 24$ হলে আমরা পাই, $x = 24 + 6 = 30$

$x \times 4 = 32$ হলে আমরা পাই, $x = 32 \div 4 = 8$

$x \div 9 = 3$ হলে আমরা পাই, $x = 9 \times 3 = 27$

অনুশীলন 13.1

1. গাণিতিক বাক্যে প্রকাশ কর:
   a. সাতাশ ও বাহাত্তরের যোগফল নিরানব্বইয়ের সমান;
   b. দুই শত বাহান্ন থেকে একশত বারোর বিয়োগফল একশত একচল্লিশ থেকে ছোট;
   c. তেইশ থেকে তিন বিয়োগ করে তাকে চার দিয়ে ভাগ করলে যা পাই সেটা ছত্রিশকে নয় দিয়ে ভাগ করলে যা পাই তার থেকে বড়;
   d. ছত্রিশকে ছয় দিয়ে ভাগ করে তার থেকে তিন বিয়োগ করলে যা পাই সেটা ছত্রিশকে ছয় ও তিনের বিয়োগফল দিয়ে ভাগ করলে যা পাই তার সমান নয়;
   e. পনেরোকে চার দিয়ে গুণ করে তার সাথে বারো যোগ করে যা পাই সেটা একশ থেকে ত্রিশ বিয়োগ করলে যা পাই তার থেকে ছোট নয়;
   f. সাতটি করে লজেন্স পাঁচজনকে দিতে যত লজেন্স লাগে সেটা চারটি করে লজেন্স নয় জনকে দিলে যত লজেন্স লাগে তার থেকে বড় নয়;
2. গাণিতিক বাক্যে প্রশ্নগুলি লেখ ও তার অজানা সংখ্যাটি বার করো:
   a. কোন্ সংখ্যার সঙ্গে তেইশ যোগ করলে যোগফল একশ বাহান্ন হয়?
   b. কোন্ সংখ্যা থেকে সতের বিয়োগ করলে বিয়োগফল তেইশ হয়?

c. কোন্ সংখ্যাকে বারো দিয়ে ভাগ করলে ভাগফল সাত হয়?
d. কোন্ সংখ্যাকে সাত দিয়ে গুণ করে পাঁচ বিয়োগ করলে সাইত্রিশ পাই?
e. কোন্ সংখ্যাকে সাত দিয়ে ভাগ করে বারো দিয়ে গুণ করলে বাহাত্তর পাই?
f. কোন্ সংখ্যাকে ছয় দিয়ে ভাগ করে ভাগফলকে দুই দিয়ে গুণ করলে যে সংখ্যা পাই সেটা ছেচল্লিশকে দুই দিয়ে ভাগ করে তিন বিয়োগ করলে যা পাই তার সমান?
g. সাতচল্লিশটি আম ছিল। পাঁচজনকে সমান ভাগে ভাগ করে দেওয়ার পরে দুইটি অবশিষ্ট রইল। এক একজন কটা করে আম পেল?
h. পাঁচ জনকে দুটি করে পেয়ারা গাছের চারা, পাঁচটি করে আম গাছের চারা, ও সাতটি করে নারকেল গাছের চারা দেওয়ার পরে মোট সাতটি চারা পড়ে রইল। গাছের চারা মোট কটি ছিল?
i. তোমার কাছে কয়েকটি বই আছে। ইস্কুল থেকে তুমি আরো ছয়টি বই প্রাইজ পেলে। এতে করে এখন তোমার যতগুলি বই হল তা আগে যা ছিল তার দ্বিগুণ। তোমার কাছে কতগুলি বই আগে ছিল?
j. তোমার কাছে কয়েকটি বই আছে। ইস্কুল থেকে তুমি আরো নয়টি বই প্রাইজ পেলে। এতে করে এখন তোমার যতগুলি বই হল তা আগে যা ছিল তার চার গুণ থেকে তিন কম। তোমার কাছে কতগুলি বই আগে ছিল? [সূত্র: $x + 9 = (4 \times x) - 3$]
k. তোমাকে বই, খাতা, পেন্সিল কেনার জন্য বাবা কিছু টাকা দিলেন। মায়ের কাছ থেকে তুমি আরো ত্রিশ টাকা পেলে। তুমি কিনলে ষাট টাকা দিয়ে একটি বই, আঠারো টাকা দিয়ে তিনটি খাতা আর বারো টাকা দিয়ে তিনটি পেন্সিল। এইগুলি কেনার পরে তোমার কাছে আট টাকা পড়ে রইল। বাবা তোমাকে কত টাকা দিয়েছিলেন?
l. সাতটি খাতার দাম ছাপান্ন টাকা আর পাঁচটি পেনসিলের দাম ত্রিশ টাকা হলে, তিনটি খাতা ও তিনটি পেন্সিল কিনলে ষাট টাকা থেকে কত টাকা পড়ে থাকবে? [সূত্র: $(56 \div 7) \times 3 + (30 \div 5) \times 3 = 60 - x$]

উত্তর 13.1

2.

a. 129	b. 40	c. 84	d. 6	e. 42	f. 60
g. 9টি আম	h. 77টি চারা	i. 6টি	j. 4টি	k. 68 টাকা	l. 18 টাকা

পাঠ 14. সাধারণ ভগ্নাংশ – ধারণা এবং যোগ ও বিয়োগ

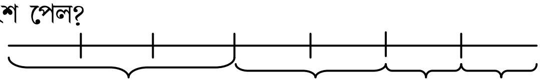
14.1 সাধারণ ভগ্নাংশের ধারণা (Common fraction)

ভগ্নাংশ হল ভগ্ন অংশ (ভাঙা টুকরো), অর্থাৎ কোনও কিছুকে কয়েকটি সমান অংশে ভেঙে বা ভাগ করে তার থেকে কতগুলি অংশ নেওয়া হল তা বলা হয় ভগ্নাংশ দিয়ে। ভগ্নাংশের ধারণাটি বুঝতে আমরা কয়েকটি উদাহরণ দেখব।

উদাহরণ 1. মনে করো তোমার কাছে একটি রঙীন কাগজের পাতা আছে। তুমি সেটাকে ছয়টা সমান ভাগে কেটে নিলে ও তার তিনটি দিলে মিতাকে, দুইটি দিলে রাজুকে আর বাকি একটা রাখলে নিজের কাছে। কাগজটির এই ছয়টা ভাগ থেকে কে কটা নিল তা আমরা ভগ্নাংশ দিয়ে বলতে পারি এভাবে –

মিতা পেল ছয়টি অংশের তিনটি অংশ বা ছয় ভাগের তিন ভাগ, মানে $\frac{3}{6}$,
রাজু পেল ছয়টি অংশের দুইটি অংশ বা ছয় ভাগের দুই ভাগ, মানে $\frac{2}{6}$।
তোমার রইল ছয় ভাগের এক ভাগ, মানে $\frac{1}{6}$ ।

উদাহরণ 2. মিতার কাছে একটি রঙীন ফিতে আছে। মিতা ওটাকে সাতটি সমান ভাগে কেটে তিনটি টুকরো দিল ডলিকে, দুটি টুকরো দিল শ্যামাকে, একটি টুকরো দিল মিনাকে, ও নিজের জন্য একটি টুকরো রাখল। তাহলে কে ফিতেটির কত অংশ পেল?



ডলি পেল সাত ভাগের তিন ভাগ বা $\frac{3}{7}$ অংশ, শ্যামা পেল সাত ভাগের দুই ভাগ বা $\frac{2}{7}$ অংশ, মিনা পেল সাত ভাগের এক ভাগ বা $\frac{1}{7}$ অংশ, ও মিতার রইল সাত ভাগের এক ভাগ বা $\frac{1}{7}$ অংশ ।

উদহরণ 3. একটি ঝুড়িতে মোট উনিশটি ফল আছে, যার মধ্যে সাতটি পেল মিতা, ছয়টি পেল ডলি, চারটি পেল শ্যামা, আর দুটি পেল মিনা । মোট উনিশটি ফলের কে কত অংশ পেল?

মিতা $\frac{7}{19}$ অংশ, ডলি $\frac{6}{19}$ অংশ, শ্যামা $\frac{4}{19}$ অংশ, মিনা $\frac{2}{19}$ অংশ ।

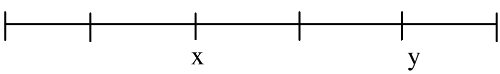
লক্ষ করো: ভগ্নাংশগুলোকে কীভাবে বলা হয় – যেমন, উনিশটি সমান ভাগের সাত ভাগ বা উনিশের সাত; উনিশ ভাগের ছয় ভাগ বা উনিশের ছয় ইত্যাদি ।

অনুশীলন 14.1

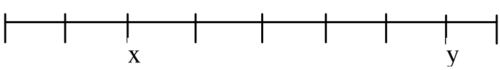
1. নিচের উক্তিগুলিকে ভগ্নাংশ দিয়ে বলো:
    a. তেইশ জন ছাত্রছাত্রীর উনিশ জন পরীক্ষায় পাশ করেছে;
    b. রাজেশ অঙ্ক পরীক্ষায় পঁচিশের মধ্যে বাইশ পেয়েছে:
    c. বারোটি আমের চারটি আম পচা;
    d. বাইশটি চেয়ারের সাতটি ভাঙা;
    e. পঁচিশ জন ছাত্রছাত্রীর কুড়ি জন আজ ইস্কুলে এসেছে।
2. নিচের ভগ্নাংশগুলিকে কথায় লেখো:

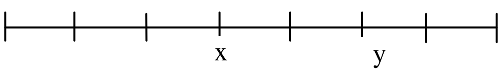
$\frac{2}{5}$	পাঁচ ভাগের দুই ভাগ	$\frac{4}{9}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{2}{10}$
$\frac{9}{10}$		$\frac{5}{13}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{7}{17}$

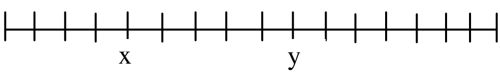
3. নিচের রেখাগুলিকে কয়েকটি ভাগে ভাগ করা হয়েছে। বাঁ দিক থেকে গুনে বলো x আর y কত ভগ্নাংশ বোঝাচ্ছে:

a. 

x: $\frac{2}{5}$ y: $\frac{4}{5}$

b. 

c. 

d. 

14.2 ভগ্নাংশের বিভিন্ন ধরন ও কোন্টার কী নাম

লব ও হর

যেকোনও ভগ্নাংশে ওপরে একটি সংখ্যা পাই ও নিচে আরেকটি সংখ্যা পাই। ওপরের সংখ্যা বোঝায় যতগুলি অংশ নেওয়া হল। এটিকে আমরা **লব** (Numerator) বলি। আর নিচের সংখ্যাটি বোঝায় যতগুলি অংশে ভাগ করা হয়েছে, যাকে আমরা **হর** (Denominator) বলি। এই দুটি নামের সঙ্গে আমাদের পরিচিত হতে হবে, কারণ এর পরের আলোচনায় আমরা বিভিন্ন ধরনের ভগ্নাংশের কথা বলব, যেগুলি ভগ্নাংশের লব ও হরের তুলনা করে বুঝব।

অনুশীলন 14.2 ভগ্নাংশের লব ও হরগুলি পাশে লেখ

	লব	হর		লব	হর
$\frac{2}{5}$			$\frac{4}{9}$		
$\frac{5}{13}$			$\frac{9}{10}$		
$\frac{7}{17}$			$\frac{3}{7}$		
$\frac{4}{16}$			$\frac{2}{10}$		

প্রকৃত ভগ্নাংশ

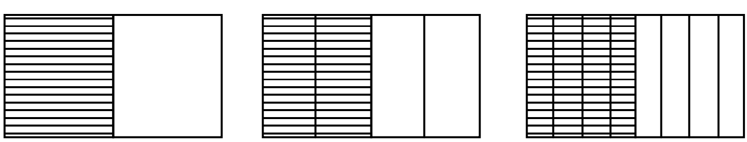
কোনও ভগ্নাংশের লবটি হরের থেকে ছোট হলে তাকে আমরা প্রকৃত ভগ্নাংশ (Proper fraction) বলি। তা না হলে, অর্থাৎ লবটি হরের থেকে বড় হলে, সেটি প্রকৃত ভগ্নাংশ (Improper fraction) নয়। এমনটা হলে কী হয় তা আমরা পরে শিখব। সুতরাং, আমরা বলব –

$\frac{2}{5}$ $\frac{4}{9}$ $\frac{2}{10}$ $\frac{3}{7}$ $\frac{8}{9}$ $\frac{16}{17}$ ভগ্নাংশগুলি প্রকৃত ভগ্নাংশ,

$\frac{6}{5}$ $\frac{11}{9}$ $\frac{17}{15}$ $\frac{9}{7}$ $\frac{12}{10}$ $\frac{13}{7}$ ভগ্নাংশগুলি প্রকৃত ভগ্নাংশ নয়।

সমতুল ভগ্নাংশ

একাধিক ভগ্নাংশের মান সমান হলে সেগুলিকে সমতুল ভগ্নাংশ (Equivalent fraction) বলা হবে। নিচের ছবিটি লক্ষ করো –



$\frac{1}{2}$ $\frac{2}{4}$ $\frac{4}{8}$

ছবিটি থেকে বোঝা যাচ্ছে যে তিনটি ভগ্নাংশের একই মান। এইভাবে আমরা আরো পাই: $\frac{3}{6}$, $\frac{5}{10}$, $\frac{6}{12}$ ইত্যাদি, যেগুলির মান $\frac{1}{2}$ ।

লক্ষ করে দেখো –

$$\frac{1}{2} = \frac{1x2}{2x2} = \frac{2}{4} = \frac{1x3}{2x3} = \frac{3}{6} = \frac{1x4}{2x4} = \frac{4}{8} = \frac{1x5}{2x5} = \frac{5}{10}$$

অর্থাৎ, এই ভগ্নাংশগুলি সমতুল, যার মান $\frac{1}{2}$ ।

একইভাবে লক্ষ করা যায় –

$$\frac{1}{3} = \frac{1x2}{3x2} = \frac{2}{6} = \frac{1x3}{3x3} = \frac{3}{9} = \frac{1x4}{3x4} = \frac{4}{12} = \frac{1x5}{3x5} = \frac{5}{15}$$

অর্থাৎ, এই ভগ্নাংশগুলি সমতুল, যার মান $\frac{1}{3}$ ।

সুতরাং, একটি ভগ্নাংশের লব ও হরকে একই সংখ্যা (শূন্য ছাড়া) দিয়ে **গুণ** করলে আমরা আরেকটি সমতুল ভগ্নাংশ পাব।

আবার লক্ষ করা যায়,

$$\frac{3}{4} = \frac{9 \div 3}{12 \div 3} = \frac{9}{12} = \frac{15 \div 5}{20 \div 5} = \frac{15}{20} = \frac{18 \div 6}{24 \div 6} = \frac{18}{24} = \frac{27 \div 9}{36 \div 9} = \frac{27}{36}$$

অর্থাৎ, $\frac{9}{12}, \frac{15}{20}, \frac{18}{24}, \frac{27}{36}$ ভগ্নাংশগুলি সমতুল, যার মান $\frac{3}{4}$ ।

সুতরাং, একটি ভগ্নাংশের লব ও হরকে একই সংখ্যা (শূন্য ছাড়া) দিয়ে **ভাগ** করলে আমরা আরেকটি সমতুল ভগ্নাংশ পাব।

অনুশীলন 14.3 সমতুল ভগ্নাংশ বার করো

নিচের ভগ্নাংশগুলির তিনটি করে সমতুল ভগ্নাংশ গুণ করে বার করো –

a. $\frac{3}{5}$ b. $\frac{7}{9}$ c. $\frac{2}{7}$

নিচের ভগ্নাংশগুলির তিনটি করে সমতুল ভগ্নাংশ ভাগ করে বার করো –

d. $\frac{27}{36}$ e. $\frac{48}{72}$ f. $\frac{48}{60}$

ভগ্নাংশের লঘিষ্ঠ আকার

সমতুল ভগ্নাংশগুলি থেকে আমরা আরেকটি ধারণা পাই – কোনও একটি ভগ্নাংশকে তার লঘিষ্ঠ আকারে লেখা। কোনও একটি ভগ্নাংশের অনেকগুলি সমতুল ভগ্নাংশ হতে পারে।

সমতুল ভগ্নাংশগুলির মধ্যে যে ভগ্নাংশটির লব ও হরের 1 ছাড়া আর কোনও সাধারণ গুণনীয়ক (উৎপাদক) নেই, সেইটিকে ভগ্নাংশগুলির লঘিষ্ঠ আকার (Lowest term fraction) বলে।

নিচের ভগ্নাংশটিকে লক্ষ করলে দেখি –

$\frac{36}{54} = \frac{36÷2}{54÷2} = \frac{18}{27}$ এটি একটি সমতুল ভগ্নাংশ ।

কিন্তু, 18 ও 27-এর 1 ছাড়া আরো সাধারণ গুণনীয়ক (উৎপাদক) আছে।

$\frac{18}{27} = \frac{18÷3}{27÷3} = \frac{6}{9}$ এটিও একটি সমতুল ভগ্নাংশ ।

কিন্তু, 6 ও 9-এর 1 ছাড়া আরো সাধারণ গুণনীয়ক (উৎপাদক) আছে ।

$\frac{6}{9} = \frac{6÷3}{9÷3} = \frac{2}{3}$ । এই সমতুল ভগ্নাংশটির লব ও হরের 1 ছাড়া আর সাধারণ কোনও উৎপাদক নেই । তাই $\frac{36}{54}$ এর লঘিষ্ঠ আকার হল $\frac{2}{3}$ ।

কোনও ভগ্নাংশকে তার লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ করার পদ্ধতি হল ভগ্নাংশটির লব ও হরকে তাদের সাধারণ মৌলিক উৎপাদকগুলি দিয়ে ভাগ করে চলা, যতক্ষণ লব ও হরের সাধারণ মৌলিক উৎপাদক পাওয়া যায়। এই পদ্ধতিটি ওপরে করে দেখানো হয়েছে।

বিকল্প পদ্ধতি হল ভগ্নাংশটির লব ও হরকে তাদের সবচেয়ে বড় সাধারণ উৎপাদকটি (গসাগু) দিয়ে ভাগ করা। ওপরের উদাহরণটিতে দেখো, 36 ও 54-কে ভাগ করা যায় এমন সবচেয়ে বড় সংখ্যা (গসাগু) হল 18। তাই 18 দিয়ে লব ও হরকে ভাগ করে আমরা লঘিষ্ঠ ভগ্নাংশটি পেয়েছি।

$$\frac{36}{54} = \frac{36÷18}{54÷18} = \frac{2}{3}$$

অনুশীলন 14.4 লঘিষ্ঠ ভগ্নাংশ বার করো

a. $\frac{54}{72}$ b. $\frac{28}{84}$ c. $\frac{45}{80}$ d. $\frac{84}{98}$ e. $\frac{36}{128}$

সমহর ভগ্নাংশ

যে সব ভগ্নাংশের হরগুলি সমান সেইগুলিকে সমহর ভগ্নাংশ (Like fractions) বলা হয়। আমরা বলব $\frac{1}{13}$ $\frac{2}{13}$, $\frac{4}{13}$, $\frac{7}{13}$, $\frac{9}{13}$, $\frac{11}{13}$ ভগ্নাংশগুলি সমহর ভগ্নাংশ, কারণ এদের একই হর, 13 ।

একাধিক ভগ্নাংশকে সমহর ভগ্নাংশে পরিণত করা

দুটি (বা আরো বেশী সংখ্যক) ভগ্নাংশ সমহর না হলেও তাদের আমরা সমহর করে নিতে পারি। কীভাবে এটা করা যায় সেটা দেখব। লক্ষ করো, $\frac{5}{6}$ ও $\frac{3}{4}$ ভগ্নাংশ দুটি সমহর নয়। কিন্তু, এদের সমহর করে নিতে পারি –

প্রথম পদ্ধতি

হর দুটিকে গুণ করে আমরা পাই 24। এইটাই হবে দুটি ভগ্নাংশের সমহর। এবার লক্ষ করো, প্রথম ভগ্নাংশটির হরকে 4 দিয়ে গুণ করা হয়েছে। তাই এর লবকেও 4 দিয়ে গুণ করতে হবে। আবার, দ্বিতীয় ভগ্নাংশটির হরকে 6 দিয়ে গুণ করা হয়েছে। তাই এর লবকেও 6 দিয়ে গুণ করে নিতে হবে।

$\frac{5}{6} = \frac{5x4}{6x4} = \frac{20}{24}$ আর, $\frac{3}{4} = \frac{3x6}{4x6} = \frac{18}{24}$ । সমহর হল $\frac{20}{24}$ ও $\frac{18}{24}$ ।

দুটি ভগ্নাংশের হর দুটির যেকোনও সাধারণ গুণিতককে আমরা ভগ্নাংশ দুটির সমহর ভগ্নাংশের হর হিসাবে লিখব। এবারে এই সমহরটিকে প্রথম ভগ্নাংশটির হর দিয়ে ভাগ করে ভাগফলকে তার লব দিয়ে গুণ করে নিলে আমরা প্রথম ভগ্নাংশটির পরিবর্তিত লবটি পাব। একই ভাবে দ্বিতীয় ভগ্নাংশটির পরিবর্তিত লবটি পাব সমহরটিকে হর দিয়ে ভাগ করে লব দিয়ে গুণ করে।

দ্বিতীয় পদ্ধতি

যে ভগ্নাংশগুলিকে সমহর ভগ্নাংশে করে নিতে হবে, আমরা প্রথমে তাদের হরগুলির লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতকটি (লসাগু) বার করে নেব। এই লসাগুটিকে আমরা সমহর হিসাবে ভগ্নাংশগুলির নিচে লিখব। এবারে লবগুলি পাব প্রত্যেকটি ভগ্নাংশের হর দিয়ে এই সমহরটিকে ভাগ করে ও লব দিয়ে গুণ করে। উদাহরণ –

$\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$ ও $\frac{7}{9}$ কে সমহর করে লেখা ।

ভগ্নাংশ তিনটির হরগুলি হল 4, 6, ও 9। এদের লসাগু হল 36। তাই 36-কে আমরা সমহর হিসাবে নেব। তাহলে তিনটি সমহর ভগ্নাংশ পাব। প্রথম ভগ্নাংশটির হর 4, সমহর 36-এর মধ্যে 9 বার যায়। তাই প্রথম ভগ্নাংশটির লব ও হরকে আমরা 9 দিয়ে গুণ করব। দ্বিতীয় ভগ্নাংশটির হর 6, সমহর 36-এর মধ্যে 6 বার যায়। তাই এইটার লব ও হরকে আমরা 6 দিয়ে গুণ করব। একইভাবে তৃতীয় ভগ্নাংশটির লব ও হরকে আমরা 4 দিয়ে গুণ করব –

$\frac{3x9}{4x9} = \frac{27}{36}$ $\quad$ $\frac{5x6}{6x6} = \frac{30}{36}$ $\quad$ $\frac{7x4}{9x4} = \frac{28}{36}$

মনে রাখো: সমহর ভগ্নাংশ তৈরি করার নিয়ম

- ভগ্নাংশগুলির হরগুলির লসাগুকে হর করে সবকটি ভগ্নাংশকে সমহর করা যায়; এগুলি হবে লঘিষ্ঠ সমহর ভগ্নাংশ।
- ভগ্নাংশগুলির হরগুলির যেকোনও সাধারণ গুণিতককে হর করে সবকটি ভগ্নাংশকে সমহর করা যায়।
- যেকোনও ভগ্নাংশকে সর্বদা তার লঘিষ্ঠ আকারে লেখা উচিত। তাই সমহর করার সময়ও লসাগুকে হর ধরে সমহর করলে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ করার কাজটা সংক্ষেপ করা যায়।

একাধিক ভগ্নাংশের ছোট-বড় তুলনা

দুটি ভগ্নাংশের মধ্যে কোন্‌টি বড় বা কোন্‌টি ছোট তা ভগ্নাংশ দুটি দেখে কী করে বলব? এর জন্য ভগ্নাংশ দুটিকে আগে সমহর করে নিতে হবে।

দুটি সমহর বিশিষ্ট ভগ্নাংশ ভাবা যাক, $\frac{3}{8}$ ও $\frac{5}{8}$ ।

$\frac{3}{8}$-এর মানে 8 ভাগের 3 ভাগ ও $\frac{5}{8}$ -এর মানে 8 ভাগের 5 ভাগ নেওয়া হয়েছে। সুতরাং, দ্বিতীয় ভগ্নাংশটি প্রথমটির থেকে বড়, বা প্রথম ভগ্নাংশটি দ্বিতীয়টির থেকে ছোট। তাই আমরা লিখব,

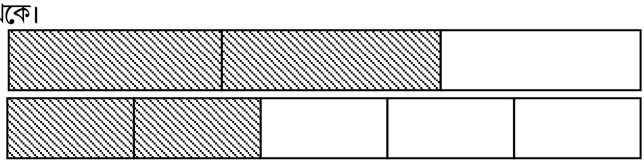
$\frac{3}{8} < \frac{5}{8}$ বা $\frac{5}{8} > \frac{3}{8}$ ।

দুটি ভগ্নাংশের হর সমান হলে (সমহর হলে) যে ভগ্নাংশটির লব বড় সেটি বড় ভগ্নাংশ ও যেটির লব ছোট সেটি হল ছোট ভগ্নাংশ।

এবার দেখো, দুটি ভগ্নাংশ, যাদের লবগুলি সমান কিন্তু হরগুলি আলাদা – যেমন, $\frac{2}{5}$ ও $\frac{2}{3}$। প্রথম ভগ্নাংশটিতে 5টি অংশে ভাগ করে তার 2টি নেওয়া হয়েছে, আর দ্বিতীয় ভগ্নাংশটিতে 3টি অংশে ভাগ করে 2টি নেওয়া হয়েছে। স্পষ্টতই, 5টি অংশে ভাগ করলে এক একটি ভাগ ছোট হবে, 3টি অংশে ভাগ করার থেকে।

$\frac{2}{3}$

$\frac{2}{5}$



অতএব, আমরা পাই, $\frac{2}{5} < \frac{2}{3}$ বা $\frac{2}{3} > \frac{2}{5}$ ।

দুটি ভগ্নাংশের <u>লব সমান</u> হলে (সমলব হলে) যে ভগ্নাংশটির <u>হর ছোট</u> সেটি বড় ভগ্নাংশ, ও যে ভগ্নাংশটির হর বড় সেটি হল ছোট ভগ্নাংশ।

এই ক্ষেত্রেও আমরা তুলনাটি করতে পারি ভগ্নাংশ দুটিকে সমহর করে নিয়ে ও একই উত্তর পাই । এখানে হর দুটি হল 3 ও 5, যার লসাগু হল 15। তাই 15-কে হর করলে আমরা পাই –

$$\frac{2}{3} = \frac{2x5}{3x5} = \frac{10}{15} > \frac{3}{5} = \frac{3x3}{5x3} = \frac{9}{15}$$

সুতরাং, মনে রাখো, ভগ্নাংশের তুলনা করতে হলে ভগ্নাংশগুলিকে সমহর করে নিলেই কাজটি সহজ হয়।

অনুশীলন 14.5 ভগ্নাংশের তুলনা করো

1. ভগ্নাংশগুলির ছোট-বড় তুলনা গাণিতিক চিহ্ন দিয়ে বোঝাও –

a. $\frac{5}{6}$ ও $\frac{3}{8}$ b. $\frac{7}{9}$ ও $\frac{5}{6}$ c. $\frac{4}{11}$ ও $\frac{8}{9}$ d. $\frac{3}{15}$ ও $\frac{4}{12}$

2. ভগ্নাংশগুলি লঘিষ্ঠ আকারে বড় থেকে ছোট করে সাজিয়ে লেখো –

a. $\frac{5}{6}, \frac{7}{9}$ ও $\frac{8}{11}$ b. $\frac{7}{9}, \frac{12}{15}$ ও $\frac{2}{3}$ c. $\frac{4}{9}, \frac{15}{18}$ ও $\frac{5}{6}$

14.3 সাধারণ ভগ্নাংশের যোগ ও বিয়োগ

ভগ্নাংশের যোগ ও বিয়োগ (Common fraction addition and subtraction) করার নিয়ম হল আগে ভগ্নাংশগুলিকে সমহর করে নিতে হবে।

ভগ্নাংশের যোগ

যে ভগ্নাংশগুলি যোগ করতে হবে প্রথমে সেগুলিকে সমহর করে নিতে হবে ও সমহরটিকেই যোগফলেরও হর ধরে নিতে হবে। এরপর সমহর ভগ্নাংশগুলির লবগুলিকে যোগ করে আমরা যোগফলের লবটি পাব। এইভাবে সমহর করে নিয়ে যোগফলে আমরা যে ভগ্নাংশটি পাব, সম্ভব হলে তাকে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ করতে হবে।

উদাহরণ 1. ভগ্নাংশের যোগ $\frac{2}{8} + \frac{5}{12}$

$= \frac{2x3}{24} + \frac{5x2}{24} = \frac{6}{24} + \frac{10}{24}$ হর 8 ও 12-র লসাগু 24-কে সমহর ধরে ভগ্নাংশ দুটিকে সমহর ভগ্নাংশে লেখা হল;

$= \frac{6+10}{24} = \frac{16}{24}$ সমহরকে যোগফলেরও হর ধরে সমহর ভগ্নাংশ দুটির লবকে যোগ করে যোগফল ভগ্নাংশটি হল;

$= \frac{\cancel{16}^{2}}{\cancel{24}^{3}} = \frac{2}{3}$ যোগফল ভগ্নাংশটিকে লঘিষ্ঠ আকারে লেখা হল, হর ও লবকে তাদের গসাগু 8 দিয়ে ভাগ করে।

উদাহরণ 2. ভগ্নাংশের যোগ

$\frac{5}{12} + \frac{1}{8} + \frac{1}{6}$

$= \frac{5x2}{24} + \frac{1x3}{24} + \frac{1x4}{24}$

$= \frac{10}{24} + \frac{3}{24} + \frac{4}{24}$

$= \frac{10+3+4}{24} = \frac{17}{24}$

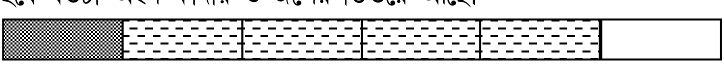
উদাহরণ 3. পুকুরে পোঁতা একটি বাঁশের $\frac{1}{6}$ অংশ কাদায়, $\frac{2}{3}$ অংশ জলে ও বাকি অংশ জলের ওপরে আছে। বাঁশটির কত অংশ কাদায় ও জলে আছে?

উত্তর: কাদায় ও জলে আছে বাঁশটির $(\frac{1}{6} + \frac{2}{3})$ অংশ

$= \frac{1x1}{6} + \frac{2x2}{6} = \frac{1}{6} + \frac{4}{6} = \frac{1+4}{6} = \frac{5}{6}$ অংশ

ভগ্নাংশের বিয়োগ

ওপরের উদাহরণটিতে আমরা যদি জানতে চাই বাঁশটির কত অংশ জলের ওপরে আছে তাহলে বাঁশটিকে এক অংশ ধরে তার থেকে <u>বিয়োগ করে</u> নিতে হবে যতটা অংশ কাদায় ও জলের ভিতরে আছে।



$\frac{1}{6}$ কাদায় $\frac{2}{3}$ বা $\frac{4}{6}$ জলে $\frac{1}{6}$ ওপরে

প্রথমে যে ভগ্নাংশগুলি বিয়োগ করতে হবে, সেগুলিকে সমহর করে নিতে হবে ও সমহরটিকেই বিয়োগফলেরও হর ধরে নিতে হবে। এরপর সমহর ভগ্নাংশগুলির লবগুলিকে বিয়োগ করে আমরা বিয়োগফলের লবটি পাব। এই ভাবে সমহর করে নিয়ে বিয়োগের পরে আমরা যে ভগ্নাংশটি পাব তাকে সম্ভব হলে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ করতে হবে। মনে রেখো, আমরা বড় ভগ্নাংশ থেকে ছোট ভগ্নাংশ বিয়োগ করা শিখব।

উদাহরণ 4. ভগ্নাংশের বিয়োগ

$\frac{5}{12} - \frac{2}{8}$

$= \frac{5x2}{24} - \frac{2x3}{24} = \frac{10}{24} - \frac{6}{24}$ হর 8 ও 12-র লসাগু 24-কে সমহর ধরে ভগ্নাংশ দুটিকে সমহর ভগ্নাংশে লেখা হল;

$= \frac{10-6}{24} = \frac{4}{24}$ সমহর ভগ্নাংশ দুটির লবকে বিয়োগ করে বিয়োগফল ভগ্নাংশটি হল;

$= \frac{\cancel{4}^{1}}{\cancel{24}_{6}} = \frac{1}{6}$ বিয়োগফল ভগ্নাংশটিকে লঘিষ্ঠ আকারে লেখা হল, হর ও লবকে তাদের গসাগু দিয়ে ভাগ করে।

উদাহরণ 5. ভগ্নাংশের বিয়োগ

$\frac{5}{12} - \frac{1}{8} - \frac{1}{6}$

$= \frac{5x2}{24} - \frac{1x3}{24} - \frac{1x4}{24}$

$= \frac{10}{24} - \frac{3}{24} - \frac{4}{24}$

$= \frac{10-3-4}{24} = \frac{3}{24} = \frac{1}{8}$

উদাহরণ 6.

তোমার কাছে একটি রুটি আছে। রুটিটিকে সাতটি সমান ভাগে কেটে তার থেকে দুটি ভাগ রাজকে ও তিনটি ভাগ মিতাকে দিলে। তোমার কাছে রুটিটির কত অংশ থাকল?

উত্তর: আমরা কাছে থাকল –

$1 - \frac{2}{7} - \frac{3}{7}$ অর্থাৎ, $\frac{1}{1} - \frac{2}{7} - \frac{3}{7}$ অংশ

$= \frac{7}{7} - \frac{2}{7} - \frac{3}{7} = \frac{7-2-3}{7} = \frac{2}{7}$ অংশ ।

মনে রাখো, কোনও পূর্ণ সংখ্যাকে ভগ্নাংশ রূপে লেখা যায় তার হরকে 1 ধরে, কারণ কোনও কিছুকে 1 দিয়ে ভাগ করলে তা অপরিবর্তিত থাকে।

অনুশীলন 14.6 ভগ্নাংশের যোগ ও বিয়োগ

1. যোগফল বার করো

a. $\frac{5}{8}+\frac{1}{8}$ b. $\frac{5}{9}+\frac{4}{9}$ c. $\frac{2}{9}+\frac{1}{6}$ d. $\frac{3}{7}+\frac{2}{5}$

e. $\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{5}{16}$ f. $\frac{1}{9}+\frac{1}{3}+\frac{2}{7}$ g. $\frac{1}{6}+\frac{2}{9}+\frac{5}{12}$ h. $\frac{2}{7}+\frac{1}{6}+\frac{5}{14}$

2. বিয়োগফল বার করো

a. $\frac{5}{8}-\frac{1}{8}$ b. $\frac{5}{9}-\frac{4}{9}$ c. $\frac{5}{6}-\frac{5}{9}$ d. $\frac{5}{7}-\frac{3}{5}$

e. $\frac{3}{4}-\frac{3}{8}-\frac{5}{16}$ f. $\frac{5}{9}-\frac{1}{3}-\frac{1}{7}$ g. $\frac{5}{6}-\frac{2}{9}-\frac{5}{12}$ h. $\frac{5}{7}-\frac{1}{6}-\frac{1}{14}$

3. সরল করো

a. $\frac{1}{4}+\frac{5}{8}-\frac{5}{16}$ b. $\frac{7}{9}+\frac{1}{3}-\frac{3}{7}$ c. $\frac{5}{6}-\frac{5}{9}+\frac{5}{12}$ d. $\frac{4}{7}-\frac{1}{6}+\frac{5}{14}$

e. $\frac{3}{5}-\frac{1}{3}+\frac{3}{7}-\frac{2}{5}$ f. $\frac{7}{9}-\frac{2}{5}+\frac{11}{15}-\frac{1}{5}$ g. $1-\frac{5}{8}+\frac{1}{4}$

4. একজন কৃষক তার জমির $\frac{1}{4}$ অংশে বেগুন, $\frac{1}{3}$ অংশে মূলো, ও কপি লাগিয়েছেন $\frac{1}{6}$ অংশে । তাঁর জমির কত অংশে তিনি চাষ করেছেন ও কত অংশ ফাঁকা আছে?

5. এক ব্যক্তি তাঁর সম্পত্তির $\frac{2}{5}$ অংশ তাঁর ছেলেকে ও $\frac{3}{7}$ অংশ তাঁর মেয়েকে ভাগ করে দিলেন। বাকি অংশ তাঁর স্ত্রীর জন্য রেখে দিলেন। তাঁর স্ত্রী কত অংশ পেলেন?

6. একটি বাগানের $\frac{3}{8}$ অংশে আম গাছ, $\frac{1}{4}$ অংশে জাম গাছ, ও $\frac{1}{6}$ অংশে লিচু গাছ আছে। বাগানের মোট কত অংশে গাছ আছে ও কত অংশ খালি আছে?

7. একটি জল ভরা গ্লাসের $\frac{1}{5}$ অংশ জল দিতে গিয়ে পড়ে গেল ও খাওয়া হল $\frac{2}{3}$ অংশ । গ্লাসের কত অংশে জল রইল?

8. এক ব্যক্তি তাঁর আয়ের $\frac{4}{5}$ অংশ সংসারে ও $\frac{1}{7}$ অংশ ছেলেমেয়েদের পড়াশোনায় ব্যয় করেন। বাকি অংশ তিনি ব্যাঙ্কে জমা করেন। আয়ের কত অংশ তিনি জমান?

9. একটি বাঁশের $\frac{1}{7}$ অংশ কাদায় ও $\frac{5}{8}$ অংশ জলে থাকলে কত অংশ জলের ওপরে আছে?

উত্তর 14.6

	a.	b.	c.	d.	e.	f.	g.	h.
1.	$\frac{3}{4}$	1	$\frac{7}{18}$	$\frac{29}{35}$	$\frac{11}{16}$	$\frac{46}{63}$	$\frac{29}{36}$	$\frac{17}{21}$
2.	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{5}{18}$	$\frac{4}{35}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{5}{63}$	$\frac{7}{36}$	$\frac{10}{21}$
3.	$\frac{9}{16}$	$\frac{53}{63}$	$\frac{25}{36}$	$\frac{16}{21}$	$\frac{31}{105}$	$\frac{41}{45}$	$\frac{5}{8}$	

4.	$\frac{3}{4}$ $\frac{1}{4}$	5.	$\frac{6}{35}$	6.	$\frac{19}{24}$ $\frac{5}{24}$	7.	$\frac{2}{15}$
8.	$\frac{2}{35}$	9.	$\frac{13}{56}$				

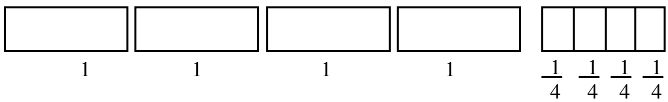
14.4 প্রকৃত, অপ্রকৃত, ও মিশ্র ভগ্নাংশ

প্রকৃত ও অপ্রকৃত ভগ্নাংশ

কোনও ভগ্নাংশের লবটি হরের থেকে ছোট হলে তাকে প্রকৃত ভগ্নাংশ বলে। অর্থাৎ, প্রকৃত ভগ্নাংশ মানেই হল তার মান একের থেকে ছোট, কারণ তা হল একের কোনও অংশ মাত্র। কিন্তু যদি কোনও ভগ্নাংশে দেখা যায় লবটি হল হরের থেকে বড়, তাহলে সেটি প্রকৃত ভগ্নাংশ নয়, কারণ তার মান একের থেকে বেশি পাব। এমনটা হলে আমরা ভগ্নাংশটিকে অপ্রকৃত ভগ্নাংশ বলব।

উদাহরণ দিয়ে ব্যাপারটা বোঝা যাক। 1টি রুটিকে চারজনের মধ্যে সমান ভাগ করে দিলে এক একজন পায় একটি রুটির চার ভাগের এক ভাগ, মানে $\frac{1}{4}$ অংশ। আবার 3টি রুটিকে চারজনের মধ্যে সমান ভাগ করে দিলে এক একজন পায় মোট 12টি টুকরোর 3টি করে টুকরো বা একটি রুটির $\frac{3}{4}$ অংশ। এগুলি সবই প্রকৃত ভগ্নাংশ, সকলেই একটি রুটির অংশ পাচ্ছে, পুরো একটি রুটি নয়। কিন্তু 4টি রুটি সমান ভাগে চারজনকে দিলে এক একজন পাবে $\frac{4}{4}$ বা 1টি করে রুটি । এটি একটি অপ্রকৃত ভগ্নাংশ, যার মান হল 1। মনে রাখো, ভগ্নাংশের লব ও হর সমান হলে তার মান 1 হয়। এবার মনে করো, 5টি রুটি চারজনের মধ্যে সমান ভাগ করে দেওয়া হল। তাহলে এক একজন রুটি পাবে

$\frac{5}{4}$ টি করে, যার মানে হল এক একজন পাবে পুরো একটি ও তার সাথে আরো একটি রুটির $\frac{1}{4}$ অংশ। নিচের ছবিটি দেখো।



আমরা শিখলাম,
ভগ্নাংশের লবটি হরের থেকে ছোট হলে তাকে প্রকৃত ভগ্নাংশ বলব। এর মান 1-এর থেকে কম।
ভগ্নাংশের লবটি হরের সমান বা তার থেকে বড় হলে তাকে অপ্রকৃত ভগ্নাংশ বলব। সমান হলে এর মান 1, ও লবটি বড় হলে মান হবে 1-এর বেশি।

অপ্রকৃত ভগ্নাংশের উদাহরণ $\frac{4}{4}, \frac{5}{4}, \frac{7}{3}, \frac{9}{5}, \frac{17}{6}, \frac{36}{21}$ ইত্যাদি ।

মিশ্র ভগ্নাংশ বা অপ্রকৃত ভগ্নাংশের মিশ্র আকার

ওপরের উদাহরণটি দেখো। 5টি রুটি চারজনের মধ্যে সমান ভাগ করে দেওয়া হলে এক একজন পাবে $\frac{5}{4}$ টি করে রুটি, যার মানে হল পুরো একটি ও তার সাথে আরও একটি রুটির $^{4}\frac{1}{4}$ অংশ।

লক্ষ করো, অপ্রকৃত ভগ্নাংশের লবটি হরের থেকে বড় বলে তাকে হর দিয়ে ভাগ করা যায়। এখানে 5-কে 4 দিয়ে ভাগ করলে ভাগফল হয় 1 ও ভাগশেষ থাকে 1। তাই, আমরা ভগ্নাংশটিকে এই ভাবে লিখতে পারি –

$$\frac{5}{4} = \frac{4+1}{4} = \frac{4}{4} + \frac{1}{4} = 1 + \frac{1}{4} \text{ বা সংক্ষিপ্ত রূপে } 1\frac{1}{4} \text{ ।}$$

অপ্রকৃত ভগ্নাংশকে এই সংক্ষিপ্ত আকারে (যোগ চিহ্নটি বাদ দিয়ে) লেখা হলে আমরা তাকে **মিশ্র ভগ্নাংশ** (Mixed fraction) রূপে পাই। একে মিশ্র বলা হয়, কারণ এর মধ্যে একটি পূর্ণ সংখ্যা ও একটি প্রকৃত ভগ্নাংশ আছে। ওপরের এই মিশ্র ভগ্নাংশটিকে পড়ব 1 পূর্ণ (বা সমস্ত) 4 ভাগের 1 ভাগ। এইভাবে –

$$\frac{12}{5} = \frac{10+2}{5} = \frac{10}{5} + \frac{2}{5} = 3\frac{2}{5} \quad \text{বা 3 পূর্ণ (বা সমস্ত) 5 ভাগের 2 ভাগ}$$

$$\frac{15}{4} = \frac{12+3}{4} = \frac{12}{4} + \frac{3}{4} = 2\frac{3}{4} \quad \text{বা 2 পূর্ণ (বা সমস্ত) 4 ভাগের 3 ভাগ}$$

$$\frac{31}{9} = \frac{27+4}{9} = \frac{27}{9} + \frac{4}{9} = 3\frac{4}{9} \quad \text{বা 3 পূর্ণ (বা সমস্ত) 9 ভাগের 4 ভাগ}$$

লক্ষ করো:

- মিশ্র ভগ্নাংশে যুক্ত যে প্রকৃত ভগ্নাংশটি আছে, তার হর ও অপ্রকৃত ভগ্নাংশের হর একই।
- অপ্রকৃত ভগ্নাংশের লবকে হর দিয়ে ভাগ করলে যে ভাগফল পাওয়া যায়, তা হল রূপান্তরিত মিশ্র ভগ্নাংশের পূর্ণ সংখ্যাটি, ও ভাগশেষ হল মিশ্র ভগ্নাংশের সঙ্গে যুক্ত প্রকৃত ভগ্নাংশটির লব।
- অপ্রকৃত ভগ্নাংশের লবটিকে যদি হর দিয়ে নিঃশেষে ভাগ করা যায়, কোনও ভাগশেষ না থাকে, তাহলে আমরা পাই পূর্ণ সংখ্যায় শুধু ভাগফলটি। এইক্ষেত্রে আমরা মিশ্র ভগ্নাংশ পাব না, পাব কোনও একটি পূর্ণ সংখ্যা।

মিশ্র ভগ্নাংশকে অপ্রকৃত ভগ্নাংশে রূপান্তর

আমরা দেখেছি যে মিশ্র ভগ্নাংশের দুটি অংশ আছে। প্রথমে থাকে একটি পূর্ণ সংখ্যা ও তার পাশে যোগ হয় একটি প্রকৃত ভগ্নাংশ। আমরা জানি, যেকোনও পূর্ণ সংখ্যাকে ভগ্নাংশের আকারে লেখা যায় তার নিচে হর হিসাবে 1 ধরে নিয়ে। সুতরাং, পূর্ণ সংখ্যাটিকে ভগ্নাংশের আকারে লিখে প্রকৃত ভগ্নাংশটির সাথে যোগ করে নিলেই আমরা অপ্রকৃত ভগ্নাংশটি পেতে পারি।

উদাহরণ: $2\frac{3}{5}$ মিশ্র ভগ্নাংশটিকে অপ্রকৃত ভগ্নাংশে রূপান্তর করা ।

$$2\ \frac{3}{5} = 2 + \frac{3}{5} = \frac{2}{1} + \frac{3}{5} = \frac{10+3}{5} = \frac{13}{5}$$

অর্থাৎ, সংক্ষেপে লিখতে পারি –

$$2\frac{3}{5} = \frac{2\text{x}5+3}{5} = \frac{13}{5}$$

মনে রাখো: মিশ্র ভগ্নাংশের যোগ বিয়োগ বা গুণ ভাগ করতে সেগুলিকে অপ্রকৃত ভগ্নাংশে রূপান্তরিত করে নিতে হবে।

$$\text{মিশ্র ভগ্নাংশ} = \frac{(\text{পূর্ণ সংখ্যাটি x হর}) + \text{লব}}{\text{হর}} = \text{অপ্রকৃত ভগ্নাংশ}$$

অনুশীলন 14.7 মিশ্র ও অপ্রকৃত ভগ্নাংশের রূপান্তর

1. অপ্রকৃত ভগ্নাংশগুলিকে মিশ্র ভগ্নাংশ আকারে লেখো –

a. $\frac{13}{5}$ b. $\frac{27}{7}$ c. $\frac{37}{12}$ d. $\frac{43}{8}$ e. $\frac{47}{9}$

2. মিশ্র ভগ্নাংশগুলিকে অপ্রকৃত ভগ্নাংশ করে লেখো –

a. $3\frac{3}{7}$ b. $4\frac{5}{9}$ c. $7\frac{3}{8}$ d. $6\frac{2}{9}$ e. $12\frac{5}{6}$

পাঠ 15. দশমিক ভগ্নাংশ – ধারণা এবং যোগ ও বিয়োগ

15.1 দশমিক ভগ্নাংশের ধারণা

যেসব ভগ্নাংশের হর 10 বা 10-এর 10 গুণ করে, মানে 100, 1000, 10000, ইত্যাদি, সেগুলিকে আর এক ভাবে লিখতে পারি, যাকে দশমিক ভগ্নাংশ (Decimal fraction) বলে।

দশমিক ভগ্নাংশের ধারণাটিকে বুঝতে আমরা প্রথমে 10-এর দশমিক ভগ্নাংশকে দেখব। কোনও কিছুকে দশটি সমান অংশে ভাগ করে তার অংশগুলিকে আমরা সাধারণ ভগ্নাংশে পাই –

$\frac{1}{10}$ $\frac{2}{10}$ $\frac{3}{10}$ $\frac{4}{10}$ $\frac{5}{10}$ $\frac{6}{10}$ $\frac{7}{10}$ $\frac{8}{10}$ $\frac{9}{10}$

দশমিক ভগ্নাংশে এগুলিকেই লেখা হবে –

0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9

এইভাবে লেখা দশমিক ভগ্নাংশের বিন্দুটিকে বলা হয়, দশমিক বিন্দু (Decimal point)। মিশ্র ভগ্নাংশের মতোই দশমিক বিন্দুর বাঁ দিকের সংখ্যা (ওপরের উদাহরণে সবকটিতেই শূন্য আছে) বোঝায় পূর্ণ অংশ ও ডান দিকের সংখ্যা বোঝায় ভগ্নাংশ। ওপরের দশ ভাগের দশমিক ভগ্নাংশগুলিকে দশের অংশ হিসাবে বলা হয় –

0.1	শূন্য দশমিক এক	এক দশমাংশ
0.2	শূন্য দশমিক দুই	দুই দশমাংশ
0.3	শূন্য দশমিক তিন	তিন দশমাংশ
0.4	শূন্য দশমিক চার	চার দশমাংশ
0.5	শূন্য দশমিক পাঁচ	পাঁচ দশমাংশ
0.6	শূন্য দশমিক ছয়	ছয় দশমাংশ
0.7	শূন্য দশমিক সাত	সাত দশমাংশ
0.8	শূন্য দশমিক আট	আট দশমাংশ
0.9	শূন্য দশমিক নয়	নয় দশমাংশ

মিশ্র দশমিক ভগ্নাংশ (Mixed decimal fraction)

এমন কোনও সংখ্যা, যা দশের থেকে বড় কিন্তু 10 দিয়ে নিঃশেষে ভাগ হয়না, তাকে দশটি ভাগে ভাগ করলে মিশ্র ভগ্নাংশ পাই, কারণ অপ্রকৃত রূপে এর লব হরের (10) থেকে বেশি। এই রকম হলে দশমিক ভগ্নাংশে কীভাবে লেখা হয় ও বলা হয় লক্ষ করতে হবে।

অপ্রকৃত ভগ্নাংশ	মিশ্র ভগ্নাংশ	দশমিক ভগ্নাংশ	বলা হয়
$\frac{25}{10}$	$2\frac{5}{10}$	2.5	দুই দশমিক পাঁচ
$\frac{37}{10}$	$3\frac{7}{10}$	3.7	তিন দশমিক সাত
$\frac{143}{10}$	$14\frac{3}{10}$	14.3	চোদ্দ দশমিক তিন
$\frac{899}{10}$	$89\frac{9}{10}$	89.9	ঊননব্বই দশমিক নয়
$\frac{1697}{10}$	$169\frac{7}{10}$	169.7	একশ ঊনসত্তর দশমিক সাত

এবারে আমরা দেখব 100 ভাগ হলে, অর্থাৎ, ভগ্নাংশের হর 100 হলে, তাকে দশমিক ভগ্নাংশে কীভাবে লেখা হয়। কয়েকটি উদাহরণ –

সাধারণ ভগ্নাংশ	দশমিক ভগ্নাংশ	বলা হয়	যার অর্থ হল
$\frac{1}{100}$	0.01	দশমিক শূন্য এক	এক শতাংশ
$\frac{2}{100}$	0.02	দশমিক শূন্য দুই	দুই শতাংশ
$\frac{7}{100}$	0.07	দশমিক শূন্য সাত	সাত শতাংশ
$\frac{19}{100}$	0.19	দশমিক এক নয়	ঊনিশ শতাংশ
$\frac{97}{100}$	0.97	দশমিক নয় সাত	সাতানব্বই শতাংশ

মনে রাখো দশমিক বিন্দুর পরের (ডানদিকের) সংখ্যা পড়ার নিয়ম:
আমরা 0.19-কে বলব দশমিক এক নয়; দশমিক ঊনিশ বলব না; 0.97-কে বলব দশমিক নয় সাত, দশমিক সাতানব্বই নয়। অর্থাৎ, দশমিক বিন্দুর পরে

(ডানদিকে) যে অঙ্কগুলি থাকবে তাদের আলাদা আলাদা করে বলতে হবে, মিলিত করে একটি সংখ্যা হিসাবে বলা হবে না।

এমন কোনও সংখ্যা, যা 100 থেকে বড় কিন্তু 100 দিয়ে নিঃশেষে ভাগ হয়না, তাকে একশটি ভাগে ভাগ করলেও আমরা মিশ্র ভগ্নাংশ পাব, যার হর 100। এগুলিকেও আমরা দশমিক ভগ্নাংশে সহজেই লিখতে পারব।

অপ্রকৃত ভগ্নাংশ	মিশ্র ভগ্নাংশ	দশমিক ভগ্নাংশ	বলা হয়
$\frac{307}{100}$	$3\frac{7}{100}$	3.07	তিন দশমিক শূন্য সাত
$\frac{1899}{100}$	$18\frac{99}{100}$	18.99	আঠারো দশমিক নয় নয়
$\frac{17697}{100}$	$176\frac{97}{100}$	176.97	একশ ছিয়াত্তর দশমিক নয় সাত

একই ভাবে কোনও কিছুকে হাজারটি সমান ভাগে ভাগ করলে আমরা এক অংশকে বলি এক সহস্রাংশ। সাধারণ ভগ্নাংশ হিসাবে লেখা হয় $\frac{1}{1000}$ আর দশমিক ভগ্নাংশ হিসাবে 0.001।

আমরা হাজার ভাগের দশমিক ভগ্নাংশকে লিখব এইভাবে –

$$\frac{3}{1000} = 0.003 \qquad \frac{16}{1000} = 0.016 \qquad \frac{278}{1000} = 0.278$$

$$\frac{4067}{1000} = 4.067 \qquad \frac{8703}{1000} = 8.703 \qquad \frac{21008}{1000} = 21.008$$

আমরা কোন কিছুকে দশ হাজার (অযুত) অংশে সমান ভাগ করে এক ভাগকে (এক অযুতাংশ) লিখতে পারি 0.0001। এভাবে কোনও কিছুকে আমরা ক্রমাগত ক্ষুদ্র থেকে ক্ষুদ্রতর অংশে ভাগ করে লিখতে পারব।

দশমিক ভগ্নাংশগুলির দশমিক বিন্দুর পরে (ডানদিকে) কতগুলি ঘর থাকবে তা লক্ষ করতে হবে।

$\frac{1}{10} = 0.1$ মানে এক দশমাংশ

$\frac{1}{100} = 0.01$ মানে এক শতাংশ

$\frac{1}{1000} = 0.001$ মানে এক সহস্রাংশ

$\frac{1}{10000}$ = 0.0001 মানে এক অযুতাংশ

লক্ষ করো: সাধারণ ভগ্নাংশটির হরে যতগুলি শূন্য আছে, দশমিক বিন্দুর পরে ঠিক ততগুলি ঘর থাকছে। অর্থাৎ, দশে যেহেতু একটি শূন্য তাই দশের দশমিক ভগ্নাংশে দশমিক বিন্দুর পরে একটি ঘর, একশতে যেহেতু দুটি শূন্য তাই একশর দশমিক ভগ্নাংশে দশমিক বিন্দুর পরে দুটি ঘর, হাজারে যেহেতু তিনটি শূন্য তাই হাজারের দশমিক ভগ্নাংশে দশমিক বিন্দুর পরে তিনটি ঘর, অযুতে যেহেতু চারটি শূন্য তাই অযুতের দশমিক ভগ্নাংশে দশমিক বিন্দুর পরে চারটি ঘর; এই ভাবে দশমিক বিন্দুর পরে কটি ঘর থাকবে তা স্থির হচ্ছে।

এবারে লক্ষ করো, দশমিক ভগ্নাংশে দশমিক বিন্দুর পরে শেষ ঘরটিতে আমরা সর্বদাই কোনও সংখ্যা পাচ্ছি, সেখানে শূন্য থাকছে না। এর কারণ, দশমিক বিন্দুর পরে শেষ ঘরটিতে শূন্য দিলেও তার ফলে ভগ্নাংশটির মানের কোনও পরিবর্তন হয় না, একই থাকে। উদাহরণ –

$0.3 = \frac{3}{10}$ আর, যদি লিখি 0.30, তার মান হবে $\frac{30}{100} = \frac{3 \times \cancel{10}}{10 \times \cancel{10}} = \frac{3}{10} = 0.3$

$0.075 = \frac{75}{1000}$ আর, $0.0750 = \frac{750}{10000} = \frac{75 \times \cancel{10}}{1000 \times \cancel{10}} = \frac{75}{1000} = 0.075$

মনে রাখো: দশমিক ভগ্নাংশের শেষে শূন্য লেখার প্রয়োজন নেই।

অনুশীলন 15.1 সাধারণ ও দশমিক ভগ্নাংশ

1. দশমিক ভগ্নাংশগুলি পড়ো ও কথায় লেখো

a. 0.7 b. 0.04 c. 0.188 d. 2.456 e. 0.0034

2. সাধারণ ভগ্নাংশ ও দশমিক ভগ্নাংশে লেখো

a. দশ ভাগের সাত ভাগ b. চার পূর্ণ বা সমস্ত দশ ভাগের চার ভাগ

c. তিন দশমাংশ d. সাত পূর্ণ বা সমস্ত পাঁচ দশমাংশ

e. ছয় শতাংশ f. তিন পূর্ণ একশ ভাগের তেত্রিশ ভাগ

g. আটত্রিশ সহস্রাংশ h. পঁয়ত্রিশ পূর্ণ তিন সহস্রাংশ

i. সতেরো পূর্ণ হাজার ভাগের সাতশ আঠারো ভাগ

j. তিনশ পঁচিশ পূর্ণ দশ হাজার ভাগের আট হাজার সাতশ বিয়াল্লিশ ভাগ

2. সাধারণ ভগ্নাংশকে দশমিক ভগ্নাংশে লেখো

a. $\frac{7}{10}$	b. $4\frac{3}{10}$	c. $17\frac{7}{10}$
d. $\frac{3}{100}$	e. $2\frac{69}{100}$	f. $23\frac{92}{100}$
g. $\frac{9}{1000}$	h. $75\frac{35}{1000}$	i. $732\frac{637}{1000}$

3. দশমিক ভগ্নাংশকে সাধারণ ও মিশ্র ভগ্নাংশে (লঘিষ্ঠ আকারে) লেখো

a. 0.09	b. 0.17	c. 5.69	d. 12.64
e. 0.032	f. 0.875	g. 1.004	h. 120.075
i. 47.219	j. 123.555	k. 200.005	l. 1000.005

15.2 দশমিক ভগ্নাংশের স্থানীয় মান

সংখ্যা বোঝানোর জন্য দশটি প্রতীক, যথা 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 এবং 0, ব্যবহার করে আমরা প্রথম দশটা সংখ্যা লিখি ও বুঝি। এই 10-কে ভিত্তি করে আমরা সংখ্যা গণনা করি দশমিক পদ্ধতিতে (Decimal system) ।

নিচের তালিকাটিতে মাঝের সংখ্যাটি 1, যার স্থান বা ঘরটিকে আমরা একক বলছি। তার বাঁদিকের ঘরগুলিতে সংখ্যা বেড়েছে 10 গুণ করে ও সংখ্যার মানকে নাম দিয়েছি, দশক, শতক, সহস্র (হাজার), অযুত (দশক হাজার), লক্ষ, নিযুত (দশক লক্ষ), কোটি, ইত্যাদি করে বাঁদিকে সংখ্যা ক্রমাগত বেড়েই চলতে পারে। সংখ্যার স্থানীয় মান আগে শিখেছি। এখন দেখব দশমিক অংশের স্থানীয় মান (Decimal fraction place value)।

দশ হাজার	হাজার	শতক	দশক	একক	দশমাংশ	শতাংশ	সহস্রাংশ	অযুতাংশ
10000	1000	100	10	1	$\frac{1}{10}$ =0.1	$\frac{1}{100}$ =0.01	$\frac{1}{1000}$ =0.001	$\frac{1}{10000}$ =0.0001

লক্ষ করো একক ঘরটির ডানদিকে দশমিক ভগ্নাংশের ঘরগুলিতে সংখ্যার মান কমেছে $\frac{1}{10}$ গুণ বা 10 করে ভাগ করে। সংখ্যার একক ঘরটির পরেই দশমিক বিন্দুটি দিয়ে বাঁদিকে পূর্ণ সংখ্যা ও ডানদিকে দশমিক অংশকে আলাদা করা হয়। ডানদিকের ঘরগুলির পর পর নাম, দশমাংশ, শতাংশ, সহস্রাংশ, অযুতাংশ, ইত্যাদি, যার স্থানীয় মান হল, 0.1, 0.01, 0.001, 0.0001, ইত্যাদি।

উদাহরণ হিসাবে দেখা যাক স্থানীয় মান দিয়ে 567.45 সংখ্যাটি।

দশ হাজার	হাজার	শতক	দশক	একক	দশমাংশ	শতাংশ	সহস্রাংশ	অযুতাংশ
10000	1000	100	10	1	$\frac{1}{10}$ =0.1	$\frac{1}{100}$ =0.01	$\frac{1}{1000}$ =0.001	$\frac{1}{10000}$ =0.0001
		5	6	7	4	5		

এখানে 567.45 -এর স্থানীয় মানগুলি পাই এভাবে –

শতাংশের ঘরে আছে বলে মান হল 0.05

দশমাংশের ঘরে আছে বলে মান হল 0.4

এককের ঘরে আছে বলে মান হল 7

দশকের ঘরে আছে বলে মান হল 60

শতকের ঘরে আছে বলে মান হল 500

অর্থাৎ, 567.45 = 500 + 60 + 7 + 0.4 + 0.05

স্থানীয় মান বের করে সংখ্যা বোঝার আর একটি উদাহরণ –

2546.1037-এর স্থানীয় মানগুলি হল –

2 আছে হাজারের ঘরে, তাই এই সংখ্যাতে এর মান 2000

5 আছে শতকের ঘরে, তাই এই সংখ্যাতে এর মান 500

4 আছে দশকের ঘরে, তাই এই সংখ্যাতে এর মান 40

6 আছে এককের ঘরে, তাই এই সংখ্যাতে এর মান 6

1 আছে দশমাংশের ঘরে, তাই এই সংখ্যাতে এর মান 0.1

0 আছে শতাংশের ঘরে, তাই এই সংখ্যাতে এর মান 0.00

3 আছে সহস্রাংশের ঘরে, তাই এই সংখ্যাতে এর মান 0.003

7 আছে অযুতাংশের ঘরে, তাই এই সংখ্যাতে এর মান 0.0007

অর্থাৎ, 2546.1037 = 2000+500+40+6+ 0.1+0.00+0.003+0.0007

অনুশীলন 15.2 দশমিক ভগ্নাংশের স্থানীয় মান

1. দশমিক ভগ্নাংশগুলি পড়ো ও স্থানীয় মানগুলি পাশে লেখো

			দশমাংশ		শতাংশ		সহস্রাংশ		অযুতাংশ
a.	0.28	2		8					
b.	0.56								

c.	0.03				
d.	0.005				
e.	0.405				
f.	0.0574				
g.	0.9206				
h.	0.0003				
i.	0.1023				
j.	0.4501				

2. দশমিক ভগ্নাংশগুলির দাগ দেওয়া সংখ্যাটির স্থানীয় মান লেখো

a.	$3.2\underline{9}$	9 শতাংশ	b.	$0.00\underline{3}$	3 সহস্রাংশ
c.	$4.\underline{0}59$		d.	$231.0\underline{1}$	
e.	$7.5\underline{6}9$		f.	$12.45\underline{0}7$	
g.	$0.238\underline{9}$		h.	$5.00\underline{5}01$	
i.	$5.78\underline{9}1$		j.	$8.979\underline{5}$	

3. দশমিক ভগ্নাংশকে স্থানীয় মানে ভেঙে লেখো ও সাধারণ ভগ্নাংশের যোগ হিসাবে দেখাও

a. $12.2753 = 12+0.2+0.07+0.005+0.0003 = \frac{12}{1} + \frac{2}{10} + \frac{7}{100} + \frac{5}{1000} + \frac{3}{10000}$

b. 0.76

c. 0.407

d. 5.894

e. 13.983

f. 78.0679

g. 40.7054

h. 1.0119

4. সাধারণ ভগ্নাংশকে দশমিক ভগ্নাংশে লেখো

a. $\frac{7}{10}+\frac{2}{100}$ $= 0.7+0.02$ $= 0.72$

b. $\frac{3}{10}+\frac{7}{100}$ $=$

c. $12+\frac{0}{10}+\frac{23}{100}+\frac{37}{1000}$ $=12+0.0+0.23+0.037 = 12.267$

d. $\frac{4}{10}+\frac{9}{100}+\frac{7}{1000}$ $=$

e. $14+\frac{3}{10}+\frac{3}{100}+\frac{9}{1000}$ $=$

f. $234+\frac{4}{10}+\frac{0}{100}+\frac{77}{1000}$ $=$

g. $12+\frac{9}{10}+\frac{7}{100}+\frac{65}{1000}+\frac{3}{10000}$ $=$

h. $754+\frac{7}{10}+\frac{0}{100}+\frac{897}{10000}$ $=$

i. $\frac{3}{10}+\frac{5}{100}+\frac{17}{10000}$ $=$

15.3 দশমিক ভগ্নাংশের তুলনা করা

পূর্ণ সংখ্যার তুলনা করাকে মনে করো। যদি দুটি সংখ্যাতে অঙ্কের সংখ্যা সমান না হয়, তবে যে সংখ্যাতে অঙ্কের সংখ্যা বেশি সেটি বড় আর অন্যটি ছোট। কিন্তু যদি দুটিরই অঙ্কের সংখ্যা সমান হয় তাহলে আমরা শুরু করি সংখ্যার বাঁদিকের প্রথম ঘরটির মানের তুলনা করে। এখানে যেটি বড়, সেই সংখ্যাটি বড়, অন্যটি ছোট। কিন্তু যদি দেখা যায় এই ঘরে দুটি সংখ্যার মান একই, তাহলে আমরা ডানদিকে তার পরের ঘরটির মান তুলনা করব।

উদাহরণ হিসাবে দেখা যাক 23499 ও 23501। দুটি সংখ্যারই অঙ্কের সংখ্যা সমান ও অযুতের (দশক হাজার) ঘরে ও দুটির মান সমান। সুতরাং পরের ঘরটি দেখতে হবে। পরের সহস্রের (হাজার) ঘরেও দুটি সংখ্যারই মান 3, তাই এখানেও সমান । এর পরের শতকের ঘরে প্রথম সংখ্যাটির মান 4 ও দ্বিতীয়টির মান 5 (বড়)। তাই দ্বিতীয় সংখ্যা, 23501 হল বড়।

দশমিক ভগ্নাংশের তুলনা আমরা একই ভাবে করব। প্রথমে লক্ষ করো –

$$\frac{1}{10} > \frac{1}{100} > \frac{1}{1000} > \frac{1}{10000}$$

$$\text{বা, } 0.1 > 0.01 > 0.001 > 0.0001$$

সুতরাং, যে দশমিক ভগ্নাংশটির দশমাংশের (দশমিক বিন্দুর পরে প্রথম ঘরের) মান বড়, সেই দশমিক ভগ্নাংশটি হল বড়। মান সমান হলে আমাদের দেখতে হবে পরের ঘরটি বা শতাংশের (দশমিক বিন্দুর পরের দ্বিতীয় ঘরের) মান। যার মান এখানে বড়, সেই দশমিক ভগ্নাংশটি হল বড়। এখানেও মান সমান হলে আমাদের দেখতে হবে তার পরের ঘরটি বা সহস্রাংশের (দশমিক বিন্দুর পরে তৃতীয় ঘরের) মান। এই ভাবে আমরা দশমিক ভগ্নাংশের তুলনা করতে পারব।

উদাহরণ: 234.3593 ও 234.3493 সংখ্যাদুটির কোন্‌টি বড়?

বাঁদিকের শেষ ঘরটি থেকে তুলনা করতে শুরু করব। দেখা যাচ্ছে, দুটি সংখ্যাতেই পূর্ণ সংখ্যার শতক, দশক, ও একক ঘরের মান সমান, 234। তাই এরপর দশমিক অংশের তুলনা দেখতে হবে। দুটি সংখ্যাতেই দশমাংশের ঘরে আছে 3। তাই এখানেও মান সমান। কিন্তু এরপরে শতাংশের ঘরে, প্রথম সংখ্যাটিতে আছে 5 ও দ্বিতীয়টিতে আছে 4। সুতরাং, প্রথম সংখ্যাটি বড়।

$$234.3\underline{5}93 > 234.3\underline{4}93 \quad \text{(বড় থেকে ছোট)}$$

$$\text{অথবা, } 234.3\underline{4}93 < 234.3\underline{5}93 \quad \text{(ছোট থেকে বড়)}$$

অনুশীলন 15.3 দশমিক ভগ্নাংশের তুলনা

1. দশমিক ভগ্নাংশকে বড় থেকে ছোট (> চিহ্ন দিয়ে) সাজিয়ে লেখো
   - a. 0.43, 0.52, 0.63
   - b. 0.17, 0.27, 0.47, 0.29
   - c. 2.03, 0.63, 0.36, 0.19
   - d. 0.399, 0.339, 0.998, 0.909
   - e. 100.09, 1.019, 1.909
   - f. 0.1205, 0.2150, 0.028, 0.31
   - g. 0.758, 7.58, 0.0758, 0.5078
   - h. 0.131, 0.139, 0.009, 0.1309

2. দশমিক ভগ্নাংশকে ছোট থেকে বড় (< চিহ্ন দিয়ে) সাজিয়ে লেখো
   - a. 0.302, 0.234, 0.099, 0.0121
   - b. 0.215, 0.153, 0.205, 0.165
   - c. 2.451, 2.541, 2.325, 1.999
   - d. 5.567, 5.657, 5.299, 5.909
   - e. 10.5, 1.05, 1.105, 0.105
   - f. 0.625, 0.652, 0.562, 0.265

g. 0.808, 8.08, 0.8081 h. 9.999, 9.099, 90.99, 90.09

15.4 দশমিক ভগ্নাংশের যোগ ও বিয়োগ

আগে পূর্ণ সংখ্যার যোগ ও বিয়োগ শিখেছি। দশমিক ভগ্নাংশের যোগ ও বিয়োগ (Decimal fraction addition and subtraction) একই নিয়মে করব। কোনও সংখ্যার দশমাংশের যোগ হবে অন্য সংখ্যার দশমাংশের সাথে, শতাংশের যোগ হবে শতাংশের সাথে, সহস্রাংশের যোগ হবে সহস্রাংশের সাথে। বিয়োগও হবে একই ভাবে ।

খেয়াল রাখতে হবে, যোগ বা বিয়োগের জন্য সংখ্যাগুলিকে ওপরে নিচে সাজিয়ে লেখার সময় যেন দশমিক বিন্দুটি ওপর-নিচে এক লাইনে থাকে, আর বিয়োগ করা হবে বড় সংখ্যা থেকে ছোট সংখ্যার।

আমরা আগের মতোই যোগ বা বিয়োগ শুরু করব ডান দিকের শেষ ঘরটি থেকে, ও যোগফল বা বিয়োগফল ঘরগুলির নিচে লিখব।

উদাহরণ 1. যোগ করো 32.45 + 7.34

$$\begin{array}{r} 32.45 \\ \underline{7.34} \\ 39.79 \end{array}$$

দশক	একক	দশমাংশ	শতাংশ
3	2	4	5
	7	3	4
3	9	7	9

এমনটা হতেই পারে যে যোগ বা বিয়োগ করার সংখ্যাগুলির কোনোটিতে হয়ত এক দশমিক স্থান (দশমাংশ) আছে, কোনোটিতে হয়ত দুই (শতাংশ) বা তিন দশমিক (সহস্রাংশ) স্থান পর্যন্ত আছে। আমরা জানি যে দশমিক ভগ্নাংশের শেষে শূন্য দিলেও তার মান অপরিবর্তিত থাকে।

তাই, যোগ বা বিয়োগের সময় আমরা বুঝতে সুবিধার জন্য দশমিক ভগ্নাংশের শেষে প্রয়োজন মতো শূন্য বসিয়ে নেব, সংখ্যাগুলির দশমিক ভগ্নাংশের ঘরগুলি সমান করে নিতে।

উদাহরণ 2. যোগ করো 20.4 + 21.45+1.003

দশক	একক	দশমাংশ	শতাংশ	সহস্রাংশ
2	0	4	0	0
2	1	4	5	0
	1	0	0	3
4	2	8	5	3

20.400
21.450
1.003
42.853

হাতে নিয়ে যোগ ও বিয়োগের পদ্ধতি আগে যা শিখেছি তা এখানে ব্যবহার করতে হবে একই ভাবে। কোনও ঘরের যোগফল দশের বেশি হলে দশক সংখ্যাটি হাতে রেখে বাঁদিকের আগের ঘরে যোগ করতে হবে। বিয়োগের সময় কোনও ঘরের বিয়োজন সংখ্যাটি বিয়োজ্য থেকে ছোট হলে বাঁদিকের আগের ঘর থেকে এক দশ ধার নিয়ে বিয়োগটি করতে হবে ও সেই ঘরের বিয়োজন সংখ্যাটিকে এক দশ কমাতে হবে।

উদাহরণ 3. যোগ করো 27.73 + 24.68

27.73
24.68
52.41

দশক	একক	দশমাংশ	শতাংশ
2^{+1}	7^{+1}	7^{+1}	3
2	4	6	8
5	2	4	1

উদাহরণ 4. বিয়োগ করো 32.43 – 25.75

32.43
25.75
6.68

দশক	একক	দশমাংশ	শতাংশ
3^{-1}	2^{-1}	4^{-1}	3
2	5	7	5
	6	6	8

উদাহরণ 5. বিয়োগ করো 62.83 – 45.95

62.83
45.95
16.88

দশক	একক	দশমাংশ	শতাংশ
6^{-1}	2^{-1}	8^{-1}	3
4	5	9	5
1	6	8	8

অনুশীলন 15.4 দশমিক ভগ্নাংশের যোগ ও বিয়োগ

1. যোগফল বের করো

a.	2.53+4.21	b.	7.53+8.22
c.	13.75+7.38	d.	15.083+9.2
e.	4.0567+12.94	f.	12.949+32.0617

2. বিয়োগফল বের করো

a.	0.096–0.043	b.	0.94–0.1078
c.	12.001–6.234	d.	5.101–4.2356
e.	7.53–2.399	f.	4.1019–2.9

উত্তর 15.4

	a.	b.	c.	d.	e.	f.
1.	6.74	15.75	21.13	24.283	16.9967	45.0107
2.	0.053	0.8322	5.767	0.8654	5.131	1.2019

পাঠ 16. সাধারণ ও দশমিক ভগ্নাংশের গুণ ও ভাগ

16.1 সাধারণ ভগ্নাংশের গুণ (Common fraction multiplication)

ভগ্নাংশ ও পূর্ণ সংখ্যার গুণ

আমরা একটি পূর্ণ সংখ্যাকে আরেকটি পূর্ণ সংখ্যা দিয়ে গুণ করা শিখেছি। জেনেছি যে গুণ করা হল বার বার যোগ করার প্রক্রিয়া। 2 ও 3-এর গুণ মানে হল 2-কে 3 বার যোগ করা (2+2+2 = 6) বা 3-কে 2 বার যোগ করা (3+3=6)। একই ভাবে আমরা ভগ্নাংশ ও পূর্ণ সংখ্যার গুণ বুঝতে পারি।

ভগ্নাংশকে পূর্ণ সংখ্যা দিয়ে গুণ করা –'বার' কথাটির অর্থ

মনে করো একটি ব্যাঙ এক এক বারে লাফ দিয়ে পার হয় $\frac{3}{4}$ মিটার (মিটার হল দূরত্বের একটি পরিমাপ, যা আমরা পরে শিখব)। 4 **'বার'** লাফ দিয়ে ব্যাঙটি কত মিটার পার হবে? সহজেই বুঝতে পারি, $\frac{3}{4}$-কে 4বার যোগ করলেই আমরা উত্তরটি পেয়ে যাব।

$$\xrightarrow{\quad\frac{3}{4}\quad}\xrightarrow{\quad\frac{3}{4}\quad}\xrightarrow{\quad\frac{3}{4}\quad}\xrightarrow{\quad\frac{3}{4}\quad}$$

তাই উত্তর হবে $\frac{3}{4}+\frac{3}{4}+\frac{3}{4}+\frac{3}{4}=\frac{3+3+3+3}{4}=\frac{12}{4}=\frac{3}{1}=3$ মিটার ।

সুতরাং, এখানে আমরা গুণ হিসাবে লিখতে পারি $\frac{3}{4}\text{x}4=\frac{3\text{x}4}{4}=\frac{12}{4}=3$।

অর্থাৎ, আমরা নিয়ম হিসাবে মনে রাখব: ভগ্নাংশকে পূর্ণ সংখ্যা দিয়ে গুণ করতে হলে আমরা <u>ভগ্নাংশটির লবকে পূর্ণ সংখ্যাটি দিয়ে গুণ</u> করব।

পূর্ণ সংখ্যাকে ভগ্নাংশ দিয়ে গুণ করা – 'এর' কথাটির অর্থ

এই ক্ষেত্রে পূর্ণ সংখ্যাকে ভগ্নাংশ দিয়ে গুণ করাকে আমাদের বুঝতে হয় অন্য ভাবে, কারণ ভগ্নাংশের মধ্যেই ভাগ করা আছে, তাই একে যোগ করা হিসাবে দেখা যাবে না। একে ভাগ করা হিসাবেই দেখতে হবে। মনে করো তোমার 12টি রুটি আছে। **'এর'** চার ভাগের তিন ভাগ (মানে $\frac{3}{4}$ অংশ) তুমি ভাই-বোনদের দিলে। ভাই-বোনদের মোট কটা রুটি দিলে?

এখানে 'এর' কথাটি বিশেষ করে লক্ষ করো। 12টি রুটি-র 4 ভাগ মানে এক একটি ভাগে আছে 3টি করে রুটি । তাহলে 3টি ভাগে হবে মোট 9টি (3x3) রুটি । একে আমরা লিখব পূর্ণ সংখ্যাকে গুণ করা হিসাবে –

12-**র** $\frac{3}{4}=12\text{ x }\frac{3}{4}=\frac{12\text{x}3}{4}=\frac{36}{4}=\frac{9}{1}$

এবার লক্ষ করো, এই দুটি ক্ষেত্রে কীভাবে গুণ করা হচ্ছে।

$\frac{3}{4}$ করে 4 **বার** মানে $\frac{3x4}{4} = 3$

12-**র** $\frac{3}{4}$ মানে $\frac{12x3}{4} = 9$

দুটি ক্ষেত্রেই আমরা পূর্ণ সংখ্যা ও ভগ্নাংশের গুণ করা পাচ্ছি, ও গুণটিও হচ্ছে একই ভাবে – ভগ্নাংশের লবটিকে পূর্ণ সংখ্যাটি দিয়ে গুণ করা হচ্ছে। কিন্তু, এই দুটি ক্ষেত্রের অর্থের তফাত বিশেষ করে বুঝতে হবে – কখন আমরা পাব '....এর ... অংশ', আর কখন আমরা পাব '.... অংশ করে .... বার'।

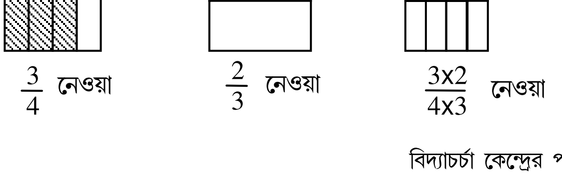
মনে রাখো: পূর্ণ সংখ্যা ও ভগ্নাংশকে গুণ করতে আমরা ভগ্নাংশের লবকে পূর্ণ সংখ্যাটি দিয়ে গুণ করি, হরটিকে একই রেখে, ও গুণফল হিসাবে যে ভগ্নাংশটি পাই তাকে লঘিষ্ঠ আকারে লিখি।

ভগ্নাংশকে ভগ্নাংশ দিয়ে গুণ করা

একটি ভগ্নাংশকে আর একটি ভগ্নাংশ দিয়ে গুণ করা ঘটবে যখন একটি ভগ্নাংশকে আমরা আর একটি ভগ্নাংশের অংশ হিসাবে বার করতে চাইব, যেমন ধরা যাক, $\frac{3}{4}$ -এর $\frac{2}{3}$ অংশ ।

এর অর্থ হল, প্রথমে চার ভাগ করে তার তিন ভাগ, নেওয়া হল, তারপর যা পেলাম তার থেকে আবার তিন ভাগের দুই ভাগ, নেওয়া হল। তাহলে আমরা ওই জিনিষটির কত অংশ পাব?

নিচের ছবি তিনটি দেখো । প্রথমটিতে চারভাগের তিন ভাগ $\frac{3}{4}$ ও দ্বিতীয়টিতে তিন ভাগের দুই ভাগ $\frac{2}{3}$ দেখানো হয়েছে। কিন্তু আমরা চাই, চার ভাগের তিন ভাগ-এর তিন ভাগের দুই ভাগ। এটা আমরা তৃতীয় ছবিটিতে পাই।



$\frac{3}{4}$ নেওয়া $\qquad$ $\frac{2}{3}$ নেওয়া $\qquad$ $\frac{3x2}{4x3}$ নেওয়া

এখানে দেখতে পাচ্ছি, $\frac{3}{4}$-এর $\frac{2}{3}$ বললে আমরা দুটি ভগ্নাংশের গুণ পাই –

$$\frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{3 \times 2}{4 \times 3} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

ওপরের তৃতীয় ছবিটি লক্ষ করো। পাশাপাশি চার ভাগ করা হয়েছে ও ওপর-নিচে তিন ভাগ করা হয়েছে। ফলে, মোট 12টি (3x4) ভাগ করা হয়েছে ও তার থেকে নেওয়া হয়েছে 6টি (3x2) ভাগ। তাই আমরা পেয়েছি $\frac{6}{12}$ বা $\frac{1}{2}$।

আর একটি উদাহরণ ভাবো। তোমাদের গাছ থেকে 20টি আম পাড়া হল। তার পাঁচ ভাগের তিন ভাগ তুমি পেলে। তুমি তার তিন ভাগের দুই ভাগ তোমার বোনকে দিলে। তোমার বোন কটা আম পেল?

এর উত্তর হবে 20টি আমের $\frac{3}{5}$ -এর $\frac{2}{3}$

বা $20 \times \frac{3}{5} \times \frac{2}{3} = 20 \times \frac{3 \times 2}{5 \times 3} = 20 \times \frac{6}{15} = 20 \times \frac{2}{5} = 8$টি আম ।

আবার দেখো, এভাবেও করা যায় : তুমি পেলে 20টি আমের $\frac{3}{5} = 12$ টি আম। তাহলে বোন পেল 12টি আমের $\frac{2}{3} = 8$টি আম।

মনে রাখো:

- একটি ভগ্নাংশকে আরেকটি ভগ্নাংশ দিয়ে গুণ করলে আমরা গুণফল হিসাবে একটি ভগ্নাংশ পাই, যার লব হল ভগ্নাংশ দুটির লবের গুণফল, আর হর হল ভগ্নাংশ দুটির হরের গুণফল।
- ভগ্নাংশ গুণ করার সময় আমরা লব ও হরগুলির কোনও সাধারণ গুণনীয়ক থাকলে তা দিয়ে ভাগ করে ভগ্নাংশটিকে লঘিষ্ঠ আকারে লিখব।

$$\frac{\cancel{20}^{4}}{\cancel{36}_{12}} \times \frac{\cancel{3}}{\cancel{5}} = \frac{\cancel{4}}{\cancel{12}_{3}} = \frac{1}{3}$$

- ভগ্নাংশ গুণ করার সময় কোনও মিশ্র ভগ্নাংশ থাকলে তাকে অপ্রকৃত ভগ্নাংশে রূপান্তরিত করে নিতে হবে। কিন্তু গুণফলটিতে অপ্রকৃত ভগ্নাংশে আসলে তাকে মিশ্র ভগ্নাংশের আকারে লিখতে হবে। উদাহরণ দেখো –

$$3\frac{3}{4} \times 2\frac{2}{5} = \frac{\cancel{15}^{3}}{\cancel{4}} \times \frac{\cancel{12}^{3}}{\cancel{5}} = 9$$

$$1\frac{3}{4} \times 3\frac{1}{5} = \frac{7}{\cancel{4}} \times \frac{\cancel{16}^{4}}{5} = \frac{28}{5} = 5\frac{3}{5}$$

16.2 সাধারণ ভগ্নাংশের ভাগ (Common fraction division)

বিপরীত ভগ্নাংশ

ভগ্নাংশ দিয়ে ভাগ করা বুঝতে আমাদের অন্যোনক বা বিপরীত ভগ্নাংশের (ইংরেজিতে Reciprocal fraction) ধারণাটি জেনে নিতে হবে। প্রত্যেক ভগ্নাংশেরই লব ও হর আছে। কোনও ভগ্নাংশকে উল্টে নিয়ে তার লবকে হর ও হরকে লব করে লিখলে আমরা ভগ্নাংশটির বিপরীত ভগ্নাংশ পাই, যেমন – $\frac{3}{4}$ ভগ্নাংশটির লব 3 ও হর 4 । লব ও হর উল্টে নিয়ে লিখলে পাই, $\frac{3}{4}$ -এর বিপরীত ভগ্নাংশ $\frac{4}{3}$। একই ভাবে $\frac{5}{7}$এর বিপরীত ভগ্নাংশ হল $\frac{7}{5}$ও $\frac{8}{5}$ -এর বিপরীত ভগ্নাংশ হল $\frac{5}{8}$ ।

এবারে লক্ষ করো, কোনও ভগ্নাংশকে তার বিপরীত ভগ্নাংশ দিয়ে গুণ করলে আমরা গুণফল পাই 1, কারণ ভগ্নাংশের লবটি কাটাকাটি (নিজেকে দিয়েই ভাগ) হয়ে যায় বিপরীত ভগ্নাংশের হরের সাথে, এবং হরটি কাটাকাটি হয়ে যায় বিপরীত ভগ্নাংশের লবের সাথে ।

$\frac{3}{4} \times \frac{4}{3} = 1;$ $\qquad$ $\frac{8}{5} \times \frac{5}{8} = 1$

মনে রাখো: কোনও ভগ্নাংশ x তার বিপরীত ভগ্নাংশ = 1

সাধারণ ভগ্নাংশ দিয়ে ভাগ

আমরা কোনও পূর্ণ সংখ্যাকে আরেকটি পূর্ণ সংখ্যা দিয়ে ভাগ করা শিখেছি। ভগ্নাংশ দিয়ে ভাগ করা বুঝতে সেই ভাগের ধারণাকেই আবার দেখে নেব।

আমরা জানি, 8-কে 4 দিয়ে ভাগ করলে পাই 2। এর অর্থ কী? এর অর্থ, 8 থেকে 4 করে নেওয়া যায় 2 বার, বা 8-কে 4 করে ভাগ করলে আমরা 2টি ভাগ পাই। মনে করো 8টি কলা আছে। 4টি করে কলা নিয়ে এক একজনকে দিলে 2 জনকে দেওয়া যায় (বা 4 জনকে কলাগুলি ভাগ করে দিলে এক একজন 2টি করে কলা পায়)। এই ভাবে আমরা বলতে পারি, 8টি কলা থেকে 2টি করে দিলে 4 জনকে দেওয়া যাবে, 1টি করে দিলে 8 জনকে দেওয়া যাবে। তাহলে ভাবা যাক, $\frac{1}{2}$ টি করে কলা দিলে কতজনকে দেওয়া যাবে? সহজেই বুঝতে পারি, উত্তর হল, 16 জনকে। অন্য ভাবে বলা যায়, 8 থেকে $\frac{1}{2}$ করে 16 বার নেওয়া যায়। তাই,

$\frac{8}{4} = 2;\ \frac{8}{2} = 4;\ \frac{8}{1} = 8;$ আর $\frac{8}{\frac{1}{2}} = 16$ ও এইভাবে, $\frac{9}{\frac{3}{4}} = 12$

দেখা গেল, কোনও সংখ্যাকে পূর্ণ সংখ্যা দিয়ে ভাগ করলে উত্তরে যে সংখ্যাটি পাই তা ভাজ্য সংখ্যাটির থেকে ছোট (বা 1 দিয়ে ভাগ করলে সমান হবে)। কিন্তু, প্রকৃত ভগ্নাংশ দিয়ে ভাগ করলে যা ছিল তার থেকে বেশি সংখ্যা পাব। ধরা যাক, 6টি কাঠি আছে। এগুলির 3টি করে এক এক ভাগে রাখলে আমরা 2টি ভাগ পাব। কিন্তু 6টি কাঠির প্রত্যেক কাঠিকেই $\frac{1}{3}$ টুকরো করে ভাঙলে 18টি ভাগ পাব, কারণ এক একটি কাঠি থেকে 3টি করে টুকরো পাচ্ছি ও 6টি কাঠি থেকে 3x6 বা 18টি কাঠি পাচ্ছি। এইভাবে আমরা পাচ্ছি –

$$\frac{8}{\frac{1}{2}} = \frac{8}{1} \times \frac{2}{1} = 16; \quad \frac{9}{\frac{3}{4}} = \frac{9}{1} \times \frac{4}{3} = 12; \quad \frac{6}{\frac{1}{3}} = \frac{6}{1} \times \frac{3}{1} = 18$$

ভগ্নাংশ দিয়ে ভাগ করার অর্থ হল প্রত্যেকটিকে আমরা ভগ্নাংশটির হরের সংখ্যাটিতে ভাঙছি, তাই আমরা হর দিয়ে গুণ করে মোট কটা অংশ হবে সেটা পাচ্ছি। এরপর ভগ্নাংশের লবটি বলছে এই মোট অংশগুলি থেকে কটা ভাগে নেওয়া হবে। তাই এই মোট অংশকে লবটি দিয়ে ভাগ করতে হবে। যেমন আমরা ওপরে দেখছি $9 \div \frac{3}{4}$-এর মানে হল 9টির প্রত্যেকটিকে 4টি করে অংশে ভেঙে আমরা (9x4) বা 36টি অংশ পাই ও ওই 36টি অংশের থেকে 3টি ভাগে আমরা 12টি অংশ পাই। এই কারণে ভগ্নাংশ দিয়ে ভাগ করা মানে বিপরীত ভগ্নাংশটি দিয়ে গুণ করা।

মনে রাখো: ভগ্নাংশ দিয়ে ভাগ করার মানে বিপরীত ভগ্নাংশটি দিয়ে গুণ করা।

ভগ্নাংশের ভাগের কয়েকটি উদাহরণ –

a. $\frac{3}{4} \div 6 = \frac{3}{4} \div \frac{6}{1} = \frac{3}{4} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{8}$ b. $1\frac{5}{9} \div 7 = \frac{14}{9} \div \frac{7}{1} = \frac{14}{9} \times \frac{1}{7} = \frac{2}{9}$

c. $21 \div 1\frac{1}{2} = \frac{21}{1} \div \frac{3}{2} = \frac{21}{1} \times \frac{2}{3} = 14$

d. $\dfrac{\frac{21}{50}}{\frac{42}{75}} = \frac{21}{50} \div \frac{42}{75} = \frac{21}{50} \times \frac{75}{42} = \frac{3}{4}$

e. তুমি গাছ থেকে আম পাড়লে। আমগুলির $\frac{1}{4}$ অংশ নিজের জন্য রেখে, বাকি আমগুলি দুই বোনকে সমান ভাগে ভাগ করে দিলে। এক একজন বোন আমগুলির কত অংশ পেল? এক একজন বোন 3টি করে আম পেলে মোট কটি আম তুমি পেড়েছিলে?

সমাধান : প্রথম প্রশ্ন – এক একজন বোন কত অংশ পেল ?

$\frac{1}{4}$ অংশ নিজের জন্য রাখলে বাকি থাকে $1-\frac{1}{4}=\frac{4-1}{4}=\frac{3}{4}$ অংশ, যা তুমি দুই বোনকে দিলে। তাহলে এক একজন বোন পেল –

$$\frac{3}{4}\div 2=\frac{3}{4}\div\frac{2}{1}=\frac{3}{4}\times\frac{1}{2}\ =\frac{3}{8}$$ অংশ। এর মান হল 3।

দ্বিতীয় প্রশ্ন – মোট কটি আম পেড়েছিলে? বিপরীত ভগ্নাংশ দিয়ে গুণ করে সহজেই উত্তর পাই 8 টি আম ।

[আমরা আগে অজানা সংখ্যা দিয়ে খোলা গাণিতিক বাক্য শিখেছি ও দেখেছি কীভাবে খোলা গাণিতিক বাক্যের থেকে আমরা অজানা সংখ্যাটির মান বের করতে পারি। আমরা সেই পদ্ধতিটিরও ব্যবহার এখানে দেখব।]

মোট কটি আম পাড়া হয়েছিল, সেই সংখ্যাটি আমাদের অজানা। মনে করি এই অজানা সংখ্যাটি হল X । আমরা আগে পেয়েছি যে এক একজন বোন পায় মোট আমের $\frac{3}{8}$ অংশ, যার মান হল 3। তাহলে আমরা এই ক্ষেত্রে একটি খোলা গাণিতিক বাক্য লিখতে পারি –

X -এর $\frac{3}{8}$ অংশ = 3টি আম

বা, $X \times \frac{3}{8} = 3$

আমরা আগে শিখেছি যে, সমান চিহ্ন বা তুলনা চিহ্নের বাঁদিক থেকে ডান দিকে অথবা ডানদিক থেকে বাঁদিকে কোনও রাশি বা সংখ্যাকে নিয়ে গেলে তার সামনের প্রক্রিয়া চিহ্ন (যোগ-বিয়োগ বা গুণ-ভাগ) উল্টে যায়। সেই নিয়মে $\frac{3}{8}$ -কে ডানদিকে নিয়ে আমরা লিখব –

$X = 3\div\frac{3}{8}=\frac{3}{1}\times\frac{8}{3}\ = 8$ টি আম ।

অনুশীলন 16.1 সাধারণ ভগ্নাংশের গুণ ও ভাগ

1. গুণফল বার করো

a. $\frac{2}{7}\times 21$ b. $27\times\frac{4}{9}$ c. $\frac{5}{6}\times\frac{3}{7}$ d. $\frac{14}{36}\times 3\frac{3}{7}$

e. $\frac{3}{8}\times\frac{24}{36}$ f. $\frac{3}{8}\times\frac{2}{9}\times 24$ g. $\frac{3}{7}\times\frac{14}{27}\times\frac{36}{80}$ h. $8\frac{3}{4}\times 3\frac{1}{5}\times 6\frac{2}{8}$

2. ভাগফল বার করো

a. $5\div\frac{5}{8}$ b. $\frac{7}{9}\div 14$ c. $4\frac{3}{8}\div 1\frac{3}{4}$ d. $\frac{24}{36}\div\frac{8}{9}$

e. $\frac{27}{56}\div\frac{9}{14}$ f. $\frac{17}{50}\div\frac{34}{75}$ g. $5\div\frac{15}{16}\div\frac{2}{3}$ h. $\frac{22}{33}\div\frac{2}{11}\div\frac{2}{3}$

3. মান নির্ণয় করো

a. $\frac{3}{4}$ করে 8 বার b. $\frac{6}{14}$ করে 7 বার c. $\frac{6}{30}$ করে 10 বার

d. 10-এর $\frac{3}{5}$ e. $\frac{12}{15}$ -এর $\frac{5}{6}$ f. $8\frac{3}{4}$ -এর $2\frac{2}{5}$

4. সাত জন মিলে প্রত্যেকে $1\frac{3}{7}$ গ্লাস করে দুধ রাখল একটি কলসীতে। কলসীতে মোট কত গ্লাস দুধ আছে?

5. তোমার ভাইয়ের বয়েস তোমার বয়েসের $\frac{3}{4}$ অংশ। তোমার বয়েস 16 হলে, ভাইয়ের বয়েস কত?

6. বোনের বয়েস ভাইয়ের বয়েসের $\frac{2}{3}$ অংশ। বোনের বয়েস 8 হলে, ভাইয়ের বয়েস কত? [ভাইয়ের বয়েসকে অজানা সংখ্যা x ধর]

7. মনে করো ভাগফলকে 5 দিয়ে গুণ করলে আমরা ভাজক পাই। ভাগফল $\frac{12}{15}$ হলে, ভাজ্য কত? [ব্যবহার করো, ভাগফল x ভাজক=ভাজ্য।]

8. কোনও একটি সংখ্যাকে $1\frac{5}{7}$ দিয়ে ভাগ করে ভাগফল পেলাম $2\frac{1}{3}$ । সংখ্যাটি কত?

9. এমন একটি সংখ্যা বার কর যার 5 গুণ হল $\frac{5}{6}$ -এর 12 গুণের সমান।

10. দুইটি সংখ্যার গুণফল $2\frac{2}{5}$ । একটি সংখ্যা $1\frac{1}{5}$ হলে, অন্যটি কত?

11. কোন সংখ্যাকে 6 দিয়ে ভাগ করলে ভাগফল $\frac{2}{3}$ ও $\frac{1}{4}$ -এর যোগফলের সমান হবে?

12. একটি বাঁশের $\frac{1}{8}$ অংশ কাদায়, $\frac{1}{4}$ অংশ জলে ও বাকি অংশ জলের ওপরে আছে। জলের ওপরের অংশের মাপ 5 হাত হলে কাদায় যে অংশটি আছে তার মাপ কত হাত?

13. একটি কলা বাগানের $\frac{5}{8}$ অংশে 1500টি কলা গাছ আছে। বাগানটির $\frac{1}{4}$ অংশে কটি কলা গাছ থাকতে পারে?

14. তোমার মা তোমাকে বই খাতা কেনার জন্য কিছু টাকা দিলেন। তুমি তার থেকে $\frac{1}{2}$ অংশ দিয়ে বই, $\frac{2}{7}$ অংশ দিয়ে খাতা আর $\frac{1}{8}$ অংশ দিয়ে কলম কিনে দেখলে তোমার কাছে 10 টাকা অবশিষ্ট আছে। মা তোমাকে কত টাকা দিয়েছিলেন?

15. অঙ্ক পরীক্ষায় রাজু পেল মোট নম্বরের $\frac{3}{4}$ অংশ আর সঞ্জয় পেল মোট নম্বরের $\frac{3}{5}$ অংশ। রাজু সঞ্জয়ের থেকে 12 নম্বর বেশি পেলে বার করো, পরীক্ষার মোট নম্বর কত ছিল ও কে কত নম্বর পেয়েছিল।

16. একটি বাঁদর বাঁশ বেয়ে ওঠার সময় প্রতিবার ওঠে বাঁশটির $\frac{5}{8}$ অংশ ও তারপরেই পিছলে নেমে আসে বাঁশটির $\frac{5}{12}$ অংশ। বাঁশটি 10 হাত লম্বা হলে কত বারের চেষ্টায় বাঁদরটি বাঁশটির মাথায় উঠতে পারবে?

17. বাবার কাছে কিছু টাকা ছিল। বাবা তার $\frac{1}{3}$ অংশ খরচ করে একটি ঘড়ি কিনলেন। তারপর, যা খরচ হল ঘড়ি কিনতে, তার $\frac{1}{2}$ অংশ দিয়ে একটি রেডিও কিনলেন। এরপর যা টাকা রইল তা তোমাদের দুই ভাইকে সমানভাবে ভাগ করে দিলেন। তুমি 120 টাকা পেলে। বাবার কাছে মোট কত টাকা ছিল বল।

উত্তর 16.1

	a.	b.	c.	d.	e.	f.	g.	h.
1.	6	12	5/14	4/3	1/4	2	1/10	175
2.	8	1/18	5/2	3/4	3/4	3/4	8	11/2
3.	6	3	2	6	2/3	21		

4.	10 গ্লাস	5.	12	6.	12	7.	48/15
8.	4	9.	2	10.	2	11.	11/2
12.	1 হাত	13.	600	14.	112	15.	80, 60, 48
16.	48বার	17.	480 টাকা				

সমাধান সূত্র : 12 থেকে 17 নম্বর অঙ্কের জন্য নীচে দেখো।
(অঙ্কগুলির সমাধানে বিপরীত ভগ্নাংশের ব্যবহার করতে হবে। কোনো ভগ্নাংশ থেকে পূর্ণ বা সমস্তের মান পেতে ভগ্নাংশটাকে তার বিপরীত ভগ্নাংশ দিয়ে গুণ করতে হয়।)

12. জলের ওপরে আছে $1-\frac{1}{4}-\frac{1}{8}=1-(\frac{1}{4}+\frac{1}{8})=1-\frac{3}{8}=\frac{5}{8}$ এই অংশের মাপ 5 হাত। তাহলে বিপরীত ভগ্নাংশ $\frac{8}{5}$ দিয়ে গুণ করে পূরো অংশ ($\frac{5}{8}$ x $\frac{8}{5}$) হবে 5 x $\frac{8}{5}$ হাত বা 8 হাত । কাদায় থাকা অংশটি হবে 8 x$\frac{1}{4}$ = 2 হাত ।

13. বাগানের $\frac{5}{8}$ অংশে আছে 1500টি কলা গাছ। তাহলে পুরো বাগানে ($\frac{5}{8}$x $\frac{8}{5}$) থাকবে (1500 x$\frac{8}{5}$)-টি = 2400-টি কলা গাছ। $\frac{1}{4}$ অংশে থাকবে (2400 x$\frac{1}{4}$)-টি বা 600 -টি কলা গাছ ।

14. $1-\frac{1}{2}-\frac{1}{8}-\frac{2}{7}=1-\frac{51}{56}=\frac{5}{56}$ অংশ হাতে থাকল সব কেনার পরে। এর মান 10 টাকা হলে পুরো ছিল ($\frac{5}{56}$ x $\frac{56}{5}$) বা 10x $\frac{56}{5}$ = 112 টাকা।

15. $\frac{3}{4}-\frac{3}{5}=\frac{3}{20}$ অংশের মান হল 12 নম্বর। তাহলে মোট ($\frac{3}{20}$ x$\frac{20}{3}$) হবে 12x $\frac{20}{3}$ = 80 নম্বর। রাজবু 80x$\frac{3}{4}$ = 60 নম্বর আর সঞ্জয় পেয়েছে 48 নম্বর ।

16. এক এক বারে ওঠে পুরো 10 হাত বাঁশের $\frac{5}{8} - \frac{5}{12} = \frac{5}{24}$ অংশ। তাহলে পুরো 10 হাত বাঁশটা উঠবে $10 \times \frac{24}{5} = 48$ বারে।

17. $\frac{1}{3}$ এর $\frac{1}{2} = \frac{1}{6}$ অংশ। ঘড়ি ও রেডিও কেনার পরে আছে $1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$ অংশ। $\frac{1}{2}$ এর $\frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ অংশ। এর মান হল 120 টাকা। তাহলে মোট টাকা হল 480।

16.3 দশমিক ভগ্নাংশের গুণ (Decimal fraction multiplication)

দশমিক ভগ্নাংশের গুণ বুঝতে প্রথমে দেখো কোনও দশমিক ভগ্নাংশকে 10, 100, 1000, 10000, ইত্যাদি দিয়ে গুণ করলে কী পাও।

দশমিক ভগ্নাংশকে 10, 100, 1000, 10000, ইত্যাদি দিয়ে গুণ

আমরা কয়েকটি উদাহরণ দিয়ে এই গুণগুলিকে বুঝব।

a. 0.57-কে 10 দিয়ে গুণ করা

$$0.57 \times 10 = \frac{57}{10\cancel{0}} \times 1\cancel{0} = \frac{57}{10} = 5.7$$

b. 0.063-কে 10 দিয়ে গুণ করা

$$0.063 \times 10 = \frac{63}{100\cancel{0}} \times 1\cancel{0} = \frac{63}{100} = 0.63$$

c. 0.007-কে 10 দিয়ে গুণ করা

$$0.007 \times 10 = \frac{7}{100\cancel{0}} \times 1\cancel{0} = \frac{7}{100} = 0.07$$

লক্ষ করো: কোনও দশমিক ভগ্নাংশকে <u>10 দিয়ে গুণ</u> করলে আমরা দশমিক বিন্দুটিকে **ডানদিকে এক ঘর** সরিয়ে লিখব।

d. 0.57-কে 100 দিয়ে গুণ করা

$$0.57 \times 100 = \frac{57}{1\cancel{00}} \times 1\cancel{00} = \frac{57}{1} = 57.0$$

e. 0.063-কে 100 দিয়ে গুণ করা

$$0.063 \times 100 = \frac{63}{10\cancel{00}} \times 1\cancel{00} = \frac{63}{10} = 6.3$$

f. 0.007-কে 100 দিয়ে গুণ করা

$$0.007 \times 100 = \frac{7}{10\cancel{00}} \times 1\cancel{00} = \frac{7}{10} = 0.7$$

লক্ষ করো: কোনও দশমিক ভগ্নাংশকে <u>100 দিয়ে গুণ</u> করলে আমরা দশমিক বিন্দুটিকে **ডানদিকে দুই ঘর** সরিয়ে লিখব।

g. 0.57-কে 1000 দিয়ে গুণ করা

$$0.57 \times 1000 = \frac{57}{1\cancel{00}} \times 10\cancel{00} = \frac{570}{1} = 570.0$$

h. 0.063-কে 1000 দিয়ে গুণ করা

$$0.063 \times 1000 = \frac{63}{1\cancel{000}} \times 1\cancel{000} = \frac{63}{1} = 63.0$$

i. 0.007-কে 1000 দিয়ে গুণ করা

$$0.007 \times 1000 = \frac{7}{1\cancel{000}} \times 1\cancel{000} = \frac{7}{1} = 7.0$$

> লক্ষ করো: কোনও দশমিক ভগ্নাংশকে 1000 দিয়ে গুণ করলে আমরা দশমিক বিন্দুটিকে **ডানদিকে তিন ঘর** সরিয়ে লিখব।

দশমিক ভগ্নাংশ ও পূর্ণ সংখ্যার গুণ

আমরা জানি কোনও সংখ্যা দিয়ে গুণ করার মানে হল সংখ্যাটি যত, ঠিক ততবার যোগ করা। তাই 0.2 x 4-এর মানে হল 0.2-কে 4 বার যোগ করা। তাই এখানে আমরা লিখতে পারি –

$$0.2 \times 4 = 0.2 + 0.2 + 0.2 + 0.2 = 0.8$$

আমরা আরও জানি যে যেকোনও গুণে গুণ্য ও গুণককে উল্টে নিলেও গুণফলটি একই থাকে। অর্থাৎ, 0.2 x 4 আর 4 x 0.2 হল একই। তাই, বোঝার সুবিধার জন্য কোনও দশমিক ভগ্নাংশ ও পূর্ণ সংখ্যার গুণের সময় আমরা পূর্ণ সংখ্যাটিকে গুণক হিসাবে ধরে নেব।

$$4 \times 0.2 = 0.2 \times 4 = 0.2 + 0.2 + 0.2 + 0.2 = 0.8$$

ওপরের উদাহরণে দশমিক ভগ্নাংশটি দশমাংশে আছে (দশমিক বিন্দুর পরে একটি সংখ্যা) ও গুণফলটিও আমরা পেয়েছি দশমাংশে।

আর একটি গুণ – $0.3 \times 4 = 0.3 + 0.3 + 0.3 + 0.3 = 1.2$

সাধারণ ভগ্নাংশেও এই গুণটিকে লেখা যায় –

$$0.3 \times 4 = \frac{3}{10} + \frac{3}{10} + \frac{3}{10} + \frac{3}{10} = \frac{3+3+3+3}{10} = \frac{12}{10} = 1.2$$

একই ভাবে আমরা পাই –

$$0.12 \times 3 = \frac{12}{100} + \frac{12}{100} + \frac{12}{100} = \frac{12+12+12}{100} = \frac{36}{100} = 0.36$$

$$0.45 \times 3 = \frac{45}{100} + \frac{45}{100} + \frac{45}{100} = \frac{45+45+45}{100} = \frac{135}{100} = 1.35$$

লক্ষ করো: দশমিক ভগ্নাংশটিতে দশমিক বিন্দুর ডানদিকে (বা পরে) যতগুলি অঙ্ক আছে, গুণফলটির ডানদিক (বা শেষ) থেকে ঠিক ততগুলি অঙ্কের আগে দশমিক বিন্দুটি বসছে। সুতরাং, একটি পূর্ণ সংখ্যা ও দশমিক ভগ্নাংশের গুণ

করব প্রথমে সাধারণ গুণের মতোই, দশমিক সংখ্যাটির দশমিক বিন্দুটিকে উহ্য রেখে (বা না ধরে) একটি পূর্ণ সংখ্যা হিসাবে ধরে নিয়ে, ও শেষে গুণফলটিতে দশমিক বিন্দুটি এই নিয়মটি অনুযায়ী বসিয়ে নেব।

উদাহরণ: গুণ করো 12 x 2.125

```
  2 1 2 5
  x   1 2
  -------
  4 2 5 0
2 1 2 5 x
---------
2 5 5 0 0
```

সুতরাং, 12 x 2.125 = 25.500 = 25.5

লক্ষ করো: দশমিক সংখ্যাটিতে দশমিক বিন্দুর পরে তিনটি অঙ্ক আছে। তাই গুণফলটির শেষ তিনটি অঙ্কের আগে আমরা দশমিক বিন্দু বসিয়েছি। তারপরে দশমিক বিন্দুর পরে শেষ দুটি অঙ্ক শূন্য হওয়ার ফলে কেটে দিয়েছি।

দশমিক ভগ্নাংশকে দশমিক ভগ্নাংশ দিয়ে গুণ

গুণগুলি একই ভাবে হবে। যেহেতু এখানে গুণ্য ও গুণক, দুটিই হল দশমিক ভগ্নাংশ, তাই দশমিক বিন্দুটি উহ্য রেখে দুটি পূর্ণ সংখ্যা হিসাবে গুণটি করে নিতে হবে, ও শেষে গুণফলটিতে দশমিক বিন্দুটি বসিয়ে নিতে হবে, গুণ্য ও গুণকে দশমিক বিন্দুর পরে মোট যতগুলি অঙ্ক ছিল সেই অনুযায়ী।

উদাহরণ: গুণ করো 0.72 x 0.25

```
    7 2
  x 2 5
  -----
  3 6 0
1 4 4 x
-------
1 8 0 0
```

সুতরাং, 0.72 x 0.25 = 0.1800 = 0.18

এখানে দশমিক বিন্দুর পরে গুণ্য ও গুণকে দুটি করে মোট চারটি অঙ্ক আছে। তাই গুণফলেও আমরা দশমিক বিন্দুর পরে চারটি অঙ্ক রেখেছি।

উদাহরণ: $0.12 \times 0.3 = \frac{12}{100} \times \frac{3}{10} = \frac{12 \times 3}{100 \times 10} = \frac{36}{1000} = 0.036$

লক্ষ করো: এখানে দশমিক বিন্দুর পরে গুণ্যে আছে দুটি ও গুণকে আছে একটি, মোট তিনটি অঙ্ক। তাই গুণফলেও আমরা দশমিক বিন্দুর পরে তিনটি অঙ্ক রাখব। এখানে যেহেতু পূর্ণ সংখ্যা হিসাবে গুণটি করে আমরা মাত্র দুটি অঙ্কে 36 পেয়েছি, তাই দশমিক বিন্দুর পরে তিনটি অঙ্ক রাখতে আমরা <u>দশমিক বিন্দুর পরেই একটি শূন্য</u> বসিয়ে নিয়েছি।

উদাহরণ: $0.02 \times 0.03 = \frac{2}{100} \times \frac{3}{100} = \frac{2 \times 3}{100 \times 100} = \frac{6}{10000} = 0.0006$

এখানে গুণ্যে ও গুণকে দশমিক বিন্দুর পরে দুটি করে, মোট চারটি অঙ্ক আছে। তাই গুণফলেও আমরা দশমিক বিন্দুর পরে চারটি অঙ্ক রেখেছি।

এই গুণগুলিকে আমরা এভাবেও বুঝতে পারি –

$0.12 \times 0.3 = (12 \times 0.01) \times (3 \times 0.1) = 36 \times 0.001 = 0.036$

$0.02 \times 0.03 = (2 \times 0.01) \times (3 \times 0.01) = 6 \times 0.0001 = 0.0006$

মনে রাখো: দশমিক ভগ্নাংশের গুণে প্রথমে গুণটি করতে হবে দশমিক বিন্দুকে উহ্য রেখে পূর্ণ সংখ্যার সাধারণ গুণ হিসাবে, ও তারপর গুণফলে দশমিক বিন্দু বসাতে হবে এমনভাবে যাতে গুণ্য ও গুণকে দশমিক বিন্দুর পরে মোট যতগুলি অঙ্ক ছিল, গুণফলেও যেন তাই থাকে। এর জন্য প্রয়োজন হলে গুণফলে দশমিক বিন্দুর পরে এক বা একাধিক শূন্য বসাতে হতে পারে।

অনুশীলন 16.2 দশমিক ভগ্নাংশের গুণ

	a.	b.	c.	d.
1.	21 x 0.31	3.56 x 18	5 x 8.05	5.05 x 12
2.	23 x 3.353	22.22 x 1.1	0.25 x 0.25	125.05 x 1000

3. 4 x 0.4 x 0.04 x 0.004 x 4000
4. 30 x 0.3 x 0.03 x 0.003 x 300
5. 1200 x 0.2 x 0.012 x 0.002 x 0. 1

উত্তর 16.2

	a.	b.	c.	d.
1.	6.51	64.08	40.25	6.06
2.	77.119	24.442	0.0625	125050.0

1. 1.024 4. 0.243 5. 0.000576

16.4 দশমিক ভগ্নাংশের ভাগ (Decimal fraction division)

দশমিক ভগ্নাংশের ভাগ বুঝতে প্রথমে দেখো কোনও দশমিক ভগ্নাংশকে 10, 100, 1000, 10000, ইত্যাদি দিয়ে ভাগ করলে কী পাও।

দশমিক ভগ্নাংশকে 10,100, 1000, 10000, ইত্যাদি দিয়ে ভাগ

আগে দশমিক ভগ্নাংশ শিখেছি –

$0.7 \div 10 = \frac{7}{10} = 0.7$

$0.7 \div 100 = \frac{7}{100} = 0.07$

$0.7 \div 1000 = \frac{7}{1000} = 0.007$

অর্থাৎ, 10 দিয়ে ভাগ করলে দশমিক বিন্দু **বাঁদিকে এক ঘর** সরছে;
100 দিয়ে ভাগ করলে দশমিক বিন্দু **বাঁদিকে দুই ঘর** সরছে;
1000 দিয়ে ভাগ করলে দশমিক বিন্দু **বাঁদিকে তিন ঘর** সরছে।

আমরা কয়েকটি উদাহরণ দিয়ে এই ভাগগুলিকে বুঝব।

a. 0.57-কে 10 দিয়ে ভাগ করা

$$0.57 \div 10 = \frac{57}{10} \div \frac{10}{1} = \frac{57}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{57}{1000} = 0.057$$

b. 0.063-কে 100 দিয়ে ভাগ করা

$$0.063 \div 100 = \frac{63}{1000} \div \frac{100}{1} = \frac{63}{1000} \times \frac{1}{100} = \frac{63}{100000} = 0.00063$$

c. 5.7-কে 1000 দিয়ে ভাগ করা

$$5.7 \div 1000 = \frac{57}{10} \div \frac{1000}{1} = \frac{57}{10} \times \frac{1}{1000} = \frac{57}{10000} = 0.0057$$

অনুশীলন 16.3 দশমিক ভগ্নাংশের ভাগ – 10, 100, 1000 দিয়ে

2. ভাগফলটি পাশে লেখো

10 দিয়ে ভাগ	100 দিয়ে ভাগ	1000 দিয়ে ভাগ
26.45	78.23	23.457
7.95	1.008	4567.23
721.45	4511.01	0.4178

দশমিক ভগ্নাংশকে পূর্ণ সংখ্যা দিয়ে ভাগ

ধরা যাক একটি দশমিক ভগ্নাংশ হল 45.6। একে আমরা 6 দিয়ে ভাগ করতে চাই। সাধারণ ভগ্নাংশের ভাগ হিসাবে আমরা লিখতে পারি –

$$45.6 \div 6 = \frac{456}{10} \div \frac{6}{1} = \frac{456}{10} \times \frac{1}{6} = \frac{76}{10} = 7.6$$

এই ভাগটিকে সাধারণ ভাগ করার মতো করে কীভাবে লেখা হবে –

```
6 | 45.6 | 7.6
    42
     36
     36
      0
```

নিয়ম 1. ভাগ করতে যখনই ভাজ্যের দশমিক বিন্দুর পরের অঙ্কটি নেওয়া হয় তখনই ভাগফলে দশমিক বিন্দু বসাতে হয়।

ওপরের এই ভাগটি দ্বিতীয় ধাপে শেষ হয়েছে, ভাগশেষ শূন্য হয়ে যাওয়ার ফলে। কিন্তু অন্য রকমও হতে পারে।

উদাহরণ – $42.012 \div 6$

এই ভাগটি আগের মতোই করা হবে। কিন্তু এখানে আরও কয়েক ধাপ আসবে।

```
6 | 42.012 | 7.002
    42
    0012
      12
       0
```

এখানে ভাগফলে দশমিক বিন্দু দিয়ে ভাজ্যের দশমিকের পরের অঙ্কটি, 0 নামিয়েছি। কিন্তু তাও তো ভাগ যায় না। তাই ভাগফলে শূন্য দিয়ে ভাজ্যের পরের অঙ্কটি, 1 নামিয়েছি। তাহলেও 6 দিয়ে ভাগ করা যায় না। তাই আবার শূন্য দিয়ে তারপরের অঙ্ক, 2 নামিয়েছি ও 12-কে 6 দিয়ে ভাগ করে ভাগফলে 2 লিখেছি।

তাই আমরা আরেকটা নিয়ম পেলাম। এই দ্বিতীয় নিয়মটিতে দেখি যে, ভাগ করার সময় ভাজ্যের দশমিক বিন্দুর পরের অঙ্ক নামিয়েও কোনও ধাপে ভাগ করা না গেলে (ভাজকের থেকে অবশিষ্ট ছোট হলে) আমরা অবশিষ্টের শেষে ও ভাগফলে একটি শূন্য বসিয়ে নিই ও এইভাবে ভাগটি করে চলি যতক্ষণ পর্যন্ত ভাগটি মিলে গিয়ে নিঃশেষ না হয়। এই ধরনের ভাগের একটি উদাহরণ –

> নিয়ম 2. ভাগ করার সময় কোনও ধাপে ভাজ্যের দশমিক বিন্দুর পরের অঙ্ক বা 0 নামিয়েও ভাগ করা না গেলে অবশিষ্টের পরে ও ভাগফলে একটি করে শূন্য বসিয়ে নিয়ে ভাগ করব ও এই ভাবে ভাগটি করে চলব যতক্ষণ না ভাগটি মিলে যায়।

```
16 | 38.5 | 2.40625
     32
      65
      64
       100
        96
         40
         32
          80
          80
           0
```

ওপরের ভাগটিতে দেখ, প্রথম ধাপে ভাগ করে 6 অবশিষ্ট পেয়েছি ও আমরা ভাগফলে দশমিক বিন্দু দিয়ে 5 নামিয়েছি। দ্বিতীয় ধাপে 65-কে 16 দিয়ে ভাগ করে ভাগফলে 4 লিখেছি ও অবশিষ্ট পেয়েছি 1। যেহেতু, ভাগ করা যাচ্ছে না তাই আমরা দ্বিতীয় নিয়মটি অনুসারে 1-এর পাশে শূন্য লিখে 10 পেয়েছি।

মনে রাখো: দশমিক বিন্দুর পরের অংশের শেষে আমরা 0 ভেবে নিতে পারি, কারণ এতে মান পাল্টায় না। তাই ভাগফলে দশমিক বিন্দু দিয়ে নিয়ে দশমিক বিন্দুর পরের অংশের ভাগের সময় প্রয়োজন মতো 0 নামাতে পারি।

তাও ভাগ করা যাচ্ছে না বলে ভাগফলে শূন্য দিয়ে অবশিষ্টের পরে আরেকটি শূন্য দিয়ে 100 পেয়েছি। এবার 16 দিয়ে ভাগ করে ভাগফলে 6 লিখেছি ও এই ধাপে অবশিষ্ট পেয়েছি 4। অবশিষ্ট রয়ে গেল বলে ভাগটি আমাদের করে যেতে হবে। তাই দ্বিতীয় নিয়মটি অনুসারে অবশিষ্ট 4-এর পাশে শূন্য বসিয়ে 40 পেয়েছি ও 16 দিয়ে ভাগ করে ভাগফলে 2 লিখেছি। এই ধাপে অবশিষ্ট হল 8। তাই আবার শূন্য বসিয়ে 80 পেয়েছি ও 16 দিয়ে ভাগ করে ভাগফলে 5 লিখেছি। এরপর আর অবশিষ্ট থাকেনি।

মনে রাখো: দশমিক ভগ্নাংশের ভাগ করার সময় কোনও কোনও ক্ষেত্রে ভাগটি ক্রমাগত চলতেই থাকে, নিঃশেষ হয় না, কারণ একই অবশিষ্ট থেকেই যায় ও ভাগফলে একই সংখ্যা আসতে থাকে। এই বিশেষ ক্ষেত্রে আমরা যে ধরনের ভাগফল পাই, তাকে আবৃত্ত বা পৌনঃপুনিক দশমিক (ইংরেজিতে Recurring decimal) বলা হয়, যা আমরা পরে শিখব। উদাহরণ হল, $10\div3$, $8\div14$।

পূর্ণ সংখ্যাকে দশমিক ভগ্নাংশ দিয়ে ভাগ

দশমিক ভগ্নাংশের ভাগ করার সময় ভাজকটি দশমিক ভগ্নাংশের হলে সাধারণ পদ্ধতিতে ভাগ করা কঠিন হয়ে পড়ে। তাই ভাজককে পূর্ণ সংখ্যায় রূপান্তরিত করে নিই, প্রয়োজন মতো 10, 100, 1000 ইত্যাদি দিয়ে গুণ করে নিয়ে। সেই কারণে ভাজ্যকেও একই ভাবে গুণ করে নিতে হয়। ভাজককে এইভাবে গুণ করার অর্থ হল দশমিক বিন্দুটিকে ডান দিকে সরিয়ে লেখা। যেহেতু ভাজক ও ভাজ্যকে আমরা একই ভাবে গুণ করে নিচ্ছি, তাই ভাগটি একই থাকে।

লক্ষ করো, $27\div 0.9 = 27 \div \frac{9}{10} = (\frac{27}{1} \times 10) \div (\frac{9}{10} \times 10) = 270 \div 9 = 30$

উদাহরণ: $64\div2.5$

$64 \div 2.5$
$= 64 \times 10 \div 2.5 \times 10$
$= 640 \div 25$
$= 25.6$

```
25 |640| 25.6
     50
     140
     125
      150
      150
        0
```

উদাহরণ: 68÷4.25

লক্ষ করো, ভাজকের দশমিক বিন্দু ডান ধারে সরানো হয়েছে এমন ভাবে যাতে ভাজক একটি পূর্ণ সংখ্যা হয়ে যায়। ভাজকের দশমিক বিন্দু ডান দিকে যতগুলি ঘর সরাতে হয়েছে, ভাজ্যের শেষে ঠিক ততগুলি শূন্য বসানো হয়েছে।

$$\begin{array}{r|l|l} 425 & 6800 & 16 \\ & \underline{425} & \\ & 2550 & \\ & \underline{2550} & \\ & \quad 0 & \end{array}$$

মনে রাখো: দশমিক ভগ্নাংশ দিয়ে ভাগ করার সময় ভাজকের দশমিক বিন্দু ডান ধারে সরানো হয়েছে এমন ভাবে যাতে ভাজক একটি পূর্ণ সংখ্যা হয়ে যায়। ভাজকের দশমিক বিন্দু ডান দিকে যতগুলি ঘর সরাতে হয়েছে, ভাজ্যের শেষে ঠিক ততগুলি শূন্য বসানো হয়েছে।

দশমিক ভগ্নাংশকে দিয়ে দশমিক ভগ্নাংশ ভাগ

এই ধরনের ভাগও একই নিয়মে করা হবে। ভাজকের দশমিক বিন্দুকে ডান ধারে সরাতে হবে, যাতে ভাজকটি একটি পূর্ণ সংখ্যা হয়ে যায়। ভাজকের দশমিক বিন্দু ডান দিকে যত ঘর সরানো হল, ভাজ্যের দশমিক বিন্দুও ঠিক তত ঘর ডান দিকে সরাতে হবে, প্রয়োজন হলে শেষে শূন্য বসিয়ে। উদাহরণ –

31.2 ÷1.2 এখানে ভাগ করতে হবে 312-কে 12 দিয়ে
3.12 ÷ 1.2 এখানে ভাগ করতে হবে 312-কে 120 দিয়ে
31.2 ÷ 0.12 এখানে ভাগ করতে হবে 3120-কে 12 দিয়ে

অনুশীলন 16.4 দশমিক ভগ্নাংশের ভাগ

	a.	b.	c.
1.	24.56÷4	4872.88÷8	3.333÷11
2.	632÷1.6	456÷1.2	63÷0.07
3.	33÷0.003	420÷7.5	42÷0.075
4.	5.75÷2.3	6.75÷2.5	43.2÷0.16
5.	0.00064÷0.8	0.007÷0.035	65.34÷0.0027

উত্তর 16.4

	a.	b.	c.
1.	6.14	609.11	0.303
2.	395	380	900
3.	11000	56	560
4.	2.5	2.7	270
5.	0.0008	0.2	24200

সংযোজন

শব্দ নির্দেশিকা

(Index of Arithmetic terms)