অঙ্ক শেখার হাতেখড়ি

দ্বিতীয় ভাগ

বিদ্যাচর্চা কেন্দ্রের পাঠ সংকলন

Onko Shekhar Hathekhari
Dwitio Bhag

by Sutanu Bhattacharya

First Edition: March 2017
Second Edition: February 2020
Third Edition (Revised) : November 2022

Published by:
Sutanu Bhattacharya
63/114B Prince Anwar Shah Road
Rhineview Flat 5B, Kolkata 700045
Contact: (+91)9433064877/(+91) 9831943859
E-mail:sutnbh@gmail.com

Printed by:
Biswajyoti Sarkar
S. R. Printers
62/A Baithakkhana Road, Kolkata 700009, India
Contact: (+91) 9830168575

এই বইটা কেন

প্রাক্-প্রাথমিকের 3 থেকে 7 বছর বয়েসি শিশুদের জন্য ''লেখাপড়ায় হাতেখড়ি'' পুস্তিকার চারটি ধাপে 100 পর্যন্ত সংখ্যা ও সাধারণ যোগ বিয়োগ শেখানো হয়েছে। ইস্কুলের অষ্টম শ্রেণি পর্যন্ত অঙ্ক শেখার এরপরের পাঠগুলোকে (জ্যামিতি ও বীজগণিত ছাড়া) রাখা হল তিনটি ভাগে ''অঙ্ক শেখার হাতেখড়ি'' পুস্তিকায়। প্রথম ভাগে ইস্কুলের দ্বিতীয় ও তৃতীয় শ্রেণির, দ্বিতীয় ভাগে চতুর্থ ও পঞ্চম শ্রেণির, আর তৃতীয় ভাগে আছে ষষ্ঠ থেকে অষ্টম শ্রেণির পাঠ্য।

শিশুদের অঙ্ক শেখার বই, যা আজকাল বাজারে মেলে অথবা সরকার ছেপে বিতরণ করেন, তাদের আকার বিশাল আর আয়তনও বিপুল। প্রাথমিকের এক একটা শ্রেণির পাঠ্য বই-ই হল দু-তিনশ পাতার। বইগুলোতে একই কথাকে রঙিন ছবিতে নানাভাবে ঘুরিয়ে ফিরিয়ে দেখানোর ফলে শিশুমন বিভ্রান্ত তো হয়ই, আর সেইসঙ্গে বইয়ের বোঝার ভারে তার পিঠ নুয়ে পড়ে সেই শিশুকাল থেকেই। ইস্কুলে বছর ধরে পড়া হয় হয়তো অনেক, কিন্তু শেখা হয় কতটা? আমাদের প্রয়োজন শেখা—ভীতিজনক বই নয়, শিশুহাতে নাড়াচাড়ার উপযুক্ত সাধারণ আকৃতির পুস্তিকার মাপে স্বল্পমূল্যের বই, যেখানে সহজ করে বোঝানো থাকবে অঙ্কের পদ্ধতিগুলো আর অনুশীলনের জন্য থাকবে যথেষ্ট সংখ্যায় অঙ্ক।

রঙ-বেরঙে ছাপা মোটাসোটা দামি বইগুলির পাশে এমন পাতলা চটি বই দেখে বিশেষ শ্রদ্ধাভক্তি জাগবে না। তাহলেও এমন বই-ই আজ প্রয়োজন, যা শিশু-হাতে নাড়াচাড়ার উপযোগী, ও যা দিয়ে সাধারণ শিক্ষিত অভিভাবক বা স্থানীয় মানুষ ছেলেমেয়েদের অঙ্ক শেখায় সাহায্য করতে পারেন। আকার আয়তনে ছোট পুস্তিকা চাই—এই ভাবনা থেকে রঙীন ছবি, বড় বড় হরফ, ইত্যাদি বাহুল্য বর্জন করে, যা শেখার যতটুকু শেখার সেটুকুই রাখা হল।

বীরভূমের ফুলডাঙা বিদ্যাচর্চা কেন্দ্রে আদিবাসী শিশুদের লেখাপড়া শেখানোর অভিজ্ঞতার ফসল এই পুস্তিকা । আরও অনেক শিশুর লেখাপড়া শেখায় সহায়ক হতে পারলে এই পুস্তিকা সার্থক হয়। প্রথাগত ইস্কুলের প্রাতিষ্ঠানিক শিক্ষাব্যবস্থা ছাড়াও বিভিন্ন অঞ্চলে বহু সমাজসেবী সংস্থা ও স্থানীয় উদ্যোগে শিশু ও বয়স্ক শিক্ষার কাজটি সংঘটিত হতে দেখা যায়। এই উদ্যোগগুলির কাজে সহায়তার কথা মাথায় রেখেই এই বইটির প্রকাশনা। প্রকাশনায় সহায়তা করেছে সৌরলক্ষ্মী মেমোরিয়াল ট্রাস্ট। কিছু ভুলত্রুটি সংশোধন করে দিয়েছেন রাশিবিজ্ঞানী অধ্যাপক প্রদীপ সেনগুপ্ত (যাদবপুর বিশ্ববিদ্যালয়)।

ফেব্রুয়ারি ২০২২
ফুলডাঙা বিদ্যাচর্চা কেন্দ্র, বীরভূম — সুতনু ভট্টাচার্য

সূচিপত্র

পাঠ 1. হাতে রেখে বড় গুণ করা

আমরা আগে দুটো একক সংখ্যার সহজ গুণ ও ভাগ শিখেছি। বড় বড় সংখ্যার (দশক, শতক, বা হাজার, দশ হাজার ঘরের সংখ্যা) গুণ ও ভাগ শিখতে আমাদের হাতে রেখে যোগ বিয়োগের পদ্ধতি ব্যবহার করতে হবে। প্রথমে দশ, একশ, হাজার, দশ হাজার, ইত্যাদি দিয়ে গুণ করার সহজ উপায়টা লক্ষ করব।

1.1 সংখ্যার শেষে এক বা একাধিক শূন্য থাকলে গুণ করা

যে দুটি সংখ্যার গুণ করতে হবে তাদের **গুণক**টি (যা দিয়ে গুণ করা) বা **গুণ্য**টির (যাকে গুণ করা) শেষে একটি বা একাধিক শূন্য থাকলে, সেই শূন্যগুলি বাদ দিয়ে বাকি সংখ্যার গুণ করতে হবে ও তারপর গুণফলটির শেষে শূন্যগুলি বসিয়ে আমরা মোট গুণফলটি পাব। লক্ষ করো 10-য়ের নামতা। 1-য়ের নামতার গুণফলের শেষে একটি শূন্য বসছে। একই ভাবে 20, 30, 40 ইত্যাদি দিয়ে গুণফল পাই 2, 3 , 4 ইত্যাদি দিয়ে গুণফলের শেষে একটি শূন্য বসালে।

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
20	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200
30	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300
40	40	80	120	160	200	240	280	320	360	400
50	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500
60	60	120	180	240	300	360	420	480	540	600
70	70	140	210	280	350	420	490	560	630	700
80	80	160	240	320	400	480	560	640	720	800
90	90	180	270	360	450	540	630	720	810	900
100	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000

আমরা এই ধরনের গুণ করার সহজ পদ্ধতির কয়েকটি উদাহরণ দেখব।

20 x 3 = 2 দশ x 3
= 2 x 10 x 3
= 2 x 3 x 10
= 6 x 10 = 60

8 x 30 = 8 x 3 দশ
= 8 x 3 x 10
= 24 x 10
= 240

30 x 50 = 3 দশ x 5 দশ
= 3x10 x 5x10
= 3x 5 x 10 x 10
= 15 x 100 =1500

40 x 60 = 4 দশ x 6 দশ
= 4 x10 x 6x10
= 4 x 6 x 10 x10
= 24 x 100 = 2400

1.2 একক সংখ্যা দিয়ে গুণ

গুণ্য সংখ্যাটিকে আমরা ওপরে লিখব ও নিচে গুণক সংখ্যাটিকে এমনভাবে সাজিয়ে লিখব যাতে ডানদিকে এককের ঘরের অঙ্কটি একই লাইনে থাকে। আগে যেমন বলা হয়েছে, গুণ্য বা গুণকের শেষে শূন্য থাকলে শূন্যগুলিকে এককের ঘরের ডানদিকে সরিয়ে লিখে রাখতে হবে। শূন্যগুলি এখন গুণ করার মধ্যে না ধরে পরে গুণফল যা হবে তার শেষে একবারে বসাতে হবে।

গুণ করা শুরু করতে হবে ওপরের গুণ্য সংখ্যাটির ডানদিকের একক ঘরের অঙ্কটি থেকে। এই গুণফলটি যদি 10 বা 10-এর বেশী হয় (লক্ষ করো, দুটি একক সংখ্যার গুণফল সবচেয়ে বেশী হলে 9x9 = 81 হতে পারে)। তাহলে গুণফলটির থেকে দশকের অঙ্কটিকে হাতে রেখে গুণ্য সংখ্যাটির আগের ঘরে (দশকের) পাঠিয়ে দিতে হবে, সেখানকার গুণফলে পরে যোগ করতে ও এককের অঙ্কটিকে নিচে লিখতে হবে এককের ঘরে। পদ্ধতিটি বোঝা যাবে নিচের গুণগুলি দেখলে। তার আগে আমরা গুণ করাটিকে একক, দশক, শতক ইত্যাদি ঘরে ভেঙে লিখে বুঝে নেব।

32-কে 4 দিয়ে গুণ করা

32 3 দশ 2
x 4 x 4
12 দশ 8
= 1 শত 2 দশ 8 = 128

35-কে 4 দিয়ে গুণ করা

35 3 দশ 5
x 4 x 4
12 দশ 20
= 1 শত 2 দশ 2 দশ =140

39-কে 7 দিয়ে গুণ করা

39 3 দশ 9
x 7 x 7
21 দশ 63
= 2 শত 1 দশ, 6 দশ 3
= 273

148-কে 4 দিয়ে গুণ করা

1 4 8 1 শত 4 দশ 8
x 4 x 4
4 শত 16 দশ 32
= 5 শত 6 দশ, 3 দশ 2
= 592

239-কে 8 দিয়ে গুণ করা

239 2 শত 3 দশ 9
x 8 x 8
16 শত 24 দশ 72

336-কে 4 দিয়ে গুণ করা

3 3 6 3 শত 3 দশ 6
x 4 x 4
12 শত 12 দশ 24

= 16 শত 24 দশ 7 দশ 2	= 12শত 12দশ 2 দশ 4
= 16 শত 31 দশ 2	= 12 শত 14 দশ 4
= 19 শত 1 দশ 2	= 13 শত 4 দশ 4
= 1912	= 1344

ওপরের এই গুণগুলিকেই আমরা সংক্ষেপে লিখব হাতে রেখে আগের ঘরে যোগ করে —

হাতে রইল	6	হাতে রইল	1 3
39x7	3 9	148x4	1 4 8
	x 7		x 4
	2 7 3		5 9 2

প্রথম গুণ করাটিকে এই ভাবে পড়ে বলো —

সাত নয় 63-র 3 নামে, হাত রইল 6,

সাত তিন 21 আর ছয়ে 27, নামে 27 = 273

দ্বিতীয় গুণ করাটিকে এই ভাবে পড়ে বলো —

চার আটে 32-এর 2 নামে, হাতে রইল 3,

চার চারে 16 আর তিনে 19-এর 9 নামে, হাতে রইল 1,

চার এক্কে চার আর একে হল 5, নামে 5 = 592

এই ভাবে বলে বলে নিচের গুণগুলি লিখে অভ্যাস করো—

হাতে রইল	3 7	হাতে রইল	1 2
239x8=	2 3 9	336x4=	3 3 6
	x 8		x 4
	1912		1344
হাতে রইল	3 6 5	হাতে রইল	3 3
2487x8=	2 4 8 7	2189x4=	2 1 8 9
	x 8		x 4
	19 8 9 6		8 7 5 6
হাতে রইল	4 3	হাতে রইল	5 1
365x7=	3 6 5	893x6=	8 9 3
	x 7		x 6
	2555		5358

হাতে রইল 2 4 5   হাতে রইল 2 2

5490x6= 5 4 7 9 ¦ 0   9155x40= 9 1 5 5

x 6 ¦   x 4 ¦ 0

32 8 7 4 ¦ 0   3 6 6 2 0 ¦ 0

লক্ষ করো: শেষের দুটি গুণে, গুণ্য বা গুণক সংখ্যার শেষে শূন্য থাকলে শূন্যকে কীভাবে গুণটি করার সময় আলাদা রাখা হয় ও তারপর গুণফলের ডানদিকে বসিয়ে নেওয়া হয়।

1.3 দশক ও শতক সংখ্যা দিয়ে গুণ

দশক বা শতক সংখ্যা দিয়ে গুণ করা বুঝতে আগে গুণ করার সংখ্যাদুটিকে একক, দশক, শতক ইত্যাদি ঘরে ভেঙে নেব, ও ভাগে ভাগে গুণ করব।

a) 4 5   4 দশ 5   4 দশ 5   4 দশ 5

x 1 3 = x 1 দশ 3   x 3   x 1 দশ

12 দশ 15   4 শত 5 দশ

= 13 দশ 5=135   = 450

তাহলে আমরা পেলাম—

4 5 x 3 = 135

4 5 x 10 = 450

যোগ করে 585

b) 2 8 3   2 শত 8 দশ 3   2 শত 8 দশ 3   2 শত 8 দশ 3

x 2 8 = x 2 দশ 8   x 8   x 2 দশ

16 শত 64 দশ 24   4 হাজার 16 শত 6 দশ

= 16 শত 66 দশ 4   =5 হাজার 6 শত 6 দশ

= 22 শত 6 দশ 4   =5660

=2 হাজার 2 শত 6 দশ 4

=2264

তাহলে আমরা পেলাম—

2 8 3 x 8 = 2264

2 8 3 x 20 = 5660

যোগ করে 7924

এই গুণগুলিতে লক্ষ করো যে গুণক যদি দশক বা শতক সংখ্যায় হয়, তাহলে গুণটি আমাদের করতে হয় দুটি বা তিনটি ধাপে। গুণ করার সময় গুণক

সংখ্যাটিকে আমরা একক, দশক, শতক, ইত্যাদি ঘরে ভেঙে নিয়ে লিখি ও ধাপে ধাপে গুণটি করি। মনে করো একটি গুণক সংখ্যা 836। এর মানে হচ্ছে, 800+30+6, অর্থাৎ, 800, 30, আর 6-এর যোগফল। তাই 836 দিয়ে গুণ করার মানে তিনটি গুণ করা—প্রথমে 6 দিয়ে, তারপর 30 দিয়ে ও শেষে 800 দিয়ে। শেষে মোট গুণফলটি পাব এই তিনটি গুণফলকে যোগ করে।

বড় সংখ্যার গুণক দিয়ে গুণ করার ধাপগুলি হল—প্রথমে গুণক সংখ্যাটির এককটি দিয়ে গুণ্যকে গুণ করে গুণফলটি লিখি ও তারপর দশক সংখ্যাটি দিয়ে গুণ্যকে গুণ করে এই গুণফলটি তার নিচে লিখি। লক্ষ করো যে দশক সংখ্যা দিয়ে গুণফলটির এককের ঘরে শূন্য আসবেই। গুণকটি শতক সংখ্যায় হলে আমাদের তৃতীয় একটি ধাপ গুণ করতে হবে—গুণকের শতক সংখ্যাটি দিয়ে গুণ করে গুণফলটি নিচে লিখতে হবে। এবারে দুটি (দশক সংখ্যায় গুণক) বা তিনটি (শতক সংখ্যায় গুণক) ধাপে যে গুণফলগুলি পেলাম, সেগুলিকে যোগ করলেই আমরা মোট গুণফলটি পেয়ে যাব।

নিচের গুণগুলিকে হাতে রেখে সংক্ষেপে লেখা হয়েছে। এখানে যেহেতু আমরা ধাপে ধাপে গুণ্যকে গুণ করি, তাই এক একটি ধাপের গুণ করার সময় হাতে রাখা সংখ্যাটিকে বিশেষ সাবধানতার সাথে মনে রাখতে হবে, অথবা গুনক সংখ্যাটা ভেঙে নিয়ে গুণগুলিকে ভাগে ভাগে করে নিয়ে শেষে যোগ করে নিতে হবে। প্রথমে আমরা বিভিন্ন ধাপের গুণগুলিকে ভাগে ভাগে করা দেখে নিই।

গুণ করো 35 x12

হাতে রইল	1	
35	35	35
x12	x2	x10
	70	350
	+350	
উত্তর	420	

গুণ করো 48 x27

হাতে রইল	5	1
48	48	48
x27	x7	x20
	336	960
	+960	
উত্তর	1296	

গুণ করো 882 x23

হাতে রইল	2	1
882	882	882
x23	x 3	x 20
	2646	17640
	+17640	
উত্তর	20286	

গুণ করো 458 x24

হাতে রইল	2 3	1 1
458	458	458
x24	x 4	x 20
	1832	9160
	+9160	
উত্তর	10992	

গুণ করো 2736x234

হাতে রইল	2 1 2	2 1 1	1 1
2736	2 7 3 6	2 7 3 6	2 7 3 6
x234	x 4	x 3 0	x 2 0 0
	1 0 9 4 4	8 2 0 8 0	5 4 7 2 0 0
	+8 2 0 8 0		
	+5 4 7 2 0 0		
উত্তর	6 4 0 2 2 4		

ধাপের গুণগুলি আলাদা না করে একটার নিচে আরেক ভাবে করার উদাহরণ—

উদাহরণ 1: 2494 কে 367 দিয়ে গুণ করা

```
   2 4 9 4
   x 3 6 7
  1 7 4 5 8   —হল 2494 x 7
1 4 9 6 4 0   —হল 2494 x 60
7 4 8 2 0 0   —হল 2494 x 300
9 1 5 2 9 8
```

উদাহরণ 2: 3598 কে 504 দিয়ে গুণ করা

```
    3 5 9 7
    x 5 0 4
    1 4 3 8 8   —হল 3597 x 4
    0 0 0 0 0   —হল 3597 x 0
1 7 9 8 5 0 0   —হল 3597 x 500
1 8 1 2 8 8 8
```

এখানে গুণকের দশকের ঘরে শূন্য থাকার জন্য দ্বিতীয় ধাপে শূন্য দিয়ে গুণ দেখানোর দরকার হয় না। তাই এই ধাপটি বাদ দিয়েই এই গুণটি করা যাবে।

উদাহরণ 3: 47890 কে 2400 দিয়ে গুণ করা

```
   4 7 8 9 0
   x   2 4 | 0 0
   1 9 1 5 6 |   —হল 4789 x 4
   9 5 7 8 0 |   —হল 4789 x 20
 1 1 4 9 3 6 | 0 0 0 অর্থাৎ, 114936000
```

লক্ষ করো, এখানে গুণ্য ও গুণক সংখ্যার শেষের শূন্যগুলিকে আলাদা রেখে

গুণটি করে নিয়ে তারপর গুণফলের শেষে ডানদিকে বসানো হয়েছে।

1.4 গুণ করার সহজ পদ্ধতি

দুটি সংখ্যা গুণ করার সময় যে সংখ্যার অঙ্কসংখ্যা কম তাকে গুণক ও অন্যটিকে গুণ্য ধরব, যেমন 37 x 925 কে গুণ করব 925 x 37। এতে গুণটি কম ধাপে করা যাবে। কোনও সময় সংখ্যাগুলি এমন হয় যে তাদের গুণ ভেঙে ভেঙে আরেক ভাবে করা সহজ হয়। তার কয়েকটি উদাহরণ দেখব।

মনে রাখো: বন্ধনী চিহ্ন ( ) থাকলে তার মধ্যের প্রক্রিয়াটি আগে করতে হবে।

উদাহরণ 4:

$$17 \times 6 = (10+7) \times 6 = (10 \times 6) + (7 \times 6) = 60+42=102$$
$$28 \times 7 = (20+8) \times 7 = (20 \times 7) + (8 \times 7) = 140+56=196$$
$$36 \times 4 = (30+6) \times 4 = (30 \times 4) + (6 \times 4) = 120+24=144$$

উদাহরণ 5: $999 \times 425 = (1000-1) \times 425 = (1000 \times 425) - (1 \times 425)$
$= 425000-425=424575$

উদাহরণ 6: $5678 \times 990 = 5678 \times (1000-10) = (5678 \times 1000) - (5678 \times 10) = 5678000 - 56780 = 5621220$

উদাহরণ 7: $2010 \times 334 = (2000 +10) \times 334 = (2000 \times 334) + (10 \times 334) = 668000 +3340 = 671340$

অনুশীলন 1.1 গুণ করো

	A.	B.	C.	D.
1.	23 x 45	43 x 23	56 x 19	42 x 22
2.	32 x 17	34 x 15	56 x 21	32 x 42
3.	23 x 42	32 x 23	22 x 21	14 x 23
4.	221 x 23	256 x 27	323 x 73	427 x 23
5.	456 x 123	789 x 342	456 x 643	212 x 321
6.	2178 x 28	3547 x 34	5672 x 21	5404 x 203
7.	2056 x 104	4570 x 210	3670 x 709	4011 x 990
8.	4023 x 234	3032 x 215	6708 x 521	5408 x 376
9.	2103 x 700	6543 x 900	8321 x 100	5643 x 400
10.	9999 x 111	7878 x 121	6543 x 234	765 x 2347

উত্তর 1.1

	A.	B.	C.	D.
1.	1035	989	1064	924
2.	544	510	1176	1344
3.	966	736	462	322

4.	5083	6912	23579	9821
5.	56088	269838	293208	68052
6.	60984	120598	119112	1097012
7.	213824	959700	2602030	3970890
8.	941382	651880	3494868	2033408
9.	1472100	5888700	832100	2257200
10.	1109889	953238	1531062	1795455

1.5 11 থেকে 20 পর্যন্ত নামতা

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	11	22	33	44	55	66	77	88	99	110
12	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120
13	13	26	39	52	65	78	91	104	117	130
14	14	28	42	56	70	84	98	112	126	140
15	15	30	45	60	75	90	105	120	135	150
16	16	32	48	64	80	96	112	128	144	160
17	17	34	51	68	85	102	119	136	153	170
18	18	36	54	72	90	108	126	144	162	180
19	19	38	57	76	95	114	133	152	171	190
20	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200

X	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
11	111	132	143	154	165	176	187	198	209	220
12	132	144	156	168	180	192	204	216	228	240
13	143	156	169	182	195	208	221	234	247	260
14	154	168	182	196	210	224	238	252	266	280
15	165	180	195	210	225	240	255	270	285	300
16	176	192	208	224	240	256	272	288	304	320
17	187	204	221	238	255	272	289	306	323	340
18	198	216	234	252	270	288	306	324	342	360
19	209	228	247	266	285	304	323	342	361	380
20	220	240	260	280	300	320	340	360	380	400

অনুশীলন 1.2 সমাধান করো

1. 1 জোড়াতে 2টি থাকলে 13 জোড়াতে কটা থাকে?
2. 1 গোছায় 6টা করে ফুল থাকলে 18 গোছায় কটা ফুল আছে?
3. রাজু দিনে 4 ঘন্টা করে পড়ে। 7 দিনে সে কত ঘন্টা পড়ে?
4. তোমাদের বাগানে 14 সারি নারকেল গাছ আছে। এক একটা সারিতে 12টা করে গাছ থাকলে, মোট কত গাছ আছে?
5. 100 পয়সায় 1 টাকা হয়। 15 টাকায় কত পয়সা হবে?
6. তোমার 17 গুণ টাকা রাজুর আছে। তোমার 235 টাকা থাকলে রাজুর কত টাকা আছে?
7. এক কিলো চালের দাম 28 টাকা হলে 14 কিলো চাল কিনতে কত টাকা লাগবে?
8. একটা খাতায় 32 পাতা আছে। 18টা খাতায় মোট কত পাতা আছে?
9. একটা ইলিশ মাছের দাম 235 টাকা হলে 18টি মাছের দাম কত?
10. রাজেশ প্রতি 1 ঘন্টায় 6 মাইল রাস্তা হাঁটতে পারে। সে 5 ঘন্টা হেঁটে কতদূর যেতে পারে?
11. কবিতার গাছে 138টি পেয়ারা ছিল। সে 4 বন্ধুকে 6টা করে পেয়ারা পেড়ে দিল ও নিজে 5টা পেয়ারা রাখল। গাছে এখন কটা পেয়ারা রইল?
12. কবিতাকে জন্মদিনে 7 বন্ধু 6টা করে ও 6 বন্ধু 8টা করে লজেন্স দিয়েছিল। তার থেকে 12টি লজেন্স কবিতা তার ছোট বোনকে দিল ও নিজে 2টি খেয়ে নিল। কবিতার কাছে এখন কটা লজেন্স আছে?

উত্তর 1.2

1.	2 .	3.	4.	5.	6.
26টি	108টি	28 ঘন্টা	168টি	1500 পয়সা	3995 টাকা
7	8	9	10	11	12
392 টাকা	576	4230 টাকা	30 মাইল	109টা	76টা

পাঠ 2. বড় সংখ্যার ভাগ

আগের পড়া

আমরা ভাগ করা সম্বন্ধে জেনেছি যে দুটি সংখ্যার ভাগ করার সময় যে সংখ্যাটিকে ভাগ করা হয় তাকে বলে **ভাজ্য**, যে সংখ্যাটি দিয়ে ভাগ করা হয় তাকে বলে **ভাজক**, ও ভাগটি করে যে সংখ্যাটি পাওয়া যায় তাকে বলে **ভাগফল**। যেমন, $24 \div 8 = 3$ যেখানে, 24 হল ভাজ্য, 8 হল ভাজক, আর 3 হল ভাগফল। এই ভাগটির ক্ষেত্রে ভাগ করার পরে ভাজ্য নিঃশেষ হয়ে যায়, কিছুই আর পড়ে থাকে না। এমনটা হলে বলা হয় নিঃশেষে ভাগ ও 0 হল **ভাগশেষ**। কিন্তু, $26 \div 8$ করলে আমরা পূর্ণ সংখ্যাতে ভাগফল একই পেলেও ভাগশেষ থেকে যায় 2। তাই, ভাজ্য ও ভাজক সংখ্যাদুটির ওপর নির্ভর করছে ভাগটি নিঃশেষ ভাগ হবে, না ভাগশেষে ভাজ্যের কিছু অবশিষ্ট বা ভাগশেষ থাকবে, যা স্বভাবতই <u>ভাজকের থেকে ছোট হবেই</u>। ভাগশেষ কখন কত থাকে বুঝতে নিচের উদাহরণ দেখ—

$$\begin{array}{r|l|l} 7 & 38 & 5 \\ & \underline{35} & \\ & \ \ 3 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l|l} 6 & 25 & 4 \\ & \underline{24} & \\ & \ \ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l|l} 4 & 19 & 4 \\ & \underline{16} & \\ & \ \ 3 & \end{array}$$

আমরা দেখেছি গুণ হচ্ছে বার বার একই সংখ্যা যোগ করার প্রক্রিয়া, ভাগ হচ্ছে বার বার একই সংখ্যা বিয়োগ করার প্রক্রিয়া, আর জানি যে যোগ ও বিয়োগ হল বিপরীত প্রক্রিয়া। তাই গুণ ও নিঃশেষে ভাগও হল বিপরীত প্রক্রিয়া। তাই মনে রাখতে হবে যে—

ভাজ্য ÷ ভাজক = ভাগফল

ভাজ্য ÷ ভাগফল = ভাজক

ভাগফল x ভাজক = ভাজ্য

ভাগ নিঃশেষে না হলে আমরা পাই—

ভাগফল x ভাজক + ভাগশেষ = ভাজ্য

কয়েকটি সাধারণ সূত্র আমরা দেখেছি—

- ভাগশেষ অবশ্যই ভাজকের থেকে ছোট হবে। তা না হলে বোঝা যাবে ভাজককে ভাজ্য থেকে আরো অন্তত একবার নেওয়া যাবে।
- যেকোনও সংখ্যাকে শূন্য দিয়ে গুণ করলে গুণফল সর্বদা শূন্যই হবে।

- শূন্যকে যেকোনও সংখ্যা দিয়ে ভাগ করলে ভাগফল শূন্যই হবে।
- শূন্য দিয়ে কখনোই কোনও সংখ্যাকেই ভাগ করা যায় না। তার কোনও অর্থ হয় না (প্রথম ভাগের পাঠে ব্যাখ্যা করা আছে)।
- ভাজ্য ও ভাজক সমান হলে ভাগফল 1 হয়।
- ভাজক 1 হলে ভাজ্য ও ভাগফল সমান হয়।

এবারে আমরা বড় বড় ভাজ্য ও ভাজক দিয়ে ভাগ করার পদ্ধতি শিখব। লক্ষ করতে হবে যে যোগ, বিয়োগ, ও গুণ করার সময় আমরা সংখ্যার ডান দিক থেকে শুরু করে বাম দিকে যাই। ভাগের ক্ষেত্রে আমরা কিন্তু উল্টোটা করি। অর্থাৎ আমরা ভাজ্য সংখ্যাটির বাম দিক থেকে ভাগ করা শুরু করি।

2.1 দুই অঙ্কের দশক সংখ্যার ভাজক দিয়ে ভাগ করা

উদাহরণ 1: 4678-কে 18 দিয়ে ভাগ করো

1. এখানে ভাজক হল দুই অঙ্কের, তাই আমরা ভাগ শুরু করব ভাজ্যের প্রথম দুটি অঙ্ক, 46-কে নিয়ে। ভাজক 18-র থেকে 46 বড়, তাই 18 দিয়ে ভাগ করা যাবে। কিন্তু আমাদের আন্দাজ করতে হবে 46-কে 18 দিয়ে কতবার ভাগ করা যেতে পারে, বা 46 থেকে 18 কতবার নেওয়া যাবে। কী করে এই আন্দাজটা করব? 46-এর মধ্যে আছে 4 দশ, আর 18-র মধ্যে আছে 1 দশ। সুতরাং খুব বেশী হলে 4 বার মাত্র ভাগ করা যেতে পারে। কিন্তু তারও কম বার ভাগ করা যাবে কারণ ভাজকের এককের ঘরে আছে আরো 8। তাই, প্রথমে 3 বার দিয়ে দেখা যাক। 3x18 হল (10+8)x3 বা 54। 54 হল 46-এর থেকে বড়, তাই 3 বার ভাগও করা যাচ্ছে না। অতএব, আমরা ঠিক তার আগের সংখ্যা, 2 বার ভাগ দিয়ে দেখব। 2x18 হল 36, যা 46-এর মধ্যে যাবে। সুতরাং, প্রথম ভাগটি হবে 2 দিয়ে। লক্ষ রাখো, এই ভাগটি যে ঠিক নেওয়া হল, তা বোঝা যায় এখানে ভাগশেষ 10 দেখে, যা ভাজক 18-র থেকে ছোট।

```
18 | 4678 | 259
     36
     107
      90        ভাগফল 259
      178       ভাগশেষ  16
      162
       16
```

2. ভাগফলের ঘরে 2-কে লিখে 2x18=36 ভাজ্যের 46-এর নিচে লেখ ও বিয়োগ করো। বিয়োগফল হিসাবে পাই 10। এবারে ভাজ্যের পরের অঙ্ক, 7 নিচে নামিয়ে 10-এর পাশে লেখ।

3. এই ধাপে 107-কে ভাজক 18 দিয়ে ভাগ করতে হবে। ভাগ করার প্রতি ধাপেই এমন আন্দাজ করতে হয়। তাই এই আন্দাজ করতে পারাটাই হল ভাগ করতে শেখার আসল কথা। এখানে ভাজক 18 হল প্রায় 20-র কাছাকাছি (20–2), ও আমরা চট করে বলতে পারি 5x20 হল 100। তাই, প্রথম আন্দাজ হিসাবে আমরা 107-কে 18 দিয়ে 5 বার ভাগ দিয়ে দেখব। 5x18 হল 90 যা 107 থেকে ছোট ও ভাগশেষ থাকে 17 যা ভাজক 18-র থেকে ছোট। তাই এখানে 5 দিয়েই ভাগ করা যাবে।
4. ভাগফলের ঘরে 5-কে লিখে 5x18=90-কে 107-এর নিচে লেখ ও বিয়োগ করো। বিয়োগফল হিসাবে পাই 17। এবার বিয়োগফল 17-র পাশে ভাজ্যের পরের অঙ্ক, 8 নামিয়ে পাই 178, যাকে আবার 18 দিয়ে ভাগ করতে হবে। এবার কত দিয়ে ভাগ করা যাবে আন্দাজ করাটা সোজা, কারণ আমরা জানি 18x10 হল 180, যা 178 থেকে একটুমাত্র বেশী। তাই এখানে 9 দিয়ে ভাগ যাবে। 9x18 মানে হল (10–1)x18 বা 180–18=162। ভাগফলের ঘরে 9-কে লিখে 9x18=162-কে 178-এর নিচে লেখ ও বিয়োগ করো। বিয়োগফল হিসাবে পাই 16। সুতরাং, ভাগফল 259 ও ভাগশেষ থাকে 16।

উদাহরণ 2: 4169 কে 57 দিয়ে ভাগ করো

1. এখানে ভাজক হল দুই অঙ্কের, তাই আমরা ভাগ শুরু করব ভাজ্যের প্রথম দুটি অঙ্ক, 41-কে নিয়ে। কিন্তু দেখা যাচ্ছে 41-এর থেকে ভাজক 57 বড়, তাই 41-কে 57 দিয়ে ভাগ করা যাবে না। তাই এখানে ভাজ্যের প্রথম তিনটি অঙ্ক, 416 নিয়ে ভাগ করা শুরু করতে হবে।
2. আমাদের আন্দাজ করতে হবে 416-কে 57 দিয়ে কতবার ভাগ করা যেতে পারে, বা 416 থেকে 57 কতবার নেওয়া যাবে। কী করে এই আন্দাজটা করব? এই আন্দাজটা করতে আগে দেখো এখানে ভাজ্যের প্রথম দুটি সংখ্যা 41-কে ভাজকের প্রথম অঙ্ক 5 দিয়ে কতবার ভাগ করা যায়। আমরা জানি 5x8 হল 40। তাই প্রথমে 8 বার ভাগ করে দেখব, ভাগ করা যায় কিনা। 8x57 হল 456, যা 416 থেকে বড়। তাই 8 বার ভাগ করা যাবে না। এরপর তাই আগের অঙ্ক, 7 দিয়ে ভাগ করা যায় কিনা দেখব। 7x57 হল 399, যা 416 থেকে ছোট। তাই এখানে 7 বার ভাগ করা যাবে।

57 | 4169 | 73
399
179
171 ভাগফল 73
8 ভাগশেষ 8

3. ভাগফলের ঘরে 7-কে লিখে 7x57=399 ভাজ্যের 416-র নিচে লেখ ও বিয়োগ করো। বিয়োগফল হিসাবে পাই 17। এরপর ভাজ্যের পরের অঙ্ক, 9 নিচে নামিয়ে 17-এর পাশে লেখ।

4. এই ধাপে 179-কে ভাজক 57 দিয়ে ভাগ করতে হবে। আমাদের আন্দাজ করতে হবে 179-কে 57 দিয়ে কতবার ভাগ করা যেতে পারে। এখানে ভাজ্যের প্রথম দুটি অঙ্ক 17-কে ভাজকের প্রথম অঙ্ক 5 দিয়ে 3 বার ভাগ করা যায়, কারণ আমরা জানি 5x3 হল 15। তাই 3 হল আমাদের প্রথম আন্দাজ । 3x57 হল 171, যা 179 থেকে ছোট। তাই এখানে 3 বার ভাগ করা যাবে।

5. ভাগফলের ঘরে 3-কে লিখে 3x57=171-কে 179-র নিচে লেখ ও বিয়োগ করো। বিয়োগফল পাই 8। সুতরাং, ভাগফল 73 ও ভাগশেষ থাকে 8।

উদাহরণ 3: 358256 কে 68 দিয়ে ভাগ করো

1. এখানে ভাজক হল দুই অঙ্কের, তাই আমরা ভাগ শুরু করব ভাজ্যের প্রথম দুটি অঙ্ক, 35-কে নিয়ে। কিন্তু দেখা যাচ্ছে 35-এর থেকে ভাজক 68 বড়, তাই 35-কে 68 দিয়ে ভাগ করা যাবে না। তাই ভাজ্যের প্রথম তিনটি অঙ্ক, 358 নিয়ে ভাগ করা শুরু করতে হবে।

```
68 | 358256 | 5268
     340
      182
      136     ভাগফল 5268
       465    ভাগশেষ 32
       408
        576
        544
         32
```

2. আমাদের আন্দাজ করতে হবে 358-কে 68 দিয়ে কতবার ভাগ করা যেতে পারে, বা 358 থেকে 68 কতবার নেওয়া যাবে। কী করে এই আন্দাজটা করব? এই আন্দাজটা করতে আগে দেখো এখানে ভাজ্যের প্রথম দুটি অঙ্ক 35-কে ভাজকের প্রথম অঙ্ক 6 দিয়ে কতবার ভাগ করা যায়। আমরা জানি 6x5 হল 30। তাই প্রথমে 5 বার ভাগ করে দেখব, ভাগ করা যায় কিনা। 5x68 হল 340, যা 358 থেকে ছোট। তাই এখানে 5 বার ভাগ করা যাবে।

3. ভাগফলের ঘরে 5-কে লিখে 5x68 = 340 ভাজ্যের 358-র নিচে লেখ ও বিয়োগ করো। বিয়োগফল হিসাবে পাই 18। এরপর ভাজ্যের পরের অঙ্কটি, 2 নিচে নামিয়ে 18-র পাশে লেখ।

4. এই ধাপে 182-কে ভাজক 68 দিয়ে ভাগ করতে হবে। আমাদের আন্দাজ করতে হবে 182-কে 68 দিয়ে কতবার ভাগ করা যেতে পারে। এখানে ভাজ্যের প্রথম দুটি অঙ্ক 18-কে ভাজকের প্রথম অঙ্ক 6 দিয়ে 3 বার ভাগ করা যায়, কারণ আমরা জানি 6x3 হল 18। তাই 3 হল আমাদের প্রথম আন্দাজ। কিন্তু 3x68 হল 204, যা 182 থেকে বড়। তাই এখানে 3 বার ভাগ করা যাবে না। এরপর তাই আগের অঙ্ক, 2 দিয়ে ভাগ করা যায় কিনা দেখব। 2x68 হল 136, যা 182 থেকে ছোট। তাই 2 বার ভাগ করা যাবে।
5. ভাগফলের ঘরে 2-কে লিখে 2x68=136-কে 182-র নিচে লেখ ও বিয়োগ করো। বিয়োগফল হিসাবে পাই 46। এরপর ভাজ্যের পরের অঙ্কটি, 5 নিচে নামিয়ে 46-এর পাশে লেখ।
6. এই ধাপে 465-কে ভাজক 68 দিয়ে ভাগ করতে হবে। আমাদের আন্দাজ করতে হবে 465-কে 68 দিয়ে কতবার ভাগ করা যেতে পারে। এখানে ভাজ্যের প্রথম দুটি অঙ্ক 46-কে ভাজকের প্রথম অঙ্ক 6 দিয়ে 7 বার ভাগ করা যায়, কারণ আমরা জানি 6x7 হল 42। তাই 7 হল আমাদের প্রথম আন্দাজ। কিন্তু 7x68 হল 476, যা 465 থেকে বড়। তাই এখানে 7 বার ভাগ করা যাবে না। এরপর তাই আগের অঙ্ক, 6 দিয়ে ভাগ করা যায় কিনা দেখব। 6x68 হল 408, যা 465 থেকে ছোট। তাই 6 বার ভাগ করা যাবে।
7. ভাগফলের ঘরে 6-কে লিখে 6x68 = 408-কে 465-র নিচে লেখ ও বিয়োগ করো। বিয়োগফল হিসাবে পাই 57। এরপর ভাজ্যের পরের অঙ্কটি, 6 নিচে নামিয়ে 57-এর পাশে লেখ।
8. এই ধাপে 576-কে ভাজক 68 দিয়ে ভাগ করতে হবে। আমাদের আন্দাজ করতে হবে 576-কে 68 দিয়ে কতবার ভাগ করা যেতে পারে। এখানে ভাজ্যের প্রথম দুটি অঙ্ক 57-কে ভাজকের প্রথম অঙ্ক 6 দিয়ে 9 বার ভাগ করা যায়, কারণ আমরা জানি 6x9 হল 54। তাই 9 হল আমাদের প্রথম আন্দাজ। কিন্তু 9x68 হল 612, যা 576 থেকে বড়। তাই এখানে 9 বার ভাগ করা যাবে না। এরপর তাই আগের অঙ্ক 8, দিয়ে ভাগ করা যায় কিনা দেখব। 8x68 হল 544, যা 576 থেকে ছোট। তাই 8 বার ভাগ করা যাবে।
9. ভাগফলের ঘরে 8-কে লিখে 8x68 = 544-কে 576-এর নিচে লেখ ও বিয়োগ করো। বিয়োগফল হিসাবে পাই 32। সুতরাং, ভাগফল 5268 ও ভাগশেষ থাকে 32।

উদাহরণ 4: 71059 কে 35 দিয়ে ভাগ করো (বিশেষ করে দেখো)

1. এখানে ভাজক হল দুই অঙ্কের, তাই আমরা ভাগ শুরু করব ভাজ্যের প্রথম দুটি অঙ্ক, 71-কে নিয়ে। দেখা যাচ্ছে 71 ভাজক 35-র থেকে বড়, তাই 71-কে 35 দিয়ে ভাগ করা যাবে। তাই এখানে ভাজ্যের প্রথম দুটি অঙ্ক, 71 নিয়ে ভাগ করা শুরু করতে হবে।
2. আমাদের আন্দাজ করতে হবে 71-কে 35 দিয়ে কতবার ভাগ করা যেতে পারে, বা 71 থেকে 35 কতবার নেওয়া যাবে। কী করে এই আন্দাজটা করব? এই আন্দাজটা করতে আগে দেখো, এখানে ভাজ্যের প্রথম অঙ্ক 7-কে ভাজকের প্রথম অঙ্ক 3 দিয়ে কতবার ভাগ করা যায়। আমরা জানি 3x2 হল 6। তাই প্রথমে 2 বার ভাগ করে দেখব, ভাগ করা যায় কিনা। 2x35 হল 70, যা 71 থেকে ছোট। তাই এখানে 2 বার ভাগ করা যাবে। ভাগফলের ঘরে 2-কে লিখে 2x35 = 70 ভাজ্যের 71-এর নিচে লেখ ও বিয়োগ করো। বিয়োগফল হিসাবে পাই 1। এরপর ভাজ্যের পরের অঙ্কটি, 0 নিচে নামিয়ে 1-এর পাশে লেখ।

```
35 | 71059 | 2030
     70
      10
      00      ভাগফল 2030
       105    ভাগশেষ 9
       105
         09
         00
          9
```

3. এই ধাপে 10-কে ভাজক 35 দিয়ে ভাগ করতে হবে। কিন্তু ভাজ্যের পরের অঙ্কটি নামিয়ে লেখার পরেও দেখা যাচ্ছে 35 দিয়ে একবারও ভাগ করা যাচ্ছে না। তাই এখানে আমরা বলব 35 দিয়ে শূন্যবার (0) ভাগ করা হল।
4. ভাগফলের ঘরে 0-কে লিখে 0x35 = 00 ভাজ্যের 10-এর নিচে লেখ ও বিয়োগ করো। বিয়োগফল হিসাবে পাই 10। এরপর ভাজ্যের পরের অঙ্কটি, 5 নিচে নামিয়ে 10-এর পাশে লেখ।

> এই বিয়োগের ধাপটি বোঝার জন্য দেখানো হল। পরে ভাগ করার সময় না দেখালেও চলবে। নিয়মটা মনে রাখতে হবে। ভাজ্য থেকে কোনও একটি অঙ্ক নামিয়ে আনার পরেও ভাগ করা না গেলে ধরতে হবে শূন্যবার ভাগ হল। তাই **ভাগফলে একটি শূন্য** লিখতে হবে।

5. এই ধাপে 105-কে ভাজক 35 দিয়ে ভাগ করতে হবে। এখানে ভাজ্যের প্রথম দুটি অঙ্ক 10-কে ভাজকের প্রথম সংখ্যা 3 দিয়ে 3 বার ভাগ করা যায়, কারণ

আমরা জানি 3x3 হল 9। তাই প্রথমে 3 বার ভাগ করে দেখব, ভাগ করা যায় কিনা। 3x35 হল 105, যা 105 এর সমান। তাই এখানে 3 বার ভাগ করা যাবে।

6. ভাগফলের ঘরে 3-কে লিখে 3x35=105-কে ভাজ্য 105-এর নিচে লেখ ও বিয়োগ করো। বিয়োগফল হিসাবে পাই 0। এরপর ভাজ্যের পরের অঙ্কটি, 9 নিচে নামিয়ে লেখ।
7. ভাজ্য থেকে 9 নামিয়ে আনার পরেও ভাজক দিয়ে একবারও ভাগ করা যাচ্ছে না। তাই এখানেও আমরা বলব 35 দিয়ে শূন্যবার (0) ভাগ করা হল ও তাই ভাগফলে একটি শূন্য লিখতে হবে। ভাগফলের ঘরে 0-কে লিখে 0x35=00-কে 9-এর নিচে লেখ ও বিয়োগ করো। বিয়োগফল হিসাবে পাই 9। সুতরাং, ভাগফল 2030 ও ভাগশেষ 9।

অনুশীলন 2.1 দুই অঙ্কের ভাজক দিয়ে ভাগ করো

	A.	B.	C.	D.
1.	$2153 \div 45$	$5643 \div 23$	$1156 \div 19$	$5672 \div 22$
2.	$3452 \div 17$	$3213 \div 15$	$5061 \div 21$	$3204 \div 42$
3.	$2350 \div 42$	$3112 \div 23$	$1836 \div 61$	$4622 \div 23$
4.	$2201 \div 23$	$2568 \div 27$	$3235 \div 73$	$4271 \div 23$
5.	$4506 \div 78$	$7189 \div 68$	$4506 \div 64$	$2192 \div 32$
6.	$2178 \div 28$	$3547 \div 34$	$5672 \div 21$	$5404 \div 20$
7.	$20506 \div 94$	$45070 \div 39$	$36070 \div 71$	$40101 \div 99$

উত্তর 2.1 (ভাগফল, ভাগশেষ)

	A.	B.	C.	D.
1.	47, 38	245, 8	60, 16	257, 18
2.	203, 1	214, 3	241,0	76, 12
3.	55, 40	135, 7	30, 6	200, 22
4.	95, 16	95, 3	44, 23	185, 16
5.	57, 60	105, 49	70, 26	68, 16
6.	77, 22	104, 11	270, 2	270, 4
7.	218, 14	1155, 25	508, 2	405, 6

2.2 তিন অঙ্কের শতক সংখ্যার ভাজক দিয়ে ভাগ করা

উদাহরণ 1: 324678 কে 418 দিয়ে ভাগ করো

1. এখানে ভাজক হল তিন অঙ্কের, তাই আমরা ভাগ শুরু করব ভাজ্যের প্রথম তিনটি অঙ্ক, 324-কে নিয়ে। ভাজ্য 324-এর থেকে ভাজক 418 বড়, তাই 418 দিয়ে ভাগ করা যাবে না। এখানে ভাজ্যের প্রথম চারটি অঙ্ক, 3246 নিয়ে ভাগ করা শুরু করতে হবে। আমাদের আন্দাজ করতে হবে 3246-কে 418 দিয়ে কতবার ভাগ করা যেতে পারে। কী করে এই আন্দাজটা করব? প্রথম আন্দাজ করতে দেখো ভাজ্যের প্রথম দুটি অঙ্ক 32-কে ভাজকের প্রথম অঙ্ক 4 দিয়ে কতবার ভাগ করা যেতে পারে। নামতা থেকে জানি 8 বার। তাই 8 হল আমাদের প্রথম আন্দাজ।

```
418 | 324678 | 776
        2926      ভাগফল
         3207
         2926
          2818
          2508
           310 ভাগশেষ 320
```

2. 418x8 হল (400+10+8)x8 বা (3200+80+64) বা 3344, যা ভাজক 3246-এর থেকে বড়। তাই 8 বার ভাগ যাবে না। আমরা 7 দিয়ে ভাগ করব। 418x7 হল (400+10+8)x7 বা (2800+70+56) বা 2926।
3. ভাগফলের ঘরে 7 লিখে ভাজ্যের 3246-এর নিচে 2926 লেখ ও বিয়োগ করো। বিয়োগফল হিসাবে আমাদের ভাগশেষ থাকে 3246–2926=320। এবারে ভাজ্যের পরের অঙ্কটি, 7 নিচে নামিয়ে 320-র পাশে লেখ।
4. এই ধাপে 3207-কে ভাজক 418 দিয়ে ভাগ করতে হবে। প্রথম আন্দাজ হিসাবে আমরা 3207-কে 418 দিয়ে 8 বার ভাগ দিয়ে দেখব, কারণ এখানেও একই ভাবে দেখা যাচ্ছে 32-এর মধ্যে 4 যায় 8 বার। কিন্তু 3207-এর মধ্যে 8 বার 418 যাচ্ছেনা। তাই আমাদের 7 দিয়ে ভাগ করতে হবে। 418x7 হল 2926। ভাগফলের ঘরে 7 লিখে ভাজ্যের 3207-এর নিচে 2926 লেখ ও বিয়োগ করো। বিয়োগফল হিসাবে আমাদের ভাগশেষ থাকে 3207–2926=281। এবারে ভাজ্যের পরের অঙ্কটি, 8 নিচে নামিয়ে 281-র পাশে লেখ।
5. এবারে 2818-কে ভাজক 418 দিয়ে ভাগ করতে হবে। প্রথম আন্দাজ হিসাবে আমরা 2818-কে 418 দিয়ে 7 বার ভাগ দিয়ে দেখব, কারণ 28-

এর মধ্যে 4 যায় 7 বার। কিন্তু 418x7 হল 2926। তাই আমাদের 6 দিয়ে ভাগ করতে হবে। 418x6 হল 2508। ভাগফলের ঘরে 6 লিখে ভাজ্যের 2818-র নিচে 2508 লেখ ও বিয়োগ করো। বিয়োগফল হিসাবে আমাদের ভাগশেষ থাকে 2818–2508=310।

উদাহরণ 2: 436109 কে 872 দিয়ে ভাগ করো

1. এখানে ভাজক হল তিন অঙ্কের, তাই আমরা ভাগ শুরু করব ভাজ্যের প্রথম তিনটি অঙ্ক, 436-কে নিয়ে। কিন্তু দেখা যাচ্ছে 436-এর থেকে ভাজক 872 বড়, তাই 436-কে 872 দিয়ে ভাগ করা যাবে না। তাই এখানে ভাজ্যের প্রথম চারটি অঙ্ক, 4361 নিয়ে ভাগ করা শুরু করতে হবে। ভাজ্যের প্রথম দুটি অঙ্ক 43-কে ভাজকের প্রথম অঙ্ক 8 দিয়ে 5 বার ভাগ করা যেতে পারে। তাই 5 হল আমাদের প্রথম আন্দাজ। 872x5 হল (800+70+2)x5 বা (4000+350+10) বা 4360, যা এখানে ভাজ্য 4361-র থেকে ছোট। তাই 5 বার ভাগ যাবে। ভাগফলের ঘরে 5-কে লিখে ভাজ্যের 4361-এর নিচে 4360 লেখ ও বিয়োগ করো। বিয়োগফল হিসাবে পাই 1। এরপর ভাজ্যের পরের অঙ্কটি, 0 নিচে নামিয়ে 1-এর পাশে লেখ।

```
872 | 436109 | 500
      4360       ভাগফল
        10
        00
        109
        000
        109 ভাগশেষ
```

2. এই ধাপে 10-কে ভাজক 872 দিয়ে ভাগ করা যাবে না। তাই এখানে ভাগফলের ঘরে 0 লিখে ভাজ্যের 10-এর নিচে 00 লেখ ও বিয়োগ করো। বিয়োগফল হিসাবে পাই 10। এরপর ভাজ্যের পরের অঙ্কটি, 9 নিচে নামিয়ে 10-এর পাশে লেখ। এখানেও 109-কে ভাজক 872 দিয়ে দিয়ে ভাগ করা যাবে না। তাই এখানে ভাগফলের ঘরে 0 লিখে ভাজ্যের 109-এর নিচে 000 লেখ ও বিয়োগ করো। বিয়োগফল হিসাবে ভাগশেষ পাই 109।

2.3 100 ও 1000 দিয়ে ভাগ করার সহজ নিয়ম

কোনও একটি বড় সংখ্যাকে 100 দিয়ে ভাগ করলে আমরা সংখ্যাটির শেষের দুটি (দশক ও একক) ঘরে যে অঙ্কদুটি আছে তা নিয়ে দশক সংখ্যায় ভাগশেষ পাই, ও তার আগের অঙ্কগুলিকে ভাগফল হিসাবে পাই।

956721	÷ 100 :	ভাগশেষ	21	ভাগফল	9567
234589	÷ 100 :	ভাগশেষ	89	ভাগফল	2345
567800	÷ 100 :	ভাগশেষ	00	ভাগফল	5678
774509	÷ 100 :	ভাগশেষ	09	ভাগফল	7745

কোনও একটি বড় সংখ্যাকে 1000 দিয়ে ভাগ করলে আমরা সংখ্যাটির শেষের তিনটি ঘরের অঙ্কগুলিকে নিয়ে শতক সংখ্যায় ভাগশেষ পাই, ও তার আগের অঙ্কগুলিকে ভাগফল হিসাবে পাই।

956721	÷ 1000 :	ভাগশেষ	721	ভাগফল	956
234589	÷ 1000 :	ভাগশেষ	589	ভাগফল	234
567800	÷ 1000 :	ভাগশেষ	800	ভাগফল	567

2.4 জোড় ও বিজোড় সংখ্যা

জোড় সংখ্যা : যে সব সংখ্যাকে 2 দিয়ে নিঃশেষে ভাগ করা যায় সেগুলি হল জোড় সংখ্যা। যেমন হল, 2, 4, 6, 8…..62… 478 ইত্যাদি। কোনো সংখ্যার শেষ অঙ্ক 0, 2, 4, 6, 8 হলে সেটি জোড় সংখ্যা।

বিজোড় সংখ্যা : যে সব সংখ্যাকে 2 দিয়ে নিঃশেষে ভাগ করা যায় না সেগুলি হল বিজোড় সংখ্যা। যেমন হল, 3, 5, 7, 9…..23.. ….33…139….2581 ইত্যাদি। কোনো সংখ্যার শেষ অঙ্ক 1, 3, 5, 7, 9 হলে সেটি বিজোড় সংখ্যা।

অনুশীলন 2.2 জোড় ও বিজোড় সংখ্যাগুলিকে চিহ্নিত কর

জোড় সংখ্যাগুলিকে লেখ—

1 থেকে 20-র মধ্যে; 42 থেকে 70-এর মধ্যে

বিজোড় সংখ্যাগুলিকে লেখ—

1 থেকে 20-র মধ্যে; 33 থেকে 67-র মধ্যে

2.5 জোড় ও বিজোড় সংখ্যা দিয়ে ভাগের কিছু সূত্র

2 দিয়ে ভাগ যায় : যদি সংখ্যাটি জোড় সংখ্যা হয় বা তার শেষে শূন্য থাকে, যেমন 48, 76, 2348, 4390 ইত্যাদি।

4 দিয়ে ভাগ যায় : যদি সংখ্যাটির শেষ দুটি অঙ্ক (দশক ও একক স্থানে) মিলে যে সংখ্যাটি হয় তা 4 দিয়ে ভাগ করা যায়, বা সংখ্যাটির

শেষ দুটি স্থানেই শূন্য থাকে, যেমন 148, 160, 2372, 4308, 5700 ইত্যাদি।

3 দিয়ে ভাগ যায় : যদি একটি সংখ্যার মধ্যে যে অঙ্কগুলি আছে তার যোগফলকে 3 দিয়ে ভাগ করা যায়। উদাহরণ—

78 = 7+8 = 15
243 = 2+4+3 = 9
6678 = 6+6+7+8 = 27

5 দিয়ে ভাগ যায় : যদি সংখ্যাটির শেষে শূন্য বা 5 থাকে, যেমন 40, 65, 2345, 4390 ইত্যাদি।

6 দিয়ে ভাগ যায় : যদি সংখ্যাটি 2 এবং 3, দুই দিয়েই ভাগ করা যায়। অর্থাৎ, যদি সংখ্যাটি জোড় সংখ্যা হয় এবং তার অঙ্কগুলির যোগফল 3 দিয়ে ভাগ যায়, যেমন 114, 156, 2372, 2142 ইত্যাদি।

9 দিয়ে ভাগ যায় : যদি একটি সংখ্যার মধ্যে যে অঙ্কগুলি আছে তার যোগফলকে 9 দিয়ে ভাগ করা যায়। উদাহরণ—

378 = 3+7+8 = 18
9243 = 9+2+4+3 = 18
8973 = 8+9+7+3 = 27

11 দিয়ে ভাগ যায়: যদি কোনও সংখ্যার জোড় স্থানের অঙ্কগুলির যোগফল ও বিজোড় স্থানের অঙ্কগুলির যোগফলের পার্থক্য 11 দিয়ে ভাগ যায় বা 0 হয়। উদাহরণ—

1342: জোড় স্থানের অঙ্কগুলির যোগফল 3+2 = 5
বিজোড় স্থানের অঙ্কগুলির যোগফল 1+4 = 5
পার্থক্য = 0 তাই 11 দিয়ে ভাগ যায়।

64845: জোড় স্থানের অঙ্কগুলির যোগফল 4+4 = 8
বিজোড় স্থানের অঙ্কগুলির যোগফল 6+8+5 = 19
পার্থক্য = 11 তাই 11 দিয়ে ভাগ যায়।

93929: জোড় স্থানের অঙ্কগুলির যোগফল 3+2 = 5
বিজোড় স্থানের অঙ্কগুলির যোগফল 9+9+9 = 27
পার্থক্য = 22 তাই 11 দিয়ে ভাগ যায়।

12 দিয়ে ভাগ যায়: যদি সংখ্যাটি 3 এবং 4, দুই দিয়েই ভাগ করা যায়। কী হলে সংখ্যাগুলো 3 ও 4 দিয়ে ভাগ যায় সেই নিয়ম দুটো ওপরে দেখে নাও। উদাহরণ—
5376: (5+3+7+6)=21, যা 3 দিয়ে ভাগ যায়।
শেষ দুটি অঙ্ক 76-কে 4 দিয়ে ভাগ করা যায়।
5376÷12 = 448 ভাগফল।

অনুশীলন 2.3 সংখ্যাগুলিকে ভাগ করা যায় কিনা পরীক্ষা করো (ভাগ গেলে √ টিক চিহ্ন, না গেলে × ক্রস চিহ্ন দাও ঠিক ঠিক ঘরে, যেমন প্রথম অঙ্কে দেখানো আছে।)

দিয়ে ভাগ	2379	51048	21774	5690	71391	9855
2	×	√	√	√	×	×
3						
4						
5						
6						
9						
11						
12						

পাঠ 3. গুণনীয়ক ও গুণিতক, এবং মৌলিক সংখ্যা ও যৌগিক সংখ্যা

3.1 গুণনীয়ক বা উৎপাদক (ইংরেজি হল ফ্যাক্টর)

আমরা জানি যে একটি সংখ্যাকে দুটি সংখ্যার গুণফল হিসাবে পাওয়া যায়।
যেমন, 35 = 5 x 7

33 = 3 x 11

দেখা যাচ্ছে, 35 উৎপন্ন হচ্ছে 5 এবং 7 গুণ করলে । তাই, 35-কে 5 ও 7 এই দুটো সংখ্যা দিয়েই নিঃশেষে ভাগ করা যাবে। 5 ও 7 হল 35-এর গুণনীয়ক । একইভাবে 3 এবং 11, হল 33-এর গুণনীয়ক বা উৎপাদক।

একটি সংখ্যাকে যে যে সংখ্যা দিয়ে নিঃশেষে ভাগ করা যায় (ভাগশেষ থাকে না), সেইগুলি হল ওই সংখ্যাটির গুণনীয়ক বা উৎপাদক।
লক্ষ করো: যেকোনও সংখ্যার দুইটি গুণনীয়ক থাকবেই, 1 এবং সংখ্যাটি নিজে। যেকোনও সংখ্যার সবচেয়ে ছোট গুণনীয়ক হল 1, ও সবচেয়ে বড় গুণনীয়ক হল সংখ্যাটি নিজে।

উদাহরণ:

64-র গুণনীয়ক 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64

56-র গুণনীয়ক 1, 2, 4, 7, 8, 14, 28, 56

13-র গুণনীয়ক 1, 13

অনুশীলন 3.1 সংখ্যাগুলির গুণনীয়কগুলি বার করে পাশে লেখ

12	15	27
42	50	11
19	96	264

3.2 গুণিতক (ইংরেজি হল মাল্‌টিপল্‌)

কোনও সংখ্যাকে এক একটা সংখ্যা (অখণ্ড সংখ্যা) দিয়ে গুণ করে গেলে যে সংখ্যাগুলি পাই, সেগুলি হল সংখ্যাটির গুণিতক। বিভিন্ন সংখ্যার নামতার কথা মনে করো। একটি সংখ্যার নামতায় আমরা সেই সংখ্যার প্রথম কয়েকটি গুণিতক পাই—যেমন,

2 -এর গুণিতক হল, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, ………..

3 -এর গুণিতক হল, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, ……….

লক্ষ করো:

- যেকোনও সংখ্যার গুণিতক অসংখ্য, যার কোনও শেষ নেই। তাই কোনও সংখ্যারই সবচেয়ে বড় বা বৃহত্তম গুণিতক বলে কিছু হয় না;
- যেকোনও সংখ্যার সবচেয়ে ছোট বা লঘিষ্ঠ গুণিতক হল সংখ্যাটি নিজেই, কারণ 1 দিয়ে গুণ করলে আমরা সেই সংখ্যাটিকেই পাই। অন্যান্য সব গুণিতক সেই সংখ্যাটির থেকে বড় হবে;
- প্রত্যেকটি সংখ্যাই হল 1-এর গুণিতক।
- একটি সংখ্যা (ক) যদি আরেকটি সংখ্যা (খ)-য়ের গুণনীয়ক হয়, তাহলে খ সংখ্যাটি ক সংখ্যার গুণিতক হবে। অর্থাৎ গুণনীয়ক ও গুণিতক হল একটি অন্যটির বিপরীত।

অনুশীলন 3.2 সংখ্যাগুলির সাতটি করে গুণিতক লেখ

9	12	10
11	8	15
7	6	20

3.3 মৌলিক সংখ্যা ও যৌগিক সংখ্যা

নিচের দুই ধরনের সংখ্যার গুণনীয়কগুলি লক্ষ করো —

মৌলিক সংখ্যা	গুণনীয়ক	যৌগিক সংখ্যা	গুণনীয়ক
2	1, 2	4	1, 2, 4
3	1, 3	6	1, 2, 3, 6
5	1, 5	8	1, 2, 4, 8
7	1, 7	9	1, 3, 9
11	1, 11	10	1, 2, 5, 10
13	1, 13	12	1, 2, 3, 4, 6, 12
17	1, 17	14	1, 2, 7, 14
19	1, 19	15	1, 3, 5, 15

ওপরের তালিকায় বাঁদিকের ভাগটাতে দেখা যাচ্ছে কিছু বিশেষ ধরনের সংখ্যা, যেগুলির গুণনীয়ক হিসাবে আমরা কেবলমাত্র দুইটি সংখ্যা পাই, 1 এবং সংখ্যাটি নিজে। এইগুলিকে মৌলিক সংখ্যা (ইংরেজিতে, প্রাইম্ নাম্বার) বলা হয়।

মৌলিক সংখ্যাকে 1 এবং নিজেকে দিয়ে ছাড়া অন্য কোনও সংখ্যা দিয়ে ভাগ করা যায় না। এদের এই দুইটি মাত্র গুণনীয়ক হয়।

ওপরের তালিকায় দ্বিতীয় ভাগটাতে আমরা দেখছি, এই সংখ্যাগুলির দুইটির বেশী, 1 ও নিজেকে ছাড়াও অন্তত আরও একটি, গুণনীয়ক আছে। এইগুলিকে যৌগিক সংখ্যা (ইংরেজিতে, কম্পোসিট্ নাম্বার) বলা হয়।

যৌগিক সংখ্যাকে 1 এবং নিজেকে দিয়ে ছাড়াও অন্য কোনও সংখ্যা দিয়েও ভাগ করা যায়। এদের দুইটির বেশী গুণনীয়ক হয়।

মনে রেখো: এই দুই ধরনের সংখ্যার মধ্যে 1 সংখ্যাটি পড়ে না। এটি মৌলিক বা যৌগিক সংখ্যা নয়। আর আমরা আগেই জেনেছি যে 0-কে কোনও অখণ্ড সংখ্যা হিসাবে ধরা হয় না।

অনুশীলন 3.3 নিচের তালিকায় মৌলিক সংখ্যাগুলিকে চিহ্নিত করো

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

মৌলিক গুণনীয়ক (বা মৌলিক উৎপাদক, ইংরেজিতে প্রাইম্ ফ্যাক্টর)

কোনও সংখ্যার যে গুণনীয়কটি একটি মৌলিক সংখ্যা, তাকে মৌলিক গুণনীয়ক বলা হয়। যেকোনও যৌগিক সংখ্যার কোনও না কোনও মৌলিক গুণনীয়ক থাকবেই। এবার দেখা যাক কোনও একটি যৌগিক সংখ্যার মৌলিক গুণনীয়কগুলি আমরা কীভাবে বার করব।

কোনও সংখ্যার মৌলিক গুণনীয়কগুলি বার করা

আমরা শিখেছি, 2, 3, 5, 7, 11, 13, ইত্যাদি হল মৌলিক সংখ্যা। কোনও সংখ্যার মৌলিক গুণনীয়কগুলি বার করার পদ্ধতি হল সংখ্যাটিকে এই মৌলিক

সংখ্যাগুলি দিয়ে যতবার সম্ভব ক্রমাগত ভাগ করে যেতে হবে, ও অবশেষে ভাগফল 1 হবে, যাকে আর ভাগ করা যাবে না। অর্থাৎ, এক একবার ভাগ করার পরে ভাগফলকে আবার মৌলিক সংখ্যা দিয়ে ভাগ করতে হবে।

প্রত্যেক ধাপে কেবলমাত্র যে মৌলিক সংখ্যা দিয়ে নিঃশেষে ভাগ করা যায়, তেমন সংখ্যা দিয়েই ভাগ করতে হবে, কখনো ভাগশেষ থাকলে চলবে না। নিচের উদাহরণটি দেখ। আমরা প্রতি ধাপে ভাগফলকে পর পর নিচে লিখেছি।

উদাহরণ: 48, 56, 45 সংখ্যাগুলির মৌলিক গুণনীয়কগুলি বার করো

$$\begin{array}{r|r} 2 & \underline{48} \\ 2 & \underline{24} \\ 2 & \underline{12} \\ 2 & \underline{6} \\ 3 & \underline{3} \\ & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{r|r} 2 & \underline{56} \\ 2 & \underline{28} \\ 2 & \underline{14} \\ 7 & \underline{7} \\ & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{r|r} 3 & \underline{45} \\ 3 & \underline{15} \\ 5 & \underline{5} \\ & 1 \end{array}$$

লক্ষ করো:

$48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$; $56 = 2 \times 2 \times 2 \times 7$; $45 = 3 \times 3 \times 5$

একে বলে কোনো সংখ্যাকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ বা সহজ কথায় উঁৎপাদকে ভাঙা।

অনুশীলন 3.4 নিচের সংখ্যাগুলির মৌলিক গুণনীয়কগুলি বার করো

26

27

46

64

72

90

পাঠ 4. গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক ও লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক

4.1 গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক (গসাগু)

গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক সংক্ষেপে হল গসাগু (ইংরেজিতে বলে হায়েস্ট কমন্ ফ্যাক্টর, বা এইচ্ সি এফ)। যেকোনও সংখ্যার গুণনীয়ক কাকে বলে ও সেগুলো বার করা আগে শিখেছি। একাধিক সংখ্যার গুণনীয়কগুলো বার করলে আমরা হয়ত দেখব কয়েকটা গুণনীয়ক সবকটা সংখ্যার ক্ষেত্রেই আছে। এগুলোকে বলব এই সংখ্যাগুলোর **সাধারণ** (ইংরেজিতে কমন) গুণনীয়ক। আর **গরিষ্ঠ** কথাটার মানে হল সবচেয়ে বড়। দুইটি সংখ্যা ভাবা যাক, 18 ও 24:

18 সংখ্যাটির গুণনীয়ক বা উৎপাদকগুলি হল, **1**, **2**, **3**, **6**, 9, 18

24 সংখ্যাটির গুণনীয়ক বা উৎপাদকগুলি হল, **1**, **2**, **3**, 4, **6**, 8, 12, 24

দুইটি সংখ্যার গুণনীয়কগুলিতেই আছে, 1, 2, 3, 6 । সুতরাং, এইগুলি হল এই দুইটি সংখ্যার সাধারণ গুণনীয়ক। এদের মধ্যে 6 হল সবচেয়ে বড় (গরিষ্ঠ)। তাই 6 হল 18 ও 24 সংখ্যা দুটির গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক (গসাগু)।

> একাধিক সংখ্যার গুণনীয়কগুলির তুলনা করে যে সাধারণ গুণনীয়কগুলি পাওয়া যায় (অর্থাৎ, সবকটি সংখ্যারই গুণনীয়ক হিসাবে যে সংখ্যাগুলি পাই) তার মধ্যে সবচেয়ে বড়টিকে গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক বলা হয়।

4.2 গসাগু নির্ণয় করার তিনটি পদ্ধতি

একাধিক সংখ্যার গসাগু তিন ভাবে গসাগু নির্ণয় বা বার করা যায়।

প্রথম পদ্ধতি: গুণনীয়কগুলি বার করা

সংখ্যাগুলির সবকটি গুণনীয়ক বার করে তুলনা করে দেখো কোন্‌গুলি সাধারণ গুণনীয়ক। সেইগুলির মধ্যে সবচেয়ে বড়টি হল সংখ্যাগুলির গসাগু।

উদাহরণ: 24 ও 36 সংখ্যা দুটির গসাগু নির্ণয় করো।

24-এর গুণনীয়কগুলি হল $\underline{1}, \underline{2}, \underline{3}, \underline{4}, \underline{6}, 8, \underline{12}, 24$

36-এর গুণনীয়কগুলি হল $\underline{1}, \underline{2}, \underline{3}, \underline{4}, \underline{6}, 9, \underline{12}, 18, 36$

দুটি সংখ্যার এই গুণনীয়কগুলির মধ্যে যেগুলি সাধারণ গুণনীয়ক, অর্থাৎ, যে সংখ্যাগুলি 24-এর গুণনীয়ক, আবার 36-এরও গুণনীয়ক, সেগুলি হল এই দুটি সংখ্যার সাধারণ গুণনীয়ক। এইগুলির তলায় দাগ দাও। এবার দেখো এদের মধ্যে সবচেয়ে বড় কোন্‌টি। এখানে সবচেয়ে বড় সাধারণ গুণনীয়ক হল 12। তাই 24 ও 36-এর গসাগু হল 12।

দ্বিতীয় পদ্ধতি: মৌলিক গুণনীয়কগুলি দিয়ে গসাগু বার করা

সংখ্যাগুলির সবকটা মৌলিক গুণনীয়ক বার করে দেখো কোন্‌গুলি সাধারণ মৌলিক গুণনীয়ক। এবারে দেখো এই সাধারণ মৌলিক গুণনীয়কগুলি সবকটা সংখ্যাতেই কম করে (ন্যূনতম) কতবার আছে। এই সাধারণ মৌলিক গুণনীয়কগুলিকে তাদের এই ন্যূনতম বার গুণ করলে সংখ্যাগুলির গসাগু পাব।

উদাহরণ: মৌলিক গুণনীয়ক দিয়ে 12 ও 16-র গসাগু নির্ণয়

আগে আমরা সংখ্যা দুটির মৌলিক গুণনীয়কগুলি বার করব।

$$\begin{array}{r|r} 2 & \underline{12} \\ 2 & \underline{6} \\ 3 & \underline{3} \\ & 1 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r|r} 2 & \underline{16} \\ 2 & \underline{8} \\ 2 & \underline{4} \\ 2 & 1 \end{array}$$

12-র মৌলিক গুণনীয়কগুলি হল $\underline{2}, \underline{2}, 3$

16-র মৌলিক গুণনীয়কগুলি হল $\underline{2}, \underline{2}, \underline{2}, \underline{2}$

12 ও 16-র সাধারণ মৌলিক গুণনীয়ক পেলাম একটাই, 2। 12-তে এটি 2 বার ও 16-তে এটি 4 বার আছে। তাই এই সাধারণ মৌলিক সংখ্যাটিকে আমরা ন্যূনতম 2 বার পাচ্ছি। সুতরাং, 12 ও 16-র গসাগু হল 2x2 বা 4।

সহজ পদ্ধতি: এই পদ্ধতিটিকে আমরা একটু সহজ করে নিতে পারি। যেহেতু আমাদের প্রয়োজন হল সংখ্যাগুলির সাধারণ মৌলিক গুণনীয়কগুলি বার করা, ও দেখা যে ন্যূনতম কতবার এই গুণনীয়কগুলি সবকটি সংখ্যাতেই আছে, তাই আমরা একযোগে সবকটি সংখ্যার মৌলিক গুণনীয়কগুলি বার করব। এর উপায় হল, আমরা সবকটি সংখ্যাকেই ভাগ করা যায় এমন সবচেয়ে ছোট মৌলিক সংখ্যাটি নিয়ে শুরু করে বারবার ভাগ করে যাব, যতক্ষণ সবকটিকে ভাগ করা যায় এমন মৌলিক সংখ্যা পাব। যতগুলি মৌলিক সংখ্যা দিয়ে ভাগ করা গেল, সেইগুলির গুণফল হবে সংখ্যাগুলির গসাগু।

উদাহরণ: মৌলিক গুণনীয়ক দিয়ে 48, 72 ও 96-এর গসাগু নির্ণয়

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & \underline{48} & \underline{72} & \underline{96} \\ 2 & \underline{24} & \underline{36} & \underline{48} \\ 2 & \underline{12} & \underline{18} & \underline{24} \\ 3 & \underline{6} & \underline{9} & \underline{12} \\ & 2 & 3 & 4 \end{array}$$

সুতরাং, 48, 72 ও 96-এর গসাগু হল 2 x 2 x 2 x 3 = 24

লক্ষ করো; এখানে তিনটে সংখ্যাকেই পাশাপাশি নিয়ে উৎপাদকে ভাঙা হচ্ছে,

কিন্তু সাধারণ মৌলিক গুণনীয়ক ফুরিয়ে গেলে থেমে যাচ্ছি।

তৃতীয় পদ্ধতি: সংখ্যাগুলি ভাগ (বিভাজন) করে গসাগু বার করা

যে সংখ্যাগুলির গসাগু বার করতে হবে সেগুলির মধ্যে সবচেয়ে ছোট সংখ্যাটি দিয়ে পরের সংখ্যাটিকে ভাগ করো। ভাগশেষ কিছু না থাকলে ছোট সংখ্যাটিই হল এই দুটি সংখ্যার গসাগু। ভাগশেষ থাকলে, ভাগশেষকে ভাজক ধরে নিয়ে এবার ছোট সংখ্যাটিকে (ভাজ্য হিসাবে নিয়ে) ভাগ করো। এবারেও ভাগশেষ থাকলে বোঝা যাবে যে, এই দুটি সংখ্যার গসাগু হল 1, আর ভাগশেষ 0 হলে বোঝা যাবে শেষ ভাজকটিই হল এই দুটি সংখ্যার গসাগু। গসাগু নির্ণয়ে তৃতীয় একটি সংখ্যা থাকলে তাকে এরপর প্রথম দুটি সংখ্যার গসাগু দিয়ে ভাগ করতে হবে একই ভাবে। শেষ ভাজকটি, যা দিয়ে ভাগ করে ভাগশেষ 0 আসবে সেটিই হবে তিনটি সংখ্যার গসাগু। ভাগশেষ 0 না আসলে বোঝা যাবে তিনটি সংখ্যার গসাগু হল 1। আরো সংখ্যা থাকলে এই ভাবে প্রক্রিয়াটি করে যেতে হবে।

উদাহরণ: ভাগ করে 48, 72 ও 108-এর গসাগু বার করো

```
48 | 72 | 1              24 | 108 | 4
     48                        96
     24 | 48 | 2               12 | 24 | 2
          48                        24
           0                         0
```

সুতরাং, 48, 72 ও 108-র গসাগু হল 12 ।

উদাহরণ: ভাগ করে 16, 24 ও 32-এর গসাগু বার করো

```
16 | 24 | 1              8 | 32 | 4
     16                      32
     8 | 16 | 2               0
         16
          0
```

সুতরাং, 16, 24 ও 32-এর গসাগু হল 8 ।

গসাগু সম্বন্ধে মনে রাখো:

- একাধিক সংখ্যার সাধারণ গুণনীয়কগুলির মধ্যে সবচেয়ে বড়টি হল তাদের গসাগু;
- একাধিক সংখ্যার সাধারণ মৌলিক গুণনীয়কগুলিকে গুণ করলে আমরা তাদের গসাগু পাই;

- সংখ্যাগুলির কোনও **সাধারণ মৌলিক গুণনীয়ক না থাকলে** তাদের **গসাগু হবে 1**, ও এই সংখ্যাগুলির একটিকে বলা হবে আরেকটির **সহ-মৌলিক (কো-প্রাইম)** সংখ্যা।
- দুটি সংখ্যার একটি অন্যটি দ্বারা বিভাজ্য হলে (নিঃশেষ ভাগ গেলে) ছোট সংখ্যাটি (ভাজক) হবে তাদের গসাগু।

অনুশীলন 4.1 গসাগু বার করা

1. a) 9 ও 15-র গুণনীয়কগুলি বার করো
   9 ও 15-র সাধারণ গুণনীয়ক কোন্‌গুলি লেখো
   9 ও 15-র গসাগু কত লেখো
   b) 8 ও 36-এর গুণনীয়কগুলি বার করো
   8 ও 36-এর সাধারণ গুণনীয়ক কোন্‌গুলি লেখো
   8 ও 36-এর গসাগু কত লেখো
   c) 24, 48 ও 60-এর গুণনীয়কগুলি বার করো
   24, 48 ও 60-এর সাধারণ গুণনীয়ক কোন্‌গুলি লেখো
   24, 48 ও 60-এর গসাগু কত লেখো
   d) 42, 56 ও 70-এর গুণনীয়কগুলি বার করো
   42, 56 ও 70-এর সাধারণ গুণনীয়ক কোন্‌গুলি
   42, 56 ও 70-এর গসাগু কত লেখো

2. গসাগু বার করো: মৌলিক গুণনীয়ক পদ্ধতি ব্যবহার করে
   a) 6, 27 b) 68, 85 c) 50, 96
   d) 14, 50, 98 e) 116, 210, 248 f) 144, 160, 256

3. গসাগু বার করো: ভাগ (বিভাজন) পদ্ধতি ব্যবহার করে
   a) 12, 28, 56 b) 20, 84, 96 c) 50, 90, 105
   d) 14, 49, 98 e) 16, 68, 72 f) 125, 175, 275

উত্তর 4.1

	a.	b.	c.	d.	e.	f.
1.	3	4	12	14		
2.	3	17	2	2	2	16
3.	4	4	5	7	4	25

4.3 লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক (লসাগু)

লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক সংক্ষেপে হল লসাগু (ইংরেজিতে বলে লোয়েস্ট কমন্ মাল্টিপল্ বা এল্ সি এম্)। যেকোনও সংখ্যার গুণিতক কাকে বলে ও সেগুলো বার করা আগে শিখেছি। একাধিক সংখ্যার গুণিতকগুলো বার করলে আমরা হয়ত দেখব কয়েকটা গুণিতক সবকটা সংখ্যার ক্ষেত্রেই আছে। এগুলোকে বলব এই সংখ্যাগুলোর **সাধারণ** (ইংরেজিতে কমন) গুণিতক । আর **লঘিষ্ঠ** কথাটার মানে হল সবচেয়ে ছোট ।

উদাহরণ: 2 ও 3-এর লসাগু

2 সংখ্যাটির নামতা মনে করো: 2, 4, <u>6</u>, 8, 10, <u>12</u>, 14, 16, <u>18</u> …….

3 সংখ্যাটির নামতা মনে করো: 3, <u>6</u>, 9, <u>12</u>, 15, <u>18</u> …….

দেখা যাচ্ছে, 6, 12, 18, সংখ্যাগুলি 2-এর গুণিতকগুলির মধ্যেও আছে আবার 3-এর গুণিতকগুলির মধ্যেও আছে। সুতরাং, 2 ও 3-এর সাধারণ গুণিতক হল <u>6</u>, 12, 18 …..। এদের মধ্যে সবচেয়ে ছোট (লঘিষ্ঠ) হল 6। অতএব, 6 হল 2 ও 3-এর লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক (লসাগু)। এখানে লক্ষ করো, 6-এর সব গুণিতকই 2 ও 3-এরও সাধারণ গুণিতক হবে।

উদাহরণ: 12 ও 16-র লসাগু

12 সংখ্যাটির গুণিতক: 12, 24, 36, 48, <u>60</u>, 72, 84, 96, 108, <u>120</u>….

15 সংখ্যাটির গুণিতক: 30, 45, <u>60</u>, 75, 90, 105,<u>120</u> …….

এখানে লসাগু হল 60 । 12 ও 15-র এরপরের সাধারণ গুণিতকগুলি, অর্থাৎ, 120, 180, 240, …….. ইত্যাদি সবই হল 60-এরও গুণিতক।

অন্য একটি উদাহরণ দেখো: 5 ও 7-এর লসাগু

5 সংখ্যাটির গুণিতক: 5, 10, 15, 20, 25, 30, <u>35</u>, 40, 45 …….

7 সংখ্যাটির গুণিতক: 7, 14, 21, 28, <u>35</u>, 42, 49, 56, 63…….

এখানে লসাগু হল 35। 5 ও 7-এর এরপরের সাধারণ গুণিতকগুলি, অর্থাৎ, 70, 105, 140,……ইত্যাদি সবই হল 35-এরই গুণিতক। লক্ষ করো, এখানে লসাগু হল 5 ও 7 সংখ্যা দুটির গুণফল।

আর একটি উদাহরণ দেখো: 6 ও 12-র লসাগু

6 সংখ্যাটির গুণিতক: 6, <u>12</u>, 18, <u>24</u>, 30, <u>36</u>, 42, <u>48</u>, 54 ….

12 সংখ্যাটির গুণিতক: <u>12</u>, <u>24</u>, <u>36</u>, <u>48</u>, <u>60</u>, …….

এখানে লসাগু হল 12 । 6 ও 12-র এরপরের সাধারণ গুণিতকগুলি, অর্থাৎ, 24, 36, 48, 60…. ইত্যাদি সবই হল 12-রই গুণিতক। এখানে লক্ষ করো, ছোট সংখ্যাটি (6) হল বড় সংখ্যাটির (12) গুণনীয়ক, বা বড় সংখ্যাটি ছোট সংখ্যাটির গুণিতক। অর্থাৎ, বড় সংখ্যাটি ছোট সংখ্যাটির দ্বারা বিভাজ্য। বড় সংখ্যাটি ছোট সংখ্যা দিয়ে ভাগ করা গেলে বড় সংখ্যাটিই হবে এদের লসাগু আর ছোট সংখ্যাটি হবে তাদের গসাগু।

ওপরের এই উদাহরণগুলি থেকে আমরা লসাগু সম্বন্ধে বলতে পারি:

- একাধিক সংখ্যার সাধারণ গুণিতকগুলির মধ্যে সবচেয়ে ছোটটি হল তাদের লসাগু।
- সংখ্যাগুলি যদি মৌলিক সংখ্যা হয় বা সহ-মৌলিক হয়, তাহলে তাদের গুণফলটি হল তাদের লসাগু, যেমন 5 ও 13-র লসাগু হল 65 ।
- সংখ্যাগুলির ছোট সংখ্যাটি দিয়ে যদি বড়টিকে ভাগ করা যায়, তাহলে বড় সংখ্যাটিই হল তাদের লসাগু, এবং ছোট সংখ্যাটি হল তাদের গসাগু, যেমন 7 ও 56-র লসাগু হল 56, আর 7 হল গসাগু।

4.4 লসাগু নির্ণয় করার তিনটি পদ্ধতি

একাধিক সংখ্যার লসাগু তিন ভাবে নির্ণয় বা বার করা যায়।

প্রথম পদ্ধতি: গুণিতকগুলি বার করা

সংখ্যাগুলির বেশ কয়েকটি গুণিতক প্রথম থেকে বার করে তুলনা করে দেখো কোন্‌গুলি সাধারণ গুণিতক। সেইগুলির মধ্যে সবচেয়ে ছোটটি হল লসাগু।

উদাহরণ: 24 ও 36 সংখ্যা দুটির লসাগু নির্ণয় করো।

24-এর গুণিতক: 24, 48, <u>72</u>, 96, 120, <u>144</u>, 168,192, <u>216</u>, 240, …
36-এর গুণিতক: 36, <u>72</u>, 108, <u>144</u>, 180, <u>216</u>, 252, 288, …….

দুটি সংখ্যার এই গুণিতকগুলির মধ্যে যেগুলি সাধারণ গুণিতক, অর্থাৎ, যে সংখ্যাগুলি 24-এর গুণিতক, আবার 36-এরও গুণিতক, সেগুলি হল এই দুটি সংখ্যার সাধারণ গুণিতক। এইগুলির তলায় দাগ দাও। এবার দেখো এদের মধ্যে সবচেয়ে ছোট কোন্‌টি। এখানে সবচেয়ে ছোট সাধারণ গুণিতক হল 72। তাই 24 ও 36-এর লসাগু হল 72।

দ্বিতীয় পদ্ধতি: ছোট সংখ্যার গুণিতককে বড় সংখ্যা দিয়ে ভাগ করা

এই পদ্ধতিতে আমরা সবকটি সংখ্যার গুণিতক বার না করে শুধু ছোট সংখ্যাটির প্রথম কয়েকটি গুণিতক বার করব ও তারপর দেখব এইগুলির মধ্যে সবচেয়ে ছোট কোন্ গুণিতকটি বড় সংখ্যাটি দিয়ে ভাগ করা যায়। এইটিই হল দুটি সংখ্যার লসাগু।

উদাহরণ: 24 ও 36 সংখ্যা দুটির লসাগু নির্ণয় করো।

24-এর গুণিতক: 24, 48, 72, 96, 120, 144, 168,192, 216, 240, …

36 দিয়ে ভাগ যায়: 72, 144, 216, …..

এইগুলির সবচেয়ে ছোট হল 72। সুতরাং, 24 ও 36-এর লসাগু হল 72।

তৃতীয় পদ্ধতি: মৌলিক গুণনীয়ক দিয়ে লসাগু বার করা

সংখ্যাগুলির সবকটি মৌলিক গুণনীয়ক (বা উৎপাদক) বার করে দেখো এক একটি সাধারণ মৌলিক গুণনীয়ক সংখ্যাগুলির গুণনীয়কগুলির মধ্যে সবচেয়ে বেশী কতবার আছে। এই মৌলিক গুণনীয়ক বা উৎপাদকগুলির গুণফল হবে সংখ্যাগুলির লসাগু।

উদাহরণ: 18, 24 ও 30-এর লসাগু নির্ণয় করো।

18 =	2 x 3 x 3	2 আছে 1 বার; 3 আছে 2 বার
24 =	2 x2 x2 x3	2 আছে 3 বার; 3 আছে 1 বার
30=	2 x3 x5	2 আছে 1 বার; 3 আছে 1 বার; 5 আছে 1 বার

সংখ্যাগুলির মৌলিক গুণনীয়ক বা উৎপাদকগুলি গুনে দেখা যাচ্ছে 18, 24 ও 30-এর মধ্যে 2 আছে সবচেয়ে বেশী 3 বার, 3 আছে সবচেয়ে বেশী 2 বার, 5 আছে সবচেয়ে বেশী 1 বার। সুতরাং, 24 ও 36-এর লসাগু হল— 2 x2 x2 x 3 x 3 x5=360 ।

সহজ পদ্ধতি: এই পদ্ধতিটিকে আমরা একটু সহজ করে নিতে পারি। আমরা একযোগে সংখ্যাগুলির সংখ্যার মৌলিক গুণনীয়কগুলি বার করব। এর উপায় হল, সংখ্যাগুলির যেকোনও একটিকে ভাগ করা যায় এমন সবচেয়ে ছোট মৌলিক সংখ্যাটি দিয়ে শুরু করে পর পর ভাগ করে যাব যতবার সম্ভব, যতক্ষণ যেকোনও একটিকে (বা আগের ধাপে পাওয়া ভাগফলটিকে) ভাগ করা যায় এমন মৌলিক সংখ্যা পাব। শেষ ধাপে এক একটি সংখ্যার শেষ ভাগফলটি হবে 1 বা কোনও মৌলিক সংখ্যা। যতগুলি মৌলিক সংখ্যা দিয়ে ভাগ করা গেল, ও শেষ

ধাপের ভাগফলে যে মৌলিক সংখ্যাগুলি পেলাম সেইগুলির গুণফল হবে সংখ্যাগুলির লসাগু।

উদাহরণ: সহজ মৌলিক গুণনীয়ক পদ্ধতিতে 18, 24 ও 30-এর লসাগু

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 18 & 24 & 30 \\ \hline 2 & 9 & 12 & 15 \\ \hline 2 & 9 & 6 & 15 \\ \hline 3 & 9 & 3 & 15 \\ \hline & 3 & 1 & 5 \end{array}$$

এখানেও আমরা পাচ্ছি 18, 24 ও 30-এর লসাগু = 2 x2 x2 x 3 x 3 x5 =360

এই উদাহরণে আমরা প্রথমে সবচেয়ে ছোট মৌলিক সংখ্যা 2 দিয়ে ভাগ করেছি। 24-কে 3 বার ভাগ করা গেছে। যে সংখ্যাগুলিকে ভাগ করা যায়নি (9 ও 15), সেগুলিকে নিচে নামিয়ে রেখেছি। এরপর 3 দিয়ে ভাগ করেছি। শেষ ধাপে আমরা মৌলিক সংখ্যা পেয়েছি 3 ও 5।

এখানে চারটি ধাপে ভাগ করতে হয়েছে। দুটির বেশি সংখ্যার লসাগু আরো কম ধাপে করা যায়। পর পর মৌলিক সংখ্যা দিয়ে ভাগ করব অন্তত দুটি সংখ্যা বিভাজ্য হলে তবেই। যেগুলি বিভাজ্য নয় তাদের নামিয়ে রাখব। নিচে দেখো –

18, 24 ও 30-এর লসাগু

$$\begin{array}{r rrr} 2 & 18 & 24 & 30 \\ \hline 3 & 9 & 12 & 15 \\ \hline & 3 & 4 & 5 \end{array}$$

লসাগু: 2 x3 x 3 x 4 x5=360

18, 24 ও 36-এর লসাগু

$$\begin{array}{r rrr} 2 & 18 & 24 & 36 \\ \hline 2 & 9 & 12 & 18 \\ \hline 3 & 9 & 6 & 9 \\ \hline & 3 & 2 & 3 \end{array}$$

লসাগু: 2 x2 x3 x3 x2 x3 =216

অনুশীলন 4.2 লসাগু বার করা

1. নিচের সংখ্যাগুলির প্রথম 8টি করে গুণিতক বার করো। সাধারণ গুণিতকগুলির তলায় দাগ দাও ও লসাগু কত লেখো।

	সংখ্যা	6টি করে গুণিতক	সাধারণ গুণিতক	লসাগু
a.	3 ও 4	3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24 4, 8, 12, 16, 20, 24	12, 24	12
b.	3 ও 7			
c.	2 ও 5			
d.	6 ও 8			
e.	8 ও 9			

f. 4 ও 7

g. 4 ও 16

2. সহজ মৌলিক গুণনীয়ক পদ্ধতিতে লসাগু বার করো

	i.	ii.	iii.	iv.
a.	9, 12, 15	16, 24, 30	18, 24, 30	12, 18, 45
b.	3, 7, 15, 28	18, 27, 45, 54	24, 44, 72, 99	21, 35, 49, 56
c.	12, 18, 24, 30	15, 25, 45, 60	15, 18, 20, 24	36, 72, 80, 96

অনুশীলন 4.2 উত্তর

2.	i.	ii.	iii.	iv.
a.	180	240	360	180
b.	420	810	1584	5880
c.	360	900	360	1440

গসাগু ও লসাগু শিখে আমাদের কী লাভ হল? কোন্ ধরনের সমস্যা আমরা সমাধান করতে পারি এদের প্রয়োগ করে? নিচের সমস্যাগুলির সমাধান কীভাবে হয় দেখো—

1. ধরো একটি ঘরের মেঝেতে আমরা পাথর কেটে বিছোতে চাই। ঘরের মাপ কত তা আমরা জানি। প্রশ্ন হল কত কম সংখ্যক সমান চৌকো মাপের পাথর কেটে (অর্থাৎ সবচেয়ে বড় বড় চৌকো টুকরো কেটে) আমরা কাজটা এমনভাবে করতে পারি যাতে একটি টুকরোও বাড়তি বা কমতি না হয়। এই সমস্যাটির সমাধান করা যাবে ঘরের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের গসাগু বার করে, যা আমরা পরে শিখব।
2. ধরো গ্রামের হাটে ছেলেবেলার চার বন্ধুর হঠাৎ দেখা হল একদিন। একজন বলল, সে প্রতি 4 দিন অন্তর আসে এখানে। অন্য তিন বন্ধুর একজন বলল, সে আসে প্রতি 8 দিন পরে পরে, আরেকজন বলল, সে আসে প্রতি 9 দিন অন্তর, আর শেষজন জানাল যে সে আসে প্রতি 12 দিন অন্তর। প্রশ্ন হল, এরপর তাদের আবার কতদিন পরে দেখা হবে। এর উত্তর পাওয়া যাবে লসাগু করে। উত্তর হল 36 দিন পরে।

পাঠ 5. গাণিতিক প্রতীক ও সংখ্যারাশির সরল করা

5.1 গাণিতিক প্রতীক

সংখ্যা প্রতীক

গাণিতিক সংখ্যা লেখার জন্য আমরা 10টি প্রতীক ব্যবহার করি। এগুলিকেই পাশাপাশি সাজিয়ে যেকোনও সংখ্যা লেখা হয়।

প্রক্রিয়া প্রতীক

যোগ, বিয়োগ, গুণ, ও ভাগ, এই চারটি প্রাথমিক গাণিতিক প্রক্রিয়ার সাহায্যে বিভিন্ন সমস্যার সমাধান করা যায়। এই চারটি প্রক্রিয়াকে চারটি চিহ্ন দিয়ে দেখানো হয়।

সম্পর্ক বা তুলনা প্রতীক

দুইটি গাণিতিক রাশি বা সংখ্যার মধ্যে সম্পর্ক বা তুলনা করতে আমরা কয়েকটি চিহ্ন ব্যবহার করি। মোট ছয় রকমের তুলনা হতে পারে। এই তুলনা বা সম্পর্কগুলির উদাহরণ—

$5+3=4+4$; $5+3 \neq 4+3$

$6+7>5+7$; $8+4 \ngtr 5+9$

$9+6<8+8$; $6+5 \nless 8+2$

পরে আমরা শিখব এই ধরনের আরো দুটি সম্পর্ক হতে পারে—ডান হাতের সংখ্যা বা রাশি বাঁ দিকের সংখ্যা বা রাশির থেকে বড় অথবা সমান (চিহ্ন $\leq$), ছোট অথবা সমান (চিহ্ন $\geq$)।

সংখ্যা প্রতীক
0 এবং 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

প্রক্রিয়া প্রতীক	
যোগ	$+$
বিয়োগ	$-$
গুণ	$\times$
ভাগ	$\div$

সম্পর্ক বা তুলনা প্রতীক	
সমান	$=$
সমান নয়	$\neq$
বড়	$>$
ছোট	$<$
বড় নয়	$\ngtr$
ছোট নয়	$\nless$

সংখ্যা রাশি

কয়েকটি সংখ্যা প্রতীককে প্রক্রিয়া প্রতীক দিয়ে যুক্ত করে লিখলে আমরা সংখ্যা রাশি পাই—যেমন, $60 \div 5+4 \times 4-20$।

বন্ধনী চিহ্ন

কোনও সংখ্যা রাশিতে কোন্ গাণিতিক প্রক্রিয়াটি আগে সম্পন্ন করতে হবে তা বোঝাতে বন্ধনী চিহ্ন ব্যবহার করা হয়। তিন ধরনের বন্ধনী চিহ্ন ব্যবহার করা

হয়, **প্রথম বন্ধনী** ( ), **দ্বিতীয় বন্ধনী** { }, এবং [ ] হল **তৃতীয় বন্ধনী**। গাণিতিক রাশির বর্ণনায় যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগ প্রক্রিয়াগুলির কোন্‌টি আগে বা পরে করতে হবে তা বোঝাতে যথাযথ বন্ধনী চিহ্ন ব্যবহার না করলে রাশিটির মান বিভিন্ন হয়ে যেতে পারে। একটি উদাহরণ দেখা যাক—

$$36 \div 6 - 3$$

এই রাশিটির কোন্ প্রক্রিয়াটি আগে করতে হবে তা বোঝা যাচ্ছে না। তাই এর মান দুই রকম হতে পারে। ভাগটি আগে করে তারপর ভাগফল থেকে বিয়োগ করলে পাব রাশিটির মান (6–3) বা 3। আবার বিয়োগটি আগে করে তারপর বিয়োগফল দিয়ে ভাগ করলে পাব (36÷3) বা 12। সুতরাং, কোন্‌টি আগে করতে হবে বোঝাতে এই রাশিটিকে সঠিকভাবে লিখতে হবে বন্ধনী দিয়ে,

হয় $(36 \div 6) - 3$ অথবা $36 \div (6 - 3)$ ।

কোনও রাশির মধ্যে একাধিক বন্ধনীর ব্যবহার প্রয়োজন হতে পারে যদি একটি প্রক্রিয়ার ভেতরে আরো একটি বা দুটি প্রক্রিয়া থাকে। উদাহরণ—

$$60 - [(9\times2) + \{(26+4) \div (5\times2)\}]$$

এই রকম ক্ষেত্রে <u>প্রথমে করতে হবে প্রথম বন্ধনীর মধ্যের প্রক্রিয়াটি, তারপর দ্বিতীয় বন্ধনীর ও শেষে তৃতীয় বন্ধনীর।</u> অর্থাৎ, এখানে তিনটি ধাপে প্রক্রিয়াগুলি সম্পন্ন করতে হবে।

5.2 সরল করা

গাণিতিক রাশি বা সংখ্যা রাশির এক একটি ধাপে প্রক্রিয়া সম্পন্ন করে আমরা নতুন একটি গাণিতিক রাশি পাব, যা আগের ধাপের গাণিতিক রাশিটির সমান। তাই, একটি ধাপের প্রক্রিয়াটি করে আমরা যে রাশিটি পাব, তাকে **সমান চিহ্ন দিয়ে লিখব**। এই ভাবে ধাপে ধাপে প্রক্রিয়াগুলি সম্পন্ন করাকে সরলীকরণ বা সরল করা বলে। ওপরের রাশিটিকে সরল করা হবে এই ভাবে—

$$\begin{aligned} & 60-[(9\times2) + \{(26+4) \div (5\times2)\}] \\ &= 60-[18 + \{30 \div 10\}] \\ &= 60-[18 + 3] \\ &= 60-21 = 39 \end{aligned}$$

সরল করায় বন্ধনী ব্যবহারের নিয়ম

1. বন্ধনী চিহ্ন ব্যবহারের কয়েকটি সাধারণ সূত্র মনে রাখতে হবে। কোনও একটি সংখ্যা থেকে পর পর দুইটি (বা দুইটির বেশী) সংখ্যা বিয়োগ করার

বদলে, বন্ধনী দিয়ে দেখানো যায় যে, সংখ্যাটি থেকে ওই দুইটি (বা দুইটির বেশী) সংখ্যার যোগফলটি বিয়োগ করা একই হয় । উদাহরণ—

$46 - 22 - 13 \quad = 24 - 13 = 11$ -কে লেখা যায়

$46 - (22+13) \quad = 46 - 35 = 11$

2. একই ভাবে কোনও একটি সংখ্যাকে দুইটি (বা দুইটির বেশী) সংখ্যা দিয়ে পর পর ভাগ করাকে বন্ধনী দিয়ে দেখানো যায় সংখ্যাটিকে ওই দুইটি (বা দুইটির বেশী) সংখ্যার গুণফল দিয়ে ভাগ করা হিসাবে। উদাহরণ—

   $48 \div 8 \div 2 \quad = 6 \div 2 \quad = 3$ -কে লেখা যায়

   $48 \div (8 \times 2) \quad = 48 \div 16 \quad = 3$

3. অর্থাৎ, দেখা গেল, <u>আগে বিয়োগ ও ভাগ চিহ্ন</u> থাকলে বন্ধনী দিলে বন্ধনীর ভিতরের প্রক্রিয়ার চিহ্নটি <u>উল্টে যায়</u>। বন্ধনী খুলে লিখলেও বন্ধনীর ভিতরের প্রক্রিয়া চিহ্ন উল্টে যাবে। উদাহরণ—

   $46 - (22+13) = 46 - 22 - 13;$

   $50 \div (2 \times 5) = 50 \div 2 \div 5$।

4. কিন্তু, মনে রাখতে হবে, বন্ধনীর <u>আগে যোগ বা গুণ চিহ্ন</u> থাকলে এমনটা হবে না, অর্থাৎ, বন্ধনীর ভিতরের প্রক্রিয়ার চিহ্নটি <u>উল্টে যায়না</u>। উদাহরণ—

   $46 + 22 - 13 \quad = 68 - 13 = 55$

   $46 + (22 - 13) \quad = 46 + 9 = 55$

   $6 \times 16 \div 4 \quad = 96 \div 4 = 24$

   $6 \times (16 \div 4) \quad = 6 \times 4 = 24$

সরল করার নিয়ম মনে রাখো:

- বাঁ দিক থেকে হিসাব শুরু করতে হবে;
- প্রথমে গুণ ও ভাগ এবং তারপর যোগ ও বিয়োগ করতে হবে;
- বন্ধনী থাকলে বন্ধনীর ভিতরের হিসাব আগে করতে হবে;
- বন্ধনীর ভিতরে প্রথমে প্রথম বন্ধনী, তারপর দ্বিতীয় বন্ধনী, ও শেষে তৃতীয় বন্ধনীর হিসাব করতে হবে;
- বন্ধনীর আগে বিয়োগ ও ভাগ চিহ্ন থাকলে, বন্ধনী খুলে লিখলে বন্ধনীর ভিতরের প্রক্রিয়া চিহ্ন উল্টে যাবে।

অনুশীলন 5.1 সরল করো

1. $(125\div5)\times[5\times\{24\div(26-23)\}]$ উত্তর 1000

2. $95-[47+84-\{(48\div6)\times9)\div2\}]$ উত্তর 0

3. $52\div[4+27\div\{1+12\div(8-2)\}]$ উত্তর 4

4. $(36\div9)\times[2\times(7-2+5-4)]$ উত্তর 48

5. সরল করে দেখাও যে

   a. $27\div(14-5)+12 > 35\div[9-\{(9\div3)-2+1\}]$

   b. $(4+5-2)\times[\{(6+8)\div7\}+3] < [(8\times9)\div2\times\{(33\div11)-2\}]$

   c. $23-[14-\{(56-48)\div(4-2)\}] > | \quad [32-\{(18-6)\times2\}+20]$

   d. $[\{(12-6)\times(15-8)\}\div7] \nless 15\div\{36\div(17-9+4)\}$

   e. $[30\div(15\div3)]-(12-6) \neq (30\div6)+(15\div3)$

   f. $23+(12-3-5-2) = 23+12-3-5-2$

   g. $42-(16+3-9) = 42-16-3+9$

   h. $6\times(2+4+6) = 6\times2+6\times4+6\times6$

   i. $96\div(2\times4\times6) = 96\div2\div4\div6$

পাঠ 6. গাণিতিক উক্তি বা বাক্য ও অজানা সংখ্যা নির্ণয়

6.1 গাণিতিক উক্তি বা বাক্য

গাণিতিক উক্তি বা বাক্যে তুলনা প্রতীকগুলো ব্যবহার করে বাক্যের মতো করে গাণিতিক উক্তি বলা বা লেখা হয়, যা দুটো সংখ্যা, সংখ্যারাশি বা গাণিতিক রাশির মধ্যে তুলনা করে। মনে করো রামের কাছে 7টি ও শ্যামের কাছে 4টি বল আছে। তাহলে দুই জনের কাছে মোট কটা বল আছে? আমরা উত্তরে বলব, 7 আর 4 যোগ করে মোট 11টি বল আছে। এই বক্তব্যটিকে আমরা গাণিতিক বাক্যে লিখব: $7 + 4 = 11$। আরও উদাহরণ লক্ষ করো—

$5+3 = 4+4$ $\quad$ $15-4 = 10+1$ $\quad$ $8\times6 = 20+28$ $\quad$ $32\div 4<9$

এগুলি সবই হল গাণিতিক বাক্য, যেখানে বাঁদিকের সংখ্যা বা সংখ্যারাশি ও ডানদিকের সংখ্যা বা সংখ্যারাশি দুটোর মধ্যে তুলনা করা হয়েছে ।

গাণিতিক বাক্য সত্যিও হতে পারে আবার মিথ্যাও হতে পারে। ওপরের গাণিতিক বাক্যগুলি সত্যি। কিন্তু, নিচের গাণিতিক বাক্যগুলি মিথ্যা—

$8-3>6$ $\quad$ $15\div5=7$ $\quad$ $60+4\neq16\times4$ $\quad$ $3\times9<30-7$

একটি গাণিতিক উক্তি বা বাক্য সত্যি না মিথ্যা বুঝতে আমরা দেখব বাক্যটির তুলনা চিহ্নের বাঁদিকে কী বলা আছে ও ডানদিকে কী বলা আছে। এদের ভেতরে কোনও গাণিতিক প্রক্রিয়া থাকলে তা সম্পূর্ণ করে দেখতে হবে এদের মান। এবার দেখতে হবে তুলনা চিহ্ন অনুযায়ী বাঁদিক ও ডানদিকের এই মান দুটো ঠিক কিনা। যদি ঠিক হয় তাহলে বাক্যটি সত্যি, তা না হলে বাক্যটি মিথ্যা। অর্থাৎ, একটি গাণিতিক বাক্য সত্যি না মিথ্যা বুঝতে বাঁদিকের সংখ্যারাশি ও ডানদিকের সংখ্যারাশির মধ্যে তুলনা চিহ্নটি সঠিক কিনা তা দেখতে হবে।

6.2 খোলা গাণিতিক বাক্যে অজানা সংখ্যার বর্ণ প্রতীক

গাণিতিক বাক্যে কোনও সংখ্যা অজানা থাকলে তাকে আমরা দেখাই কোনও একটা বর্ণকে তার প্রতীক হিসাবে ব্যবহার করে। যেকোনও বর্ণকেই আমরা প্রতীক হিসাবে ব্যবহার করতে পারি, যেমন বাংলা বর্ণ ক, খ, গ, ইত্যাদি, অথবা ইংরেজি বর্ণ x, y, z, ইত্যাদি।

গাণিতিক বাক্যে অজানা সংখ্যা কীভাবে আসতে পারে তার একটা উদাহরণ—মিতা বলল যে তার কাছে যা টাকা আছে (তোমার অজানা, তাই

মনে করো x) তার সাথে 7 যোগ করে 2 বিয়োগ করলে 15 টাকা হয়। এই কথাটিকে গাণিতিক বাক্যে লেখা যায়—

$x + 7 - 2 = 15$ টাকা

এটি একটি গাণিতিক বাক্য। এই ধরনের গাণিতিক বাক্যকে **খোলা বাক্য** বলা হয়, কারণ বাক্যটি সত্যি না মিথ্যা তা বলা যায় না, যতক্ষণ না আমরা অজানা বর্ণ প্রতীকটার জায়গায় কোনও সংখ্যা বসাই। এখানে বর্ণ প্রতীক x-এর সংখ্যাগত মান একমাত্র 10 হলেই বাক্যটি সত্যি হয়। অন্য যেকোনও সংখ্যা হলে বাক্যটি মিথ্যা হবে। কোনও অজানা সংখ্যার গাণিতিক সমস্যাকে এই ধরনের গাণিতিক বাক্যে প্রকাশ করে আমরা অজানা সংখ্যাটিকে নির্ধারণ করতে পারি, যার কিছু উদাহরণ আমরা এর পর দেখব।

6.3 খোলা গাণিতিক বাক্যে বর্ণ প্রতীকের মান বার করার পদ্ধতি

মনে রাখতে হবে যে যোগ ও বিয়োগ হল পরস্পরের বিপরীত প্রক্রিয়া এবং গুণ ও ভাগ হল পরস্পরের বিপরীত প্রক্রিয়া।

যোগ ও বিয়োগের পরস্পর বিপরীত প্রক্রিয়ায় দেখেছি—

বিয়োজন – বিয়োজ্য = বিয়োগফল
বিয়োজন – বিয়োগফল = বিয়োজ্য
বিয়োগফল + বিয়োজ্য = বিয়োজন

উদাহরণ হল—

$24 - 13 = 11$ বা $24 = 11 + 13$
$24 - 11 = 13$ বা $24 = 13 + 11$
$11 + 13 = 24$ বা $11 = 24 - 13$

গুণ ও ভাগের পরস্পর বিপরীত প্রক্রিয়ায় দেখেছি—

ভাজ্য ÷ ভাজক = ভাগফল
ভাজ্য ÷ ভাগফল = ভাজক
ভাগফল x ভাজক = ভাজ্য

উদাহরণ হল—

$48 \div 8 = 6$ বা $48 = 6 \times 8$
$48 \div 6 = 8$ বা $48 = 8 \times 6$
$6 \times 8 = 48$ বা $8 = 48 \div 6$

ওপরের উদাহরণগুলি থেকে আমরা দেখছি, কোনও গাণিতিক বাক্যের বাঁদিক ও ডানদিকের দুটি রাশিতে যে প্রক্রিয়াগুলি বলা আছে সেগুলি স্থান পরিবর্তন করে বাঁদিক থেকে ডানদিকে অথবা ডানদিক থেকে বাঁদিকে নিয়ে গেল প্রক্রিয়াগুলি বিপরীত করে নিতে হয়।

নিয়ম হিসাবে মনে রাখো: গাণিতিক বাক্যের সমান চিহ্নের (বা যে কোনও তুলনা চিহ্নের) বাঁদিক থেকে ডানদিকে, অথবা ডানদিক থেকে বাঁদিকে, কোনও সংখ্যা বা সংখ্যারাশিকে নিয়ে গেলে তার সামনের প্রক্রিয়া চিহ্নটি বিপরীত হয়ে যাবে।

খোলা গাণিতিক বাক্য থেকে কোনও অজানা সংখ্যার বর্ণ প্রতীকের মান বের করার সময় এই নিয়মটির বিশেষ ব্যবহার হবে। কয়েকটি উদাহরণ—

$x + 8 = 15$ হলে আমরা পাই, $x = 15 - 8 = 7$

$x - 6 = 24$ হলে আমরা পাই, $x = 24 + 6 = 30$

$x \times 4 = 32$ হলে আমরা পাই, $x = 32 \div 4 = 8$

$x \div 9 = 3$ হলে আমরা পাই, $x = 9 \times 3 = 27$

অনুশীলন 6.1

1. গাণিতিক বাক্যে প্রকাশ কর:
   a. সাতাশ ও বাহাত্তরের যোগফল নিরানব্বইয়ের সমান;
   b. দুই শত বাহান্ন থেকে একশত বারোর বিয়োগফল একশত একচল্লিশ থেকে ছোট;
   c. তেইশ থেকে তিন বিয়োগ করে তাকে চার দিয়ে ভাগ করলে যা পাই সেটা ছত্রিশকে নয় দিয়ে ভাগ করলে যা পাই তার থেকে বড়;
   d. ছত্রিশকে ছয় দিয়ে ভাগ করে তার থেকে তিন বিয়োগ করলে যা পাই সেটা ছত্রিশকে ছয় ও তিনের বিয়োগফল দিয়ে ভাগ করলে যা পাই তার সমান নয়;
   e. পনেরোকে চার দিয়ে গুণ করে তার সাথে বারো যোগ করে যা পাই সেটা একশ থেকে ত্রিশ বিয়োগ করলে যা পাই তার থেকে ছোট নয়;
   f. সাতটি করে লজেন্স পাঁচজনকে দিতে যত লজেন্স লাগে সেটা চারটি করে লজেন্স নয় জনকে দিলে যত লজেন্স লাগে তার থেকে বড় নয়;
2. গাণিতিক বাক্যে প্রশ্নগুলি লেখ ও তার অজানা সংখ্যাটি বার করো:
   a. কোন্ সংখ্যার সঙ্গে তেইশ যোগ করলে যোগফল একশ বাহান্ন হয়?
   b. কোন্ সংখ্যা থেকে সতের বিয়োগ করলে বিয়োগফল তেইশ হয়?

c. কোন্ সংখ্যাকে বারো দিয়ে ভাগ করলে ভাগফল সাত হয়?

d. কোন্ সংখ্যাকে সাত দিয়ে গুণ করে পাঁচ বিয়োগ করলে সাইত্রিশ পাই?

e. কোন্ সংখ্যাকে সাত দিয়ে ভাগ করে বারো দিয়ে গুণ করলে বাহাত্তর পাই?

f. কোন্ সংখ্যাকে ছয় দিয়ে ভাগ করে ভাগফলকে দুই দিয়ে গুণ করলে যে সংখ্যা পাই সেটা ছেচল্লিশকে দুই দিয়ে ভাগ করে তিন বিয়োগ করলে যা পাই তার সমান?

g. সাতচল্লিশটি আম ছিল। পাঁচজনকে সমান ভাগে ভাগ করে দেওয়ার পরে দুইটি অবশিষ্ট রইল। এক একজন কটা করে আম পেল?

h. পাঁচ জনকে দুটি করে পেয়ারা গাছের চারা, পাঁচটি করে আম গাছের চারা, ও সাতটি করে নারকেল গাছের চারা দেওয়ার পরে মোট সাতটি চারা পড়ে রইল। গাছের চারা মোট কটি ছিল?

i. তোমার কাছে কয়েকটি বই আছে। ইস্কুল থেকে তুমি আরো ছয়টি বই প্রাইজ পেলে। এতে করে এখন তোমার যতগুলি বই হল তা আগে যা ছিল তার দ্বিগুণ। তোমার কাছে কতগুলি বই আগে ছিল?

j. তোমার কাছে কয়েকটি বই আছে। ইস্কুল থেকে তুমি আরো নয়টি বই প্রাইজ পেলে। এতে করে এখন তোমার যতগুলি বই হল তা আগে যা ছিল তার চার গুণ থেকে তিন কম। তোমার কাছে কতগুলি বই আগে ছিল? [সূত্র: $x + 9 = (4 \times x)-3$]

k. তোমাকে বই, খাতা, পেন্সিল কেনার জন্য বাবা কিছু টাকা দিলেন। মায়ের কাছ থেকে তুমি আরো ত্রিশ টাকা পেলে। তুমি কিনলে ষাট টাকা দিয়ে একটি বই, আঠারো টাকা দিয়ে তিনটি খাতা আর বারো টাকা দিয়ে তিনটি পেন্সিল। এইগুলি কেনার পরে তোমার কাছে আট টাকা পড়ে রইল। বাবা তোমাকে কত টাকা দিয়েছিলেন?

l. সাতটি খাতার দাম ছাপান্ন টাকা আর পাঁচটি পেনসিলের দাম ত্রিশ টাকা হলে, তিনটি খাতা ও তিনটি পেন্সিল কিনলে ষাট টাকা থেকে কত টাকা পড়ে থাকবে? [সূত্র: $(56 \div 7) \times 3 + (30 \div 5) \times 3 = 60 - x$]

উত্তর 6.1

2.

a. 129	b. 40	c. 84	d. 6	e. 42	f. 60
g. 9টি আম	h. 77টি চারা	i. 6টি	j. 4টি	k. 68 টাকা	l. 18 টাকা

পাঠ 7. সাধারণ ভগ্নাংশ — ধারণা এবং যোগ ও বিয়োগ

7.1 সাধারণ ভগ্নাংশের ধারণা

ভগ্নাংশ হল ভগ্ন অংশ(ভাঙা টুকরো), অর্থাৎ কোনও কিছুকে কয়েকটি সমান অংশে ভেঙে বা ভাগ করে তার থেকে কতগুলি অংশ নেওয়া হল তা বলা হয় ভগ্নাংশ দিয়ে। ভগ্নাংশের ধারণাটি বুঝতে আমরা কয়েকটি উদাহরণ দেখব।

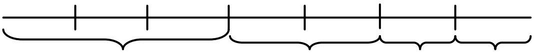
উদাহরণ 1. মনে করো তোমার কাছে রঙীন কাগজের একটি পাতা আছে। তুমি সেটাকে ছয়টা সমান ভাগে কেটে নিলে ও তার তিনটি দিলে মিতাকে, দুইটি দিলে রাজুকে আর বাকি একটা রাখলে নিজের কাছে। কাগজটির এই ছয়টা ভাগ থেকে কে কটা নিল তা আমরা ভগ্নাংশ দিয়ে বলতে পারি এই ভাবে—

মিতা পেল ছয়টি অংশের তিনটি অংশ বা ছয় ভাগের তিন ভাগ, মানে $\frac{3}{6}$

রাজু পেল ছয়টি অংশের দুইটি অংশ বা ছয় ভাগের দুই ভাগ, মানে $\frac{2}{6}$

তোমার রইল ছয় ভাগের এক ভাগ, মানে $\frac{1}{6}$ ।

উদাহরণ 2. মিতার কাছে একটি রঙীন ফিতে আছে। মিতা ওটাকে সাতটি সমান ভাগে কেটে তিনটি টুকরো দিল ডলিকে, দুটি টুকরো দিল শ্যামাকে, একটি টুকরো দিল মিনাকে, ও নিজের জন্য একটি টুকরো রাখল। তাহলে কে ফিতেটির কত অংশ পেল?



ডলি পেল সাত ভাগের তিন ভাগ বা $\frac{3}{7}$ অংশ, শ্যামা পেল সাত ভাগের দুই ভাগ বা $\frac{2}{7}$ অংশ, মিনা পেল সাত ভাগের এক ভাগ বা $\frac{1}{7}$ অংশ, ও মিতার রইল সাত ভাগের এক ভাগ বা $\frac{1}{7}$ অংশ ।

উদহরণ 3. একটি ঝুড়িতে মোট উনিশটি ফল আছে, যার মধ্যে সাতটি পেল মিতা, ছয়টি পেল ডলি, চারটি পেল শ্যামা, আর দুটি পেল মিনা । কে মোট ফলের কত অংশ পেল?

মিতা $\frac{7}{19}$ অংশ, ডলি $\frac{6}{19}$ অংশ, শ্যামা $\frac{4}{19}$ অংশ, মিনা $\frac{2}{19}$ অংশ।

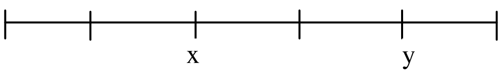
লক্ষ করো: ভগ্নাংশগুলোকে কীভাবে বলা হয়—যেমন, উনিশ ভাগের সাত ভাগ বা উনিশের সাত; উনিশ ভাগের ছয় ভাগ বা উনিশের ছয় ইত্যাদি ।

অনুশীলন 7.1

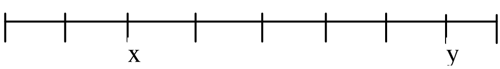
1. নিচের উক্তিগুলিকে ভগ্নাংশ দিয়ে বলো:
   a. তেইশ জন ছাত্রছাত্রীর উনিশ জন পরীক্ষায় পাশ করেছে;
   b. রাজেশ অঙ্ক পরীক্ষায় পঁচিশের মধ্যে বাইশ পেয়েছে:
   c. বারোটি আমের চারটি আম পচা;
   d. বাইশটি চেয়ারের সাতটি ভাঙা;
   e. পঁচিশ জন ছাত্রছাত্রীর কুড়ি জন আজ ইস্কুলে এসেছে।
2. নিচের ভগ্নাংশগুলিকে কথায় লেখো:

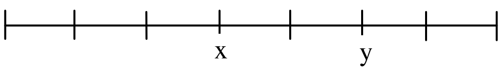
$\frac{2}{5}$	পাঁচ ভাগের দুই ভাগ	$\frac{4}{9}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{2}{10}$
$\frac{9}{10}$		$\frac{5}{13}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{7}{17}$

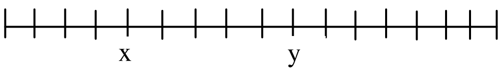
3. নিচের রেখাগুলিকে কয়েকটি ভাগে ভাগ করা হয়েছে। বাঁ দিক থেকে গুনে বলো x আর y কত ভগ্নাংশ বোঝাচ্ছে:

a. 

x: $\frac{2}{5}$ y: $\frac{4}{5}$

b. 

c. 

d. 

7.2 ভগ্নাংশের বিভিন্ন ধরন ও কোন্‌টার কী নাম

লব ও **হর**

যেকোনও ভগ্নাংশে ওপরে একটি সংখ্যা পাই ও নিচে আরেকটি সংখ্যা পাই। ওপরের সংখ্যা বোঝায় যতগুলি অংশ নেওয়া হল। এটিকে আমরা **লব** (ইংরেজিতে নিউম্যারেইটর্) বলি। আর নিচের সংখ্যাটি বোঝায় যতগুলি অংশে ভাগ করা হয়েছে, যাকে আমরা **হর** (ইংরেজিতে ডিনমিনেইটর্) বলি। এই দুটি নামের সঙ্গে আমাদের পরিচিত হতে হবে, কারণ এর পরের আলোচনায় আমরা

বিভিন্ন ধরনের ভগ্নাংশের কথা বলব, যেগুলি ভগ্নাংশের লব ও হরের তুলনা করে বুঝব।

অনুশীলন 7.2 ভগ্নাংশের লব ও হরগুলি পাশে লেখ

	লব	হর		লব	হর
$\frac{2}{5}$			$\frac{4}{9}$		
$\frac{5}{13}$			$\frac{9}{10}$		
$\frac{7}{17}$			$\frac{3}{7}$		
$\frac{4}{16}$			$\frac{2}{10}$		

প্রকৃত ভগ্নাংশ

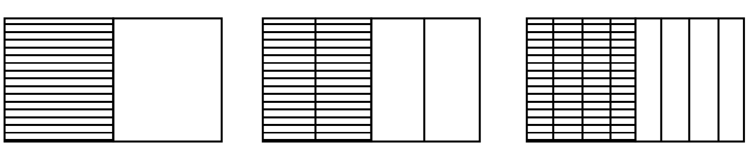
কোনও ভগ্নাংশের <u>লবটি হরের থেকে ছোট</u> হলে তাকে আমরা প্রকৃত ভগ্নাংশ বলি। তা না হলে, অর্থাৎ লবটি হরের থেকে বড় হলে, সেটি প্রকৃত ভগ্নাংশ নয়। এমনটা হলে কী হয় তা আমরা পরে শিখব। সুতরাং, আমরা বলব—

$\frac{2}{5}$ $\frac{4}{9}$ $\frac{2}{10}$ $\frac{3}{7}$ $\frac{8}{9}$ $\frac{16}{17}$ ভগ্নাংশগুলি প্রকৃত ভগ্নাংশ,

$\frac{6}{5}$ $\frac{11}{9}$ $\frac{17}{15}$ $\frac{9}{7}$ $\frac{12}{10}$ $\frac{13}{7}$ ভগ্নাংশগুলি প্রকৃত ভগ্নাংশ নয়।

সমতুল ভগ্নাংশ

একাধিক ভগ্নাংশের মান সমান হলে সেগুলিকে সমতুল ভগ্নাংশ বলা হবে। নিচের ছবিটি লক্ষ করো —



$\frac{1}{2}$ $\frac{2}{4}$ $\frac{4}{8}$

ছবিটি থেকে বোঝা যাচ্ছে যে তিনটি ভগ্নাংশের একই মান। এইভাবে আমরা আরো পাই: $\frac{3}{6}$ $\frac{5}{10}$ $\frac{6}{12}$ ইত্যাদি, যেগুলির মান $\frac{1}{2}$।

লক্ষ করে দেখা যায়—

$$\frac{1}{2}=\frac{1x2}{2x2}=\frac{2}{4}=\frac{1x3}{2x3}=\frac{3}{6}=\frac{1x4}{2x4}=\frac{4}{8}=\frac{1x5}{2x5}=\frac{5}{10}$$

অর্থাৎ, এই ভগ্নাংশগুলি সমতুল, যার মান $\frac{1}{2}$ ।

একইভাবে লক্ষ করা যায়—

$$\frac{1}{3}=\frac{1x2}{3x2}=\frac{2}{6}=\frac{1x3}{3x3}=\frac{3}{9}=\frac{1x4}{3x4}=\frac{4}{12}=\frac{1x5}{3x5}=\frac{5}{15}$$

অর্থাৎ, এই ভগ্নাংশগুলি সমতুল, যার মান $\frac{1}{3}$ ।

> সুতরাং, একটি ভগ্নাংশের লব ও হরকে একই সংখ্যা (শূন্য ছাড়া) দিয়ে **গুণ** করলে আমরা আরেকটি সমতুল ভগ্নাংশ পাব।

আবার লক্ষ করা যায়,

$$\frac{3}{4}=\frac{9\div3}{12\div3}=\frac{9}{12}=\frac{15\div5}{20\div5}=\frac{15}{20}=\frac{18\div6}{24\div6}=\frac{18}{24}=\frac{27\div9}{36\div9}=\frac{27}{36}$$

অর্থাৎ, $\frac{9}{12}$, $\frac{15}{20}$, $\frac{18}{24}$, $\frac{27}{36}$ ভগ্নাংশগুলি সমতুল, যার মান $\frac{3}{4}$ ।

> সুতরাং, একটি ভগ্নাংশের লব ও হরকে একই সংখ্যা (শূন্য ছাড়া) দিয়ে **ভাগ** করলে আমরা আরেকটি সমতুল ভগ্নাংশ পাব।

অনুশীলন 7.3 সমতুল ভগ্নাংশ বার করো

নিচের ভগ্নাংশগুলির তিনটি করে সমতুল ভগ্নাংশ গুণ করে বার করো

a. $\frac{3}{5}$ b. $\frac{7}{9}$ c. $\frac{2}{7}$

নিচের ভগ্নাংশগুলির তিনটি করে সমতুল ভগ্নাংশ ভাগ করে বার করো

d. $\frac{27}{36}$ e. $\frac{48}{72}$ f. $\frac{48}{60}$

ভগ্নাংশের লঘিষ্ঠ আকার

সমতুল ভগ্নাংশগুলি থেকে আমরা আরেকটি ধারণা পাই — কোনও একটি ভগ্নাংশকে তার লঘিষ্ঠ আকারে লেখা। কোনও একটি ভগ্নাংশের অনেকগুলি সমতুল ভগ্নাংশ হতে পারে।

> সমতুল ভগ্নাংশগুলির মধ্যে যে ভগ্নাংশটির লব ও হরের 1 ছাড়া আর কোনও সাধারণ গুণনীয়ক (উৎপাদক) নেই, সেইটিকে ভগ্নাংশগুলির লঘিষ্ঠ আকার বলে।

নিচের ভগ্নাংশটিকে লক্ষ করলে দেখি—

$\frac{36}{54} = \frac{36 \div 2}{54 \div 2} = \frac{18}{27}$ এটি একটি সমতুল ভগ্নাংশ ।

কিন্তু, 18 ও 27-এর 1 ছাড়া আরো সাধারণ গুণনীয়ক (উৎপাদক) আছে।

$\frac{18}{27} = \frac{18 \div 3}{27 \div 3} = \frac{6}{9}$ এটিও একটি সমতুল ভগ্নাংশ ।

কিন্তু, 6 ও 9-এর 1 ছাড়া আরো সাধারণ গুণনীয়ক (উৎপাদক) আছে ।

$\frac{6}{9} = \frac{6 \div 3}{9 \div 3} = \frac{2}{3}$ । এই সমতুল ভগ্নাংশটির লব ও হরের 1 ছাড়া আর সাধারণ কোনও উৎপাদক নেই । তাই $\frac{36}{54}$ এর লঘিষ্ঠ আকার হল $\frac{2}{3}$ ।

কোনও ভগ্নাংশকে তার লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ করার পদ্ধতি হল ভগ্নাংশটির লব ও হরকে তাদের সাধারণ মৌলিক উৎপাদকগুলি দিয়ে ভাগ করে চলা, যতক্ষণ লব ও হরের সাধারণ মৌলিক উৎপাদক পাওয়া যায়। এই পদ্ধতিটি ওপরে করে দেখানো হয়েছে।

বিকল্প পদ্ধতি হল ভগ্নাংশটির লব ও হরকে তাদের সবচেয়ে বড় সাধারণ উৎপাদকটি (গসাগু) দিয়ে ভাগ করা। ওপরের উদাহরণটিতে দেখো, 36 ও 54-কে ভাগ করা যায় এমন সবচেয়ে বড় সংখ্যা (গসাগু) হল 18। তাই 18 দিয়ে লব ও হরকে ভাগ করে আমরা লঘিষ্ঠ ভগ্নাংশটি পেয়েছি।

$$\frac{36}{54} = \frac{36 \div 18}{54 \div 18} = \frac{2}{3}$$

অনুশীলন 7.4 লঘিষ্ঠ ভগ্নাংশ বার করো

a. $\frac{54}{72}$ b. $\frac{28}{84}$ c. $\frac{45}{80}$ d. $\frac{84}{98}$ e. $\frac{36}{128}$

সমহর ভগ্নাংশ

যে সকল ভগ্নাংশের হরগুলি সমান সেইগুলিকে সমহর ভগ্নাংশ বলা হয়। তাই আমরা বলব যে $\frac{1}{13}, \frac{2}{13}, \frac{4}{13}, \frac{7}{13}$ $\frac{9}{13}$ $\frac{11}{13}$ ভগ্নাংশগুলি সমহর ভগ্নাংশ, কারণ তাদের হর একই, এখানে 13 ।

একাধিক ভগ্নাংশকে সমহর ভগ্নাংশে পরিণত করা

দুটি (বা আরো বেশী সংখ্যক) ভগ্নাংশ সমহর না হলেও তাদের আমরা সমহর করে নিতে পারি। কীভাবে এটা করা যায় সেটা দেখব। লক্ষ করো, $\frac{5}{6}$ ও $\frac{3}{4}$ ভগ্নাংশ দুটি সমহর নয়। কিন্তু, এদের আমরা সমহর করে নিতে পারি—

প্রথম পদ্ধতি

হর দুটিকে গুণ করে আমরা পাই 24। এইটাই হবে দুটি ভগ্নাংশের সমহর। এবার লক্ষ করো, প্রথম ভগ্নাংশটির হরকে 4 দিয়ে গুণ করা হয়েছে। তাই এর লবকেও 4 দিয়ে গুণ করতে হবে। আবার, দ্বিতীয় ভগ্নাংশটির হরকে 6 দিয়ে গুণ করা হয়েছে। তাই এর লবকেও 6 দিয়ে গুণ করে নিতে হবে।

$\frac{5}{6} = \frac{5x4}{6x4} = \frac{20}{24}$ আর, $\frac{3}{4} = \frac{3x6}{4x6} = \frac{18}{24}$ । সমহর হল $\frac{20}{24}$ ও $\frac{18}{24}$ ।

দুটি ভগ্নাংশের হর দুটির যেকোনও সাধারণ গুণিতককে আমরা ভগ্নাংশ দুটির সমহর ভগ্নাংশের হর হিসাবে লিখব। এবারে এই সমহরটিকে প্রথম ভগ্নাংশটির হর দিয়ে ভাগ করে ভাগফলকে তার লব দিয়ে গুণ করে নিলে আমরা প্রথম ভগ্নাংশটির পরিবর্তিত লবটি পাব। একই ভাবে দ্বিতীয় ভগ্নাংশটির পরিবর্তিত লবটি পাব সমহরটিকে হর দিয়ে ভাগ করে লব দিয়ে গুণ করে।

দ্বিতীয় পদ্ধতি

যে ভগ্নাংশগুলিকে সমহর ভগ্নাংশে করে নিতে হবে, আমরা প্রথমে তাদের হরগুলির লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতকটি (লসাগু) বার করে নেব। এই লসাগুটিকে আমরা সমহর হিসাবে ভগ্নাংশগুলির নিচে লিখব। এবারে লবগুলি পাব প্রত্যেকটি ভগ্নাংশের হর দিয়ে এই সমহরটিকে ভাগ করে ও লব দিয়ে গুণ করে। উদাহরণ—

$\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$ ও $\frac{7}{9}$ কে সমহর করে লেখা ।

ভগ্নাংশ তিনটির হরগুলি হল 4, 6, ও 9। এদের লসাগু হল 36। তাই 36-কে আমরা সমহর হিসাবে নেব। তাহলে তিনটি সমহর ভগ্নাংশ পাব। প্রথম ভগ্নাংশটির হর 4, সমহর 36-এর মধ্যে 9 বার যায়। তাই প্রথম ভগ্নাংশটির লব ও হরকে আমরা 9 দিয়ে গুণ করব। দ্বিতীয় ভগ্নাংশটির হর 6, সমহর 36-এর মধ্যে 6 বার যায়। তাই এইটার লব ও হরকে আমরা 6 দিয়ে গুণ করব। একইভাবে তৃতীয় ভগ্নাংশটির লব ও হরকে আমরা 4 দিয়ে গুণ করব—

$\frac{3x9}{4x9} = \frac{27}{36}$ $\quad$ $\frac{5x6}{6x6} = \frac{30}{36}$ $\quad$ $\frac{7x4}{9x4} = \frac{28}{36}$

মনে রাখো: সমহর ভগ্নাংশ তৈরি করার নিয়ম

- ভগ্নাংশগুলির হরগুলির লসাগুকে হর করে সবকটি ভগ্নাংশকে সমহর করা যায়; এগুলি হবে লঘিষ্ঠ সমহর ভগ্নাংশ।
- ভগ্নাংশগুলির হরগুলির যেকোনও সাধারণ গুণিতককে হর করে সবকটি ভগ্নাংশকে সমহর করা যায়।
- যেকোনও ভগ্নাংশকে সর্বদা তার লঘিষ্ঠ আকারে লেখা উচিত। তাই সমহর করার সময়ও লসাগুকে হর ধরে সমহর করলে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ করার কাজটা সংক্ষেপ করা যায়।

একাধিক ভগ্নাংশের ছোট-বড় তুলনা

দুটি ভগ্নাংশের মধ্যে কোন্‌টি বড় বা কোন্‌টি ছোট তা ভগ্নাংশ দুটি দেখে কী করে বলব? এর জন্য ভগ্নাংশ দুটিকে আগে সমহর করে নিতে হবে।

দুটি সমহর বিশিষ্ট ভগ্নাংশ ভাবা যাক, $\frac{3}{8}$ ও $\frac{5}{8}$ ।

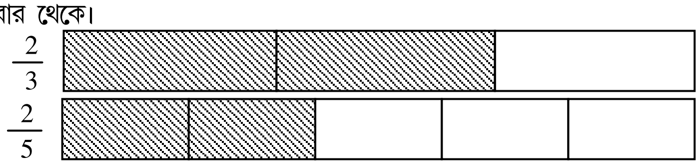
$\frac{3}{8}$-এর মানে 8 ভাগের 3 ভাগ ও $\frac{5}{8}$ -এর মানে 8 ভাগের 5 ভাগ নেওয়া হয়েছে। সুতরাং, দ্বিতীয় ভগ্নাংশটি প্রথমটির থেকে বড়, বা প্রথম ভগ্নাংশটি দ্বিতীয়টির থেকে ছোট। তাই আমরা লিখব,

$\frac{3}{8} < \frac{5}{8}$ বা $\frac{5}{8} > \frac{3}{8}$ ।

দুটি ভগ্নাংশের <u>হর সমান</u> হলে (সমহর হলে) যে ভগ্নাংশটির <u>লব বড়</u> সেটি বড় ভগ্নাংশ ও যেটির লব ছোট সেটি হল ছোট ভগ্নাংশ।

এবার দেখো, দুটি ভগ্নাংশ, যাদের লবগুলি সমান কিন্তু হরগুলি আলাদা—

যেমন, $\frac{2}{5}$ ও $\frac{2}{3}$। প্রথম ভগ্নাংশটিতে 5টি অংশে ভাগ করে তার 2টি নেওয়া হয়েছে, আর দ্বিতীয় ভগ্নাংশটিতে 3টি অংশে ভাগ করে 2টি নেওয়া হয়েছে। স্পষ্টতই, 5টি অংশে ভাগ করলে এক একটি ভাগ ছোট হবে, 3টি অংশে ভাগ করার থেকে।



অতএব, আমরা পাই, $\frac{2}{5} < \frac{2}{3}$ বা $\frac{2}{3} > \frac{2}{5}$ ।

দুটি ভগ্নাংশের <u>লব সমান</u> হলে (সমলব হলে) যে ভগ্নাংশটির <u>হর ছোট</u> সেটি বড় ভগ্নাংশ, ও যে ভগ্নাংশটির হর বড় সেটি হল ছোট ভগ্নাংশ।

এই ক্ষেত্রেও আমরা তুলনাটি করতে পারি ভগ্নাংশ দুটিকে সমহর করে নিয়ে ও একই উত্তর পাই । এখানে হর দুটি হল 3 ও 5, যার লসাগু হল 15। তাই 15-কে হর করলে আমরা পাই—

$$\frac{2}{3} = \frac{2x5}{3x5} = \frac{10}{15} > \frac{3}{5} = \frac{3x3}{5x3} = \frac{9}{15}$$

সুতরাং, মনে রাখো, ভগ্নাংশের তুলনা করতে হলে ভগ্নাংশগুলিকে সমহর করে নিলেই কাজটি সহজ হয়।

অনুশীলন 7.5 ভগ্নাংশের তুলনা করো

1. ভগ্নাংশগুলির ছোট-বড় তুলনা গাণিতিক চিহ্ন দিয়ে বোঝাও—

a. $\frac{5}{6}$ ও $\frac{3}{8}$ b. $\frac{7}{9}$ ও $\frac{5}{6}$ c. $\frac{4}{11}$ ও $\frac{8}{9}$ d. $\frac{3}{15}$ ও $\frac{4}{12}$

2. ভগ্নাংশগুলি লঘিষ্ঠ আকারে বড় থেকে ছোট করে সাজিয়ে লেখো —

a. $\frac{5}{6}, \frac{7}{9}$ ও $\frac{8}{11}$ b. $\frac{7}{9}, \frac{12}{15}$ ও $\frac{2}{3}$ c. $\frac{4}{9}, \frac{15}{18}$ ও $\frac{5}{6}$

7.3 সাধারণ ভগ্নাংশের যোগ ও বিয়োগ

ভগ্নাংশের যোগ ও বিয়োগ করার নিয়ম হল আগে ভগ্নাংশগুলিকে সমহর করে নিতে হবে।

ভগ্নাংশের যোগ

যে ভগ্নাংশগুলি যোগ করতে হবে প্রথমে সেগুলিকে সমহর করে নিতে হবে ও সমহরটিকেই যোগফলেরও হর ধরে নিতে হবে। এরপর সমহর ভগ্নাংশগুলির লবগুলিকে যোগ করে আমরা যোগফলের লবটি পাব। এইভাবে সমহর করে নিয়ে যোগফলে আমরা যে ভগ্নাংশটি পাব, সম্ভব হলে তাকে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ করতে হবে।

উদাহরণ 1. ভগ্নাংশের যোগ $\frac{2}{8} + \frac{5}{12}$

$= \frac{2x3}{24} + \frac{5x2}{24} = \frac{6}{24} + \frac{10}{24}$ হর 8 ও 12-র লসাগু 24-কে সমহর ধরে ভগ্নাংশ দুটিকে সমহর ভগ্নাংশে লেখা হল;

$$= \frac{6+10}{24} = \frac{16}{24}$$

সমহরকে যোগফলেরও হর ধরে সমহর ভগ্নাংশ দুটির লবকে যোগ করে যোগফল ভগ্নাংশটি হল;

$$= \frac{\cancel{16}^{2}}{\cancel{24}^{3}} = \frac{2}{3}$$

যোগফল ভগ্নাংশটিকে লঘিষ্ঠ আকারে লেখা হল, হর ও লবকে তাদের গসাগু 8 দিয়ে ভাগ করে।

উদাহরণ 2. ভগ্নাংশের যোগ

$$\frac{5}{12} + \frac{1}{8} + \frac{1}{6}$$

$$= \frac{5x2}{24} + \frac{1x3}{24} + \frac{1x4}{24}$$

$$= \frac{10}{24} + \frac{3}{24} + \frac{4}{24}$$

$$= \frac{10+3+4}{24} = \frac{17}{24}$$

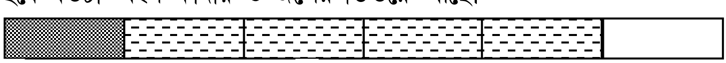
উদাহরণ 3. পুকুরে পোঁতা একটি বাঁশের $\frac{1}{6}$ অংশ কাদায়, $\frac{2}{3}$ অংশ জলে ও বাকি অংশ জলের ওপরে আছে। বাঁশটির কত অংশ কাদায় ও জলে আছে?

উত্তর: কাদায় ও জলে আছে বাঁশটির $(\frac{1}{6} + \frac{2}{3})$ অংশ

$$= \frac{1x1}{6} + \frac{2x2}{6} = \frac{1}{6} + \frac{4}{6} = \frac{1+4}{6} = \frac{5}{6} \text{ অংশ}$$

ভগ্নাংশের বিয়োগ

ওপরের উদাহরণটিতে আমরা যদি জানতে চাই বাঁশটির কত অংশ জলের ওপরে আছে তাহলে বাঁশটিকে এক অংশ ধরে তার থেকে <u>বিয়োগ করে</u> নিতে হবে যতটা অংশ কাদায় ও জলের ভিতরে আছে।



$\frac{1}{6}$ কাদায় $\frac{2}{3}$ বা $\frac{4}{6}$ জলে $\frac{1}{6}$ ওপরে

প্রথমে যে ভগ্নাংশগুলি বিয়োগ করতে হবে, সেগুলিকে সমহর করে নিতে হবে ও সমহরটিকেই বিয়োগফলেরও হর ধরে নিতে হবে। এরপর সমহর ভগ্নাংশগুলির লবগুলিকে বিয়োগ করে আমরা বিয়োগফলের লবটি পাব। এই ভাবে সমহর করে নিয়ে বিয়োগের পরে আমরা যে ভগ্নাংশটি পাব তাকে সম্ভব হলে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ করতে হবে। মনে রেখো, আমরা বড় ভগ্নাংশ থেকে ছোট ভগ্নাংশ বিয়োগ করা শিখব।

উদাহরণ 4. ভগ্নাংশের বিয়োগ

$$\frac{5}{12} - \frac{2}{8}$$

$$= \frac{5x2}{24} - \frac{2x3}{24} = \frac{10}{24} - \frac{6}{24}$$

হর 8 ও 12-র লসাগু 24-কে সমহর ধরে ভগ্নাংশ দুটিকে সমহর ভগ্নাংশে লেখা হল;

$$= \frac{10-6}{24} = \frac{4}{24}$$

সমহর ভগ্নাংশ দুটির লবকে বিয়োগ করে বিয়োগফল ভগ্নাংশটি হল;

$$= \frac{\cancel{4}^{1}}{\cancel{24}_{6}} = \frac{1}{6}$$

বিয়োগফল ভগ্নাংশটিকে লঘিষ্ঠ আকারে লেখা হল, হর ও লবকে তাদের গসাগু দিয়ে ভাগ করে।

উদাহরণ 5. ভগ্নাংশের বিয়োগ

$$\frac{5}{12} - \frac{1}{8} - \frac{1}{6}$$

$$= \frac{5x2}{24} - \frac{1x3}{24} - \frac{1x4}{24}$$

$$= \frac{10}{24} - \frac{3}{24} - \frac{4}{24}$$

$$= \frac{10-3-4}{24} = \frac{3}{24} = \frac{1}{8}$$

উদাহরণ 6.

তোমার কাছে একটি রুটি আছে। রুটিটিকে সাতটি সমান ভাগে কেটে তার থেকে দুটি ভাগ রাজকে ও তিনটি ভাগ মিতাকে দিলে। তোমার কাছে রুটিটির কত অংশ থাকল?

উত্তর: আমরা কাছে থাকল—

$1- \frac{2}{7} - \frac{3}{7}$ অর্থাৎ, $\frac{1}{1} - \frac{2}{7} - \frac{3}{7}$ অংশ

$= \frac{7}{7} - \frac{2}{7} - \frac{3}{7} = \frac{7-2-3}{7} = \frac{2}{7}$ অংশ ।

মনে রাখো, কোনও পূর্ণ সংখ্যাকে ভগ্নাংশ রূপে লেখা যায় তার হরকে 1 ধরে, কারণ কোনও কিছুকে 1 দিয়ে ভাগ করলে তা অপরিবর্তিত থাকে।

অনুশীলন 7.6 ভগ্নাংশের যোগ ও বিয়োগ

1. যোগফল বার করো

a. $\frac{5}{8}+\frac{1}{8}$ b. $\frac{5}{9}+\frac{4}{9}$ c. $\frac{2}{9}+\frac{1}{6}$ d. $\frac{3}{7}+\frac{2}{5}$

e. $\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{5}{16}$ f. $\frac{1}{9}+\frac{1}{3}+\frac{2}{7}$ g. $\frac{1}{6}+\frac{2}{9}+\frac{5}{12}$ h. $\frac{2}{7}+\frac{1}{6}+\frac{5}{14}$

2. বিয়োগফল বার করো

a. $\frac{5}{8}-\frac{1}{8}$ b. $\frac{5}{9}-\frac{4}{9}$ c. $\frac{5}{6}-\frac{5}{9}$ d. $\frac{5}{7}-\frac{3}{5}$

e. $\frac{3}{4}-\frac{3}{8}-\frac{5}{16}$ f. $\frac{5}{9}-\frac{1}{3}-\frac{1}{7}$ g. $\frac{5}{6}-\frac{2}{9}-\frac{5}{12}$ h. $\frac{5}{7}-\frac{1}{6}-\frac{1}{14}$

3. সরল করো

a. $\frac{1}{4}+\frac{5}{8}-\frac{5}{16}$ b. $\frac{7}{9}+\frac{1}{3}-\frac{3}{7}$ c. $\frac{5}{6}-\frac{5}{9}+\frac{5}{12}$ d. $\frac{4}{7}-\frac{1}{6}+\frac{5}{14}$

e. $\frac{3}{5}-\frac{1}{3}+\frac{3}{7}-\frac{2}{5}$ f. $\frac{7}{9}-\frac{2}{5}+\frac{11}{15}-\frac{1}{5}$ g. $1-\frac{5}{8}+\frac{1}{4}$

4. একজন কৃষক তার জমির $\frac{1}{4}$ অংশে বেগুন, $\frac{1}{3}$ অংশে মূলো, ও কপি লাগিয়েছেন $\frac{1}{6}$ অংশে । তাঁর জমির কত অংশে তিনি চাষ করেছেন ও কত অংশ ফাঁকা আছে?

5. এক ব্যক্তি তাঁর সম্পত্তির $\frac{2}{5}$ অংশ তাঁর ছেলেকে ও $\frac{3}{7}$ অংশ তাঁর মেয়েকে ভাগ করে দিলেন। বাকি অংশ তাঁর স্ত্রীর জন্য রেখে দিলেন। তাঁর স্ত্রী কত অংশ পেলেন?

6. একটি বাগানের $\frac{3}{8}$ অংশে আম গাছ, $\frac{1}{4}$ অংশে জাম গাছ, ও $\frac{1}{6}$ অংশে লিচু গাছ আছে। বাগানের মোট কত অংশে গাছ আছে ও কত অংশ খালি আছে?

7. একটি জল ভরা গ্লাসের $\frac{1}{5}$ অংশ জল দিতে গিয়ে পড়ে গেল ও খাওয়া হল $\frac{2}{3}$ অংশ । গ্লাসের কত অংশে জল রইল?

8. এক ব্যক্তি তাঁর আয়ের $\frac{4}{5}$ অংশ সংসারে ও $\frac{1}{7}$ অংশ ছেলেমেয়েদের পড়াশোনায় ব্যয় করেন। বাকি অংশ তিনি ব্যাঙ্কে জমা করেন। আয়ের কত অংশ তিনি জমান?
9. একটি বাঁশের $\frac{1}{7}$ অংশ কাদায় ও $\frac{5}{8}$ অংশ জলে থাকলে কত অংশ জলের ওপরে আছে?

উত্তর 7.6

	a.	b.	c.	d.	e.	f.	g.	h.
1.	$\frac{3}{4}$	1	$\frac{7}{18}$	$\frac{29}{35}$	$\frac{11}{16}$	$\frac{46}{63}$	$\frac{29}{36}$	$\frac{17}{21}$
2.	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{5}{18}$	$\frac{4}{35}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{5}{63}$	$\frac{7}{36}$	$\frac{10}{21}$
3.	$\frac{9}{16}$	$\frac{53}{63}$	$\frac{25}{36}$	$\frac{16}{21}$	$\frac{31}{105}$	$\frac{41}{45}$	$\frac{5}{8}$	

4.	$\frac{3}{4}$ $\frac{1}{4}$	5.	$\frac{6}{35}$	6.	$\frac{19}{24}$ $\frac{5}{24}$	7.	$\frac{2}{15}$
8.	$\frac{2}{35}$	9.	$\frac{13}{56}$				

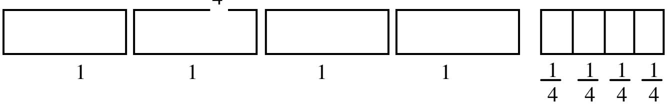
7.4 প্রকৃত, অপ্রকৃত, ও মিশ্র ভগ্নাংশ

প্রকৃত ও অপ্রকৃত ভগ্নাংশ

কোনও ভগ্নাংশের লবটি হরের থেকে ছোট হলে তাকে প্রকৃত ভগ্নাংশ বলে। অর্থাৎ, প্রকৃত ভগ্নাংশ মানেই হল তার মান একের থেকে ছোট, কারণ তা হল একের কোনও অংশ মাত্র। কিন্তু যদি কোনও ভগ্নাংশে দেখা যায় লবটি হল হরের থেকে বড়, তাহলে সেটি প্রকৃত ভগ্নাংশ নয়, কারণ তার মান একের থেকে বেশি পাব। এমনটা হলে আমরা ভগ্নাংশটিকে অপ্রকৃত ভগ্নাংশ বলব।

উদাহরণ দিয়ে ব্যাপারটা বোঝা যাক। 1টি রুটিকে চারজনের মধ্যে সমান ভাগ করে দিলে এক একজন পায় একটি রুটির চার ভাগের এক ভাগ, মানে $\frac{1}{4}$ অংশ। আবার 3টি রুটিকে চারজনের মধ্যে সমান ভাগ করে দিলে এক একজন পায় মোট 12টি টুকরোর 3টি করে টুকরো বা একটি রুটির $\frac{3}{4}$ অংশ। এগুলি সবই প্রকৃত ভগ্নাংশ, সকলেই একটি রুটির অংশ পাচ্ছে, পুরো একটি রুটি নয়। কিন্তু 4টি রুটিকে চারজনের মধ্যে সমান ভাগ করে দিলে এক একজন পাবে

$\frac{4}{4}$ বা 1টি করে রুটি । এটি একটি অপ্রকৃত ভগ্নাংশ, যার মান হল 1। মনে রাখো, ভগ্নাংশের লব ও হর সমান হলে তার মান 1 হয়। এবার মনে করো, 5টি রুটি চারজনের মধ্যে সমান ভাগ করে দেওয়া হল। তাহলে এক একজন রুটি পাবে $\frac{5}{4}$ টি করে, যার মানে হল এক একজন পাবে পুরো একটি ও তার সাথে আরো একটি রুটির $\frac{1}{4}$ অংশ। নিচের ছবিটি দেখো।



> আমরা শিখলাম,
> ভগ্নাংশের লবটি হরের থেকে ছোট হলে তাকে প্রকৃত ভগ্নাংশ বলব। এর মান 1-এর থেকে কম।
> ভগ্নাংশের লবটি হরের সমান বা তার থেকে বড় হলে তাকে অপ্রকৃত ভগ্নাংশ বলব। সমান হলে এর মান 1, ও লবটি বড় হলে মান হবে 1-এর বেশি।

অপ্রকৃত ভগ্নাংশের উদাহরণ $\frac{4}{4}, \frac{5}{4}, \frac{7}{3}, \frac{9}{5}, \frac{17}{6}, \frac{36}{21}$ ইত্যাদি ।

মিশ্র ভগ্নাংশ বা অপ্রকৃত ভগ্নাংশের মিশ্র আকার

ওপরের উদাহরণটি দেখো। 5টি রুটি চারজনের মধ্যে সমান ভাগ করে দেওয়া হলে এক একজন পাবে $\frac{5}{4}$ টি করে রুটি, যার মানে হল পুরো একটি ও তার সাথে আরও একটি রুটির $\frac{1}{4}$ অংশ।

লক্ষ করো, অপ্রকৃত ভগ্নাংশের লবটি হরের থেকে বড় বলে তাকে হর দিয়ে ভাগ করা যায়। এখানে 5-কে 4 দিয়ে ভাগ করলে ভাগফল হয় 1 ও ভাগশেষ থাকে 1। তাই, আমরা ভগ্নাংশটিকে এই ভাবে লিখতে পারি—

$$\frac{5}{4} = \frac{4+1}{4} = \frac{4}{4} + \frac{1}{4} = 1 + \frac{1}{4} \text{ বা সংক্ষিপ্ত রূপে } 1\frac{1}{4} \text{ ।}$$

অপ্রকৃত ভগ্নাংশকে এই সংক্ষিপ্ত আকারে (যোগ চিহ্নটি বাদ দিয়ে) লেখা হলে আমরা তাকে **মিশ্র ভগ্নাংশ** রূপে পাই। একে মিশ্র বলা হয়, কারণ এর মধ্যে একটি পূর্ণ সংখ্যা ও একটি প্রকৃত ভগ্নাংশ আছে। ওপরের এই মিশ্র ভগ্নাংশটিকে পড়ব 1 পূর্ণ (বা সমস্ত) 4 ভাগের 1 ভাগ। এইভাবে—

$$\frac{15}{4} = \frac{12+3}{4} = \frac{12}{4} + \frac{3}{4} = 3\frac{3}{4} \quad \text{বা 3 পূর্ণ (বা সমস্ত) 4 ভাগের 3 ভাগ}$$

$$\frac{12}{5} = \frac{10+2}{5} = \frac{10}{5} + \frac{2}{5} = 2\frac{2}{5} \quad \text{বা 2 পূর্ণ (বা সমস্ত) 5 ভাগের 2 ভাগ}$$

$\frac{31}{9} = \frac{27+4}{9} = \frac{27}{9} + \frac{4}{9} = 3\frac{4}{9}$ বা 3 পূর্ণ (বা সমস্ত) 9 ভাগের 4 ভাগ

লক্ষ করো:

- মিশ্র ভগ্নাংশে যুক্ত যে প্রকৃত ভগ্নাংশটি আছে, তার হর ও অপ্রকৃত ভগ্নাংশের হর একই।
- অপ্রকৃত ভগ্নাংশের লবকে হর দিয়ে ভাগ করলে যে ভাগফল পাওয়া যায়, তা হল রূপান্তরিত মিশ্র ভগ্নাংশের পূর্ণ সংখ্যাটি, ও ভাগশেষ হল মিশ্র ভগ্নাংশের সঙ্গে যুক্ত প্রকৃত ভগ্নাংশটির লব।
- অপ্রকৃত ভগ্নাংশের লবটিকে যদি হর দিয়ে নিঃশেষে ভাগ করা যায়, কোনও ভাগশেষ না থাকে, তাহলে আমরা পাই পূর্ণ সংখ্যায় শুধু ভাগফলটি। এইক্ষেত্রে আমরা মিশ্র ভগ্নাংশ পাব না, পাব কোনও একটি পূর্ণ সংখ্যা।

মিশ্র ভগ্নাংশকে অপ্রকৃত ভগ্নাংশে রূপান্তর

আমরা দেখেছি যে মিশ্র ভগ্নাংশের দুটি অংশ আছে। প্রথমে থাকে একটি পূর্ণ সংখ্যা ও তার পাশে যোগ হয় একটি প্রকৃত ভগ্নাংশ। আমরা জানি, যেকোনও পূর্ণ সংখ্যাকে ভগ্নাংশের আকারে লেখা যায় তার নিচে হর হিসাবে 1 ধরে নিয়ে। সুতরাং, পূর্ণ সংখ্যাটিকে ভগ্নাংশের আকারে লিখে প্রকৃত ভগ্নাংশটির সাথে যোগ করে নিলেই আমরা অপ্রকৃত ভগ্নাংশটি পেতে পারি।

উদাহরণ: $2\frac{3}{5}$ মিশ্র ভগ্নাংশটিকে অপ্রকৃত ভগ্নাংশে রূপান্তর করা

$$2\frac{3}{5} = 2 + \frac{3}{5} = \frac{2}{1} + \frac{3}{5} = \frac{10+3}{5} = \frac{13}{5}$$

অর্থাৎ, আমরা সংক্ষেপে লিখতে পারি—

$$2\frac{3}{5} = \frac{2x5+3}{5} = \frac{13}{5}$$

মনে রাখো:

মিশ্র ভগ্নাংশ = $\frac{\text{(পূর্ণ সংখ্যাটি x হর)+ লব}}{\text{হর}}$ = অপ্রকৃত ভগ্নাংশ

অনুশীলন 7.7 মিশ্র ও অপ্রকৃত ভগ্নাংশের রূপান্তর

1. অপ্রকৃত ভগ্নাংশগুলিকে মিশ্র ভগ্নাংশ আকারে লেখ

a. $\frac{13}{5}$ b. $\frac{27}{7}$ c. $\frac{37}{12}$ d. $\frac{43}{8}$ e. $\frac{47}{9}$

2. মিশ্র ভগ্নাংশগুলিকে অপ্রকৃত ভগ্নাংশ করে লেখ

a. $3\frac{3}{7}$ b. $4\frac{5}{9}$ c. $7\frac{3}{8}$ d. $6\frac{2}{9}$ e. $12\frac{5}{6}$

মনে রাখো:
মিশ্র ভগ্নাংশের যোগ বিয়োগ বা গুণ ভাগ করতে হলে আগে সেগুলিকে অপ্রকৃত ভগ্নাংশে রূপান্তরিত করে নিতে হবে।

পাঠ 8. দশমিক ভগ্নাংশ — ধারণা এবং যোগ ও বিয়োগ

8.1 দশমিক ভগ্নাংশের ধারণা

যেসব ভগ্নাংশের হর 10 বা 10-এর 10 গুণ করে, মানে 100, 1000, 10000, ইত্যাদি, সেগুলিকে আর এক ভাবে লিখতে পারি, যাকে দশমিক ভগ্নাংশ (ইংরেজিতে ডেসিম্যাল ফ্র্যাক্‌শন্‌) বলে। দশমিক ভগ্নাংশের ধারণাটিকে বুঝতে আমরা প্রথমে 10-এর দশমিক ভগ্নাংশকে দেখব। কোনও কিছুকে দশটি সমান অংশে ভাগ করে তার অংশগুলিকে আমরা সাধারণ ভগ্নাংশে পাই—

$\frac{1}{10}$ $\frac{2}{10}$ $\frac{3}{10}$ $\frac{4}{10}$ $\frac{5}{10}$ $\frac{6}{10}$ $\frac{7}{10}$ $\frac{8}{10}$ $\frac{9}{10}$

দশমিক ভগ্নাংশের আকারে এগুলিকেই লেখা হবে—

0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9

এইভাবে লেখা দশমিক ভগ্নাংশের বিন্দুটিকে বলা হয়, দশমিক বিন্দু (ইংরেজিতে পয়েন্ট)। মিশ্র ভগ্নাংশের মতোই দশমিক বিন্দুর বাঁ দিকের সংখ্যা (ওপরের উদাহরণে সবকটিতেই শূন্য আছে) বোঝায় পূর্ণ অংশ ও ডান দিকের সংখ্যা বোঝায় ভগ্নাংশ। ওপরের দশ ভাগের দশমিক ভগ্নাংশগুলিকে দশের অংশ হিসাবে বলা হয়—

0.1	শূন্য দশমিক এক	এক দশমাংশ
0.2	শূন্য দশমিক দুই	দুই দশমাংশ
0.3	শূন্য দশমিক তিন	তিন দশমাংশ
0.4	শূন্য দশমিক চার	চার দশমাংশ
0.5	শূন্য দশমিক পাঁচ	পাঁচ দশমাংশ
0.6	শূন্য দশমিক ছয়	ছয় দশমাংশ
0.7	শূন্য দশমিক সাত	সাত দশমাংশ
0.8	শূন্য দশমিক আট	আট দশমাংশ
0.9	শূন্য দশমিক নয়	নয় দশমাংশ

মিশ্র দশমিক ভগ্নাংশ

এমন কোনও সংখ্যা, যা দশের থেকে বড় কিন্তু 10 দিয়ে নিঃশেষে ভাগ হয়না, তাকে দশটি ভাগে ভাগ করলে মিশ্র ভগ্নাংশ পাই, কারণ অপ্রকৃত রূপে এর লব হরের (10) থেকে বেশি। এই রকম হলে দশমিক ভগ্নাংশে কীভাবে লেখা হয় ও বলা হয় লক্ষ করতে হবে।

অপ্রকৃত ভগ্নাংশ	মিশ্র ভগ্নাংশ	দশমিক ভগ্নাংশ	বলা হয়
$\frac{25}{10}$	$2\frac{5}{10}$	2.5	দুই দশমিক পাঁচ
$\frac{37}{10}$	$3\frac{7}{10}$	3.7	তিন দশমিক সাত
$\frac{143}{10}$	$14\frac{3}{10}$	14.3	চোদ্দ দশমিক তিন
$\frac{899}{10}$	$89\frac{9}{10}$	89.9	ঊননব্বই দশমিক নয়
$\frac{1697}{10}$	$169\frac{7}{10}$	169.7	একশ ঊনসত্তর দশমিক সাত

এবারে আমরা দেখব 100 ভাগ হলে, অর্থাৎ, ভগ্নাংশের হর 100 হলে, তাকে দশমিক ভগ্নাংশে কীভাবে লেখা হয়। কয়েকটি উদাহরণ দেখো—

সাধারণ ভগ্নাংশ	দশমিক ভগ্নাংশ	বলা হয়	যার অর্থ হল
$\frac{1}{100}$	0.01	দশমিক শূন্য এক	এক শতাংশ
$\frac{2}{100}$	0.02	দশমিক শূন্য দুই	দুই শতাংশ
$\frac{7}{100}$	0.07	দশমিক শূন্য সাত	সাত শতাংশ
$\frac{19}{100}$	0.19	দশমিক এক নয়	ঊনিশ শতাংশ
$\frac{97}{100}$	0.97	দশমিক নয় সাত	সাতানব্বই শতাংশ

মনে রাখো দশমিক বিন্দুর পরের (ডানদিকের) সংখ্যা পড়ার নিয়ম:
আমরা 0.19-কে বলব দশমিক এক নয়; দশমিক ঊনিশ বলব না; 0.97-কে বলব দশমিক নয় সাত, দশমিক সাতানব্বই নয়। অর্থাৎ, দশমিক বিন্দুর পরে (ডানদিকে) যে অঙ্কগুলি থাকবে তাদের আলাদা আলাদা করে বলতে হবে, মিলিত করে একটি সংখ্যা হিসাবে বলা হবে না।

এমন কোনও সংখ্যা, যা 100 থেকে বড় কিন্তু 100 দিয়ে নিঃশেষে ভাগ হয়না, তাকে একশটি ভাগে ভাগ করলেও আমরা মিশ্র ভগ্নাংশ পাব, যার হর 100। এগুলিকেও আমরা দশমিক ভগ্নাংশে সহজেই লিখতে পারব।

অপ্রকৃত ভগ্নাংশ	মিশ্র ভগ্নাংশ	দশমিক ভগ্নাংশ	বলা হয়
$\frac{307}{100}$	$3\frac{7}{100}$	3.07	তিন দশমিক শূন্য সাত
$\frac{1899}{100}$	$18\frac{99}{100}$	18.99	আঠারো দশমিক নয় নয়
$\frac{17697}{100}$	$176\frac{97}{100}$	176.97	একশ ছিয়াত্তর দশমিক নয় সাত

একই ভাবে কোনও কিছুকে হাজারটি সমান ভাগে ভাগ করলে আমরা এক অংশকে বলি এক সহস্রাংশ। সাধারণ ভগ্নাংশ হিসাবে লেখা হয় $\frac{1}{1000}$ আর দশমিক ভগ্নাংশ হিসাবে 0.001।

আমরা হাজার ভাগের দশমিক ভগ্নাংশকে লিখব এইভাবে—

$$\frac{3}{1000} = 0.003 \qquad \frac{16}{1000} = 0.016 \qquad \frac{278}{1000} = 0.278$$

$$\frac{4067}{1000} = 4.067 \qquad \frac{8703}{1000} = 8.703 \qquad \frac{21008}{1000} = 21.008$$

এইভাবে আমরা কোন কিছুকে দশ হাজার (অযুত) অংশে সমান ভাগ করে এক ভাগকে (এক অযুতাংশ) লিখতে পারি 0.0001। এভাবে কোনও কিছুকে আমরা ক্রমাগত ক্ষুদ্র থেকে ক্ষুদ্রতর অংশে ভাগ করে লিখতে পারব।

দশমিক ভগ্নাংশগুলির দশমিক বিন্দুর পরে (ডানদিকে) কতগুলি ঘর থাকবে তা লক্ষ করতে হবে।

$\frac{1}{10} = 0.1$ মানে এক দশমাংশ

$\frac{1}{100} = 0.01$ মানে এক শতাংশ

$\frac{1}{1000} = 0.001$ মানে এক সহস্রাংশ

$\frac{1}{10000} = 0.0001$ মানে এক অযুতাংশ

লক্ষ করো: সাধারণ ভগ্নাংশটির হরে যতগুলি শূন্য আছে, দশমিক বিন্দুর পরে ঠিক ততগুলি ঘর থাকছে। অর্থাৎ, দশে যেহেতু একটি শূন্য তাই দশের দশমিক ভগ্নাংশে দশমিক বিন্দুর পরে একটি ঘর, একশতে যেহেতু দুটি শূন্য তাই একশর দশমিক ভগ্নাংশে দশমিক বিন্দুর পরে দুটি ঘর, হাজারে যেহেতু তিনটি শূন্য তাই হাজারের দশমিক ভগ্নাংশে দশমিক বিন্দুর পরে তিনটি ঘর, অযুতে

যেহেতু চারটি শূন্য তাই অযুতের দশমিক ভগ্নাংশে দশমিক বিন্দুর পরে চারটি ঘর; এই ভাবে দশমিক বিন্দুর পরে কটি ঘর থাকবে তা স্থির হচ্ছে।

এবারে লক্ষ করো, দশমিক ভগ্নাংশে দশমিক বিন্দুর পরে শেষ ঘরটিতে আমরা সর্বদাই কোনও সংখ্যা পাচ্ছি, সেখানে শূন্য থাকছে না। এর কারণ, দশমিক বিন্দুর পরে শেষ ঘরটিতে শূন্য দিলেও তার ফলে ভগ্নাংশটির মানের কোনও পরিবর্তন হয় না, একই থাকে। উদাহরণ দেখো—

$0.3 = \frac{3}{10}$ আর, যদি লিখি 0.30, তার মান হবে $\frac{30}{100} = \frac{3 \times \cancel{10}}{10 \times \cancel{10}} = \frac{3}{10} = 0.3$

$0.075 = \frac{75}{1000}$ আর, $0.0750 = \frac{750}{10000} = \frac{75 \times \cancel{10}}{1000 \times \cancel{10}} = \frac{75}{1000} = 0.075$

মনে রাখো: দশমিক ভগ্নাংশের শেষে শূন্য লেখার প্রয়োজন নেই।

অনুশীলন 8.1 সাধারণ ও দশমিক ভগ্নাংশ

1. দশমিক ভগ্নাংশগুলি পড় ও কথায় লেখো

a. 0.7 b. 0.04 c. 0.188 d. 2.456 e. 0.0034

2. সাধারণ ভগ্নাংশ ও দশমিক ভগ্নাংশে লেখো

a. দশ ভাগের সাত ভাগ b. চার পূর্ণ বা সমস্ত দশ ভাগের চার ভাগ
c. তিন দশমাংশ d. সাত পূর্ণ বা সমস্ত পাঁচ দশমাংশ
e. ছয় শতাংশ f. তিন পূর্ণ একশ ভাগের তেত্রিশ ভাগ
g. আটত্রিশ সহস্রাংশ h. পঁয়ত্রিশ পূর্ণ তিন সহস্রাংশ
i. সতেরো পূর্ণ হাজার ভাগের সাতশ আঠারো ভাগ
j. তিনশ পঁচিশ পূর্ণ দশ হাজার ভাগের আট হাজার সাতশ বিয়াল্লিশ ভাগ

2. সাধারণ ভগ্নাংশকে দশমিক ভগ্নাংশে লেখো

a. $\frac{7}{10}$ b. $4\frac{3}{10}$ c. $17\frac{7}{10}$
d. $\frac{3}{100}$ e. $2\frac{69}{100}$ f. $23\frac{92}{100}$
g. $\frac{9}{1000}$ h. $75\frac{35}{1000}$ i. $732\frac{637}{1000}$

3. দশমিক ভগ্নাংশকে সাধারণ ও মিশ্র ভগ্নাংশে (লঘিষ্ঠ আকারে) লেখো

a. 0.09 b. 0.17 c. 5.69 d. 12.64
e. 0.032 f. 0.875 g. 1.004 h. 120.075
i. 47.219 j. 123.555 k. 200.005 l. 1000.005

8.2 দশমিক ভগ্নাংশের ঘরগুলি ও তার স্থানীয় মান

সংখ্যা বোঝানোর জন্য আমরা দশটি প্রতীক ব্যবহার করি, যথা 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 এবং 0। এই কারণে আমাদের সংখ্যা গণনার ভিত্তি হল 10। নিচের তালিকাটি লক্ষ করো। প্রথম সংখ্যাটি 1, যার স্থান বা ঘরটিকে আমরা একক বলছি। তারপর থেকে বাঁদিকের ঘরগুলিতে সংখ্যা বেড়েছে 10 গুণ করে ও আমরা সংখ্যার মানকে নাম দিয়েছি, একক, দশক, শতক, সহস্র (হাজার), অযুত (দশক হাজার), লক্ষ, নিযুত (দশক লক্ষ), কোটি, ইত্যাদি। এভাবে বাদিকে সংখ্যা ক্রমাগত বেড়েই চলতে পারে। আমরা শিখেছি, কোনও সংখ্যার মান কত তা বলা যায় সংখ্যাটির কোন্ ঘরে কত স্থানীয় মান, তা দেখে।

দশ হাজার	হাজার	শতক	দশক	একক	দশমাংশ	শতাংশ	সহস্রাংশ	অযুতাংশ
10000	1000	100	10	1	$\frac{1}{10}$ =.1	$\frac{1}{100}$ =.01	$\frac{1}{1000}$ =.001	$\frac{1}{10000}$ =.0001

লক্ষ করো, একক ঘরটির ডানদিকে দশমিক ভগ্নাংশের ঘরগুলিতে সংখ্যার মান কমেছে $\frac{1}{10}$ গুণ করে বা 10 ভাগ করে। সংখ্যার একক ঘরটির পরেই দশমিক বিন্দুটি দিয়ে বাঁদিকে পূর্ণ সংখ্যা ও ডানদিকে দশমিক অংশকে আলাদা করা হয়। ডানদিকের ঘরগুলির পর পর নাম, দশমাংশ, শতাংশ, সহস্রাংশ, অযুতাংশ, ইত্যাদি, যার স্থানীয় মান হল, 0.1, 0.01, 0.001, 0.0001, ইত্যাদি।

উদাহরণ হিসাবে দেখা যাক স্থানীয় মান দিয়ে 567.45 সংখ্যাটি বোঝা।

দশ হাজার	হাজার	শতক	দশক	একক	দশমাংশ	শতাংশ	সহস্রাংশ	অযুতাংশ
10000	1000	100	10	1	$\frac{1}{10}$ =.1	$\frac{1}{100}$ =.01	$\frac{1}{1000}$ =.001	$\frac{1}{10000}$ =.0001
		5	6	7	4	5		

এখানে 567.45 -এর স্থানীয় মানগুলি পাই এভাবে—

শতাংশের ঘরে আছে বলে মান হল 0.05
দশমাংশের ঘরে আছে বলে মান হল 0.4
এককের ঘরে আছে বলে মান হল 7
দশকের ঘরে আছে বলে মান হল 60
শতকের ঘরে আছে বলে মান হল 500

অর্থাৎ, 567.45 = 500 + 60 + 7 + 0.4 + 0.05

স্থানীয় মান বের করে সংখ্যা বোঝার আরও একটি উদাহরণ—

2546.1037-এর স্থানীয় মানগুলি হল—

2 আছে হাজারের ঘরে, তাই এই সংখ্যাতে এর মান	2000
5 আছে শতকের ঘরে, তাই এই সংখ্যাতে এর মান	500
4 আছে দশকের ঘরে, তাই এই সংখ্যাতে এর মান	40
6 আছে এককের ঘরে, তাই এই সংখ্যাতে এর মান	6
1 আছে দশমাংশের ঘরে, তাই এই সংখ্যাতে এর মান	0.1
0 আছে শতাংশের ঘরে, তাই এই সংখ্যাতে এর মান	0.00
3 আছে সহস্রাংশের ঘরে, তাই এই সংখ্যাতে এর মান	0.003
7 আছে অযুতাংশের ঘরে, তাই এই সংখ্যাতে এর মান	0.0007

অর্থাৎ, 2546.1037 = 2000+500+40+6+ 0.1+0.00+0.003+0.0007

অনুশীলন 8.2 দশমিক ভগ্নাংশের স্থানীয় মান

1. দশমিক ভগ্নাংশগুলি পড়ো ও স্থানীয় মানগুলি পাশে লেখো

		দশমাংশ	শতাংশ	সহস্রাংশ	অযুতাংশ
a.	0.28	2	8		
b.	0.56				
c.	0.03				
d.	0.005				
e.	0.405				
f.	0.0574				
g.	0.9206				
h.	0.0003				
i.	0.1023				
j.	0.4501				

2. দশমিক ভগ্নাংশগুলির দাগ দেওয়া সংখ্যাটির স্থানীয় মান লেখো

a. $3.2\underline{9}$ 9 শতাংশ

b. $0.00\underline{3}$ 3 সহস্রাংশ

c. $4.\underline{0}59$

d. $231.0\underline{1}$

e. $7.5\underline{6}9$

f. $12.45\underline{0}7$

g. $0.238\underline{9}$

h. $5.00\underline{5}01$

i. $5.78\underline{9}1$

j. $8.979\underline{5}$

3. দশমিক ভগ্নাংশকে স্থানীয় মানে ভেঙে লেখো ও সাধারণ ভগ্নাংশের যোগ হিসাবে দেখাও

a. $12.2753 = 12+0.2+0.07+0.005+0.0003 = \frac{12}{1}+\frac{2}{10}+\frac{7}{100}+\frac{5}{1000}+\frac{3}{10000}$

b. 0.76

c. 0.407

d. 5.894

e. 13.983

f. 78.0679

g. 40.7054

h. 1.0119

4. সাধারণ ভগ্নাংশকে দশমিক ভগ্নাংশে লেখো

a. $\frac{7}{10}+\frac{2}{100} = 0.7+0.02 = 0.72$

b. $\frac{3}{10}+\frac{7}{100} =$

c. $12+\frac{0}{10}+\frac{23}{100}+\frac{37}{1000} = 12+0.0+0.23+0.037 = 12.267$

d. $\frac{4}{10}+\frac{9}{100}+\frac{7}{1000} =$

e. $14+\frac{3}{10}+\frac{3}{100}+\frac{9}{1000} =$

f. $234+\frac{4}{10}+\frac{0}{100}+\frac{77}{1000} =$

g. $12+\frac{9}{10}+\frac{7}{100}+\frac{65}{1000}+\frac{3}{10000} =$

h. $754+\frac{7}{10}+\frac{0}{100}+\frac{897}{10000} =$

i. $\frac{3}{10}+\frac{5}{100}+\frac{17}{10000} =$

8.3 দশমিক ভগ্নাংশের তুলনা করা

পূর্ণ সংখ্যার তুলনা করাকে মনে করো। যদি দুটি সংখ্যাতে অঙ্কের সংখ্যা সমান না হয়, তবে যে সংখ্যাতে অঙ্কের সংখ্যা বেশি সেটি বড় আর অন্যটি ছোট। কিন্তু যদি দুটিরই অঙ্কের সংখ্যা সমান হয় তাহলে আমরা শুরু করি সংখ্যার বাঁদিকের প্রথম ঘরটির মানের তুলনা করে। এখানে যেটি বড়, সেই সংখ্যাটি বড়, অন্যটি ছোট। কিন্তু যদি দেখা যায় এই ঘরে দুটি সংখ্যার মান একই, তাহলে আমরা ডানদিকে তার পরের ঘরটির মান তুলনা করব।

উদাহরণ হিসাবে দেখা যাক 23499 ও 23501-এর তুলনা। দুটি সংখ্যারই অযুতের (দশক হাজার) ঘরে আছে 2, তাই এই ঘরে সংখ্যা দুটির মান সমান। সুতরাং পরের ঘরটি দেখতে হবে। পরের সহস্রের (হাজার) ঘরেও দুটি সংখ্যারই মান 3, তাই এখানেও সমান । এর পরের শতকের ঘরে প্রথম সংখ্যাটির মান 4 ও দ্বিতীয়টির মান 5 (বড়)। তাই দ্বিতীয় সংখ্যা, 23501 হল বড়।

দশমিক ভগ্নাংশের তুলনা আমরা একই ভাবে করব। প্রথমে লক্ষ করো—

$$\frac{1}{10} > \frac{1}{100} > \frac{1}{1000} > \frac{1}{10000}$$

বা, $0.1 > 0.01 > 0.001 > 0.0001$

সুতরাং, যে দশমিক ভগ্নাংশটির দশমাংশের (দশমিক বিন্দুর পরে প্রথম ঘরের) মান বড়, সেই দশমিক ভগ্নাংশটি হল বড়। মান সমান হলে আমাদের দেখতে হবে পরের ঘরটি বা শতাংশের (দশমিক বিন্দুর পরের দ্বিতীয় ঘরের) মান। যার মান এখানে বড়, সেই দশমিক ভগ্নাংশটি হল বড়। এখানেও মান সমান হলে আমাদের দেখতে হবে তার পরের ঘরটি বা সহস্রাংশের (দশমিক বিন্দুর পরে তৃতীয় ঘরের) মান। এই ভাবে আমরা দশমিক ভগ্নাংশের তুলনা করতে পারব।

উদাহরণ: 234.3593 ও 234.3493 সংখ্যাদুটির কোন্‌টি বড়?
বাঁদিকের শেষ ঘরটি থেকে তুলনা করতে শুরু করব। দেখা যাচ্ছে, দুটি সংখ্যাতেই পূর্ণ সংখ্যার শতক, দশক, ও একক ঘরের মান সমান, 234। তাই এরপর দশমিক অংশের তুলনা দেখতে হবে। দুটি সংখ্যাতেই দশমাংশের ঘরে আছে 3। তাই এখানেও মান সমান। কিন্তু এরপরে শতাংশের ঘরে, প্রথম সংখ্যাটিতে আছে 5 ও দ্বিতীয়টিতে আছে 4। সুতরাং, প্রথম সংখ্যাটি বড়।

$234.3\underline{5}93 > 234.3\underline{4}93$ (বড় থেকে ছোট)

অথবা, $234.3\underline{4}93 < 234.3\underline{5}93$ (ছোট থেকে বড়)

অনুশীলন 8.3 দশমিক ভগ্নাংশের তুলনা

1. দশমিক ভগ্নাংশকে বড় থেকে ছোট (> চিহ্ন দিয়ে) সাজিয়ে লেখো

a. 0.43, 0.52, 0.63
b. 0.17, 0.27, 0.47, 0.29
c. 2.03, 0.63, 0.36, 0.19
d. 0.399, 0.339, 0.998, 0.909
e. 100.09, 1.019, 1.909
f. 0.1205, 0.2150, 0.028, 0.31
g. 0.758, 7.58, 0.0758, 0.5078
h. 0.131, 0.139, 0.009, 0.1309

2. দশমিক ভগ্নাংশকে ছোট থেকে বড় (< চিহ্ন দিয়ে) সাজিয়ে লেখো

a. 0.302, 0.234, 0.099, 0.0121
b. 0.215, 0.153, 0.205, 0.165
c. 2.451, 2.541, 2.325, 1.999
d. 5.567, 5.657, 5.299, 5.909
e. 10.5, 1.05, 1.105, 0.105
f. 0.625, 0.652, 0.562, 0.265
g. 0.808, 8.08, 0.8081
h. 9.999, 9.099, 90.99, 90.09

8.4 দশমিক ভগ্নাংশের যোগ ও বিয়োগ

আমরা আগে পূর্ণ সংখ্যার যোগ ও বিয়োগ শিখেছি। দশমিক ভগ্নাংশের যোগ ও বিয়োগ একই নিয়মে করা যাবে। যোগের সময় কোনও সংখ্যার দশমাংশের যোগ হবে অন্য সংখ্যার দশমাংশের সাথে, শতাংশের যোগ হবে শতাংশের সাথে, সহস্রাংশের যোগ হবে সহস্রাংশের সাথে। বিয়োগও হবে একই ভাবে—দশমাংশের থেকে দশমাংশ, শতাংশ থেকে শতাংশ, সহস্রাংশ থেকে সহস্রাংশ।

খেয়াল রাখতে হবে, যোগ বা বিয়োগের জন্য সংখ্যাগুলিকে ওপরে নিচে সাজিয়ে লেখার সময় যেন দশমিক বিন্দুটি ওপর-নিচে এক লাইনে থাকে, আর বিয়োগ করা হবে বড় সংখ্যা থেকে ছোট সংখ্যার।

আমরা আগের মতোই যোগ বা বিয়োগ শুরু করব ডান দিকের শেষ ঘরটি থেকে, ও যোগফল বা বিয়োগফল ঘরগুলির নিচে লিখব।

উদাহরণ 1. যোগ করো 32.45 + 7.34

$$\begin{array}{r} 32.45 \\ \underline{7.34} \\ 39.79 \end{array}$$

দশক	একক	দশমাংশ	শতাংশ
3	2	4	5
	7	3	4
3	9	7	9

এমনটা হতেই পারে যে যোগ বা বিয়োগ করার সংখ্যাগুলির কোনোটিতে হয়ত এক দশমিক স্থান (দশমাংশ) আছে, কোনোটিতে হয়ত দুই (শতাংশ) বা তিন দশমিক (সহস্রাংশ) স্থান পর্যন্ত আছে। আমরা জানি যে দশমিক ভগ্নাংশের শেষে শূন্য দিলেও তার মান অপরিবর্তিত থাকে।

তাই, যোগ বা বিয়োগের সময় আমরা বুঝতে সুবিধার জন্য দশমিক ভগ্নাংশের শেষে প্রয়োজন মতো শূন্য বসিয়ে নেব, সংখ্যাগুলির দশমিক ভগ্নাংশের ঘরগুলি সমান করে নিতে।

উদাহরণ 2. যোগ করো 20.4 + 21.45+1.003

	দশক	একক	দশমাংশ	শতাংশ	সহস্রাংশ
20.400	2	0	4	0	0
21.450	2	1	4	5	0
1.003		1	0	0	3
42.853	4	2	8	5	3

হাতে নিয়ে যোগ ও বিয়োগের পদ্ধতি আগে যা শিখেছি তা এখানে ব্যবহার করতে হবে একই ভাবে। কোনও ঘরের যোগফল দশের বেশি হলে দশক সংখ্যাটি হাতে রেখে বাঁদিকের আগের ঘরে যোগ করতে হবে। বিয়োগের সময় কোনও ঘরের বিয়োজন সংখ্যাটি বিয়োজ্য থেকে ছোট হলে বাঁদিকের আগের ঘর থেকে এক দশ ধার নিয়ে বিয়োগটি করতে হবে ও সেই ঘরের বিয়োজন সংখ্যাটিকে এক দশ কমাতে হবে।

উদাহরণ 3. যোগ করো 27.73 + 24.68

	দশক	একক	দশমাংশ	শতাংশ
27.73	2^{+1}	7^{+1}	7^{+1}	3
24.68	2	4	6	8
52.41	5	2	4	1

উদাহরণ 4. বিয়োগ করো 32.43 – 25.75

	দশক	একক	দশমাংশ	শতাংশ
32.43	3^{-1}	2^{-1}	4^{-1}	3
25.75	2	5	7	5
6.68		6	6	8

অনুশীলন 8.4 দশমিক ভগ্নাংশের যোগ ও বিয়োগ

1. যোগফল বের করো

a.	2.53+4.21	b.	7.53+8.22
c.	13.75+7.38	d.	15.083+9.2
e.	4.0567+12.94	f.	12.949+32.0617

2. বিয়োগফল বের করো

a.	0.096–0.043	b.	0.94–0.1078
c.	12.001–6.234	d.	5.101–4.2356
e.	7.53–2.399	f.	4.1019–2.9

উত্তর 8.4

	a.	b.	c.	d.	e.	f.
1.	6.74	15.75	21.13	24.283	16.9967	45.0107
2.	0.053	0.8322	5.767	0.8654	5.131	1.2019

পাঠ 9. সাধারণ ও দশমিক ভগ্নাংশের গুণ ও ভাগ

9.1 ভগ্নাংশ ও পূর্ণ সংখ্যার গুণ

আমরা একটি পূর্ণ সংখ্যাকে আরেকটি পূর্ণ সংখ্যা দিয়ে গুণ করা শিখেছি। জেনেছি যে গুণ করা হল বার বার যোগ করার প্রক্রিয়া। 2 ও 3-এর গুণ মানে হল 2-কে 3 বার যোগ করা (2+2+2 = 6) বা 3-কে 2 বার যোগ করা (3+3=6)। একই ভাবে আমরা ভগ্নাংশ ও পূর্ণ সংখ্যার গুণ বুঝতে পারি।

ভগ্নাংশকে পূর্ণ সংখ্যা দিয়ে গুণ করা—'বার' কথাটির অর্থ

মনে করো একটি ব্যাঙ এক এক বারে লাফ দিয়ে পার হয় $\frac{3}{4}$ মিটার (মিটার হল দূরত্বের একটি পরিমাপ, যা আমরা পরে শিখব)। 4 **'বার'** লাফ দিয়ে ব্যাঙটি কত ফুট পার হবে? সহজেই বুঝতে পারি, $\frac{3}{4}$-কে 4বার যোগ করলেই আমরা উত্তরটি পেয়ে যাব।

$$\xrightarrow{\frac{3}{4}}\xrightarrow{\frac{3}{4}}\xrightarrow{\frac{3}{4}}\xrightarrow{\frac{3}{4}}$$

তাই উত্তর হবে $\frac{3}{4}+\frac{3}{4}+\frac{3}{4}+\frac{3}{4}=\frac{3+3+3+3}{4}=\frac{12}{4}=\frac{3}{1}=3$ মিটার ।

সুতরাং, এখানে আমরা গুণ হিসাবে লিখতে পারি $\frac{3}{4}\text{x}4=\frac{3\text{x}4}{4}=\frac{12}{4}=3$।

অর্থাৎ, আমরা নিয়ম হিসাবে মনে রাখব: ভগ্নাংশকে পূর্ণ সংখ্যা দিয়ে গুণ করতে হলে আমরা <u>ভগ্নাংশটির লবকে পূর্ণ সংখ্যাটি দিয়ে গুণ</u> করব।

পূর্ণ সংখ্যাকে ভগ্নাংশ দিয়ে গুণ করা—'এর' কথাটির অর্থ

এই ক্ষেত্রে পূর্ণ সংখ্যাকে ভগ্নাংশ দিয়ে গুণ করাকে আমাদের বুঝতে হয় অন্য ভাবে, কারণ ভগ্নাংশের মধ্যেই ভাগ করা আছে, তাই একে যোগ করা হিসাবে দেখা যাবে না। একে ভাগ করা হিসাবেই দেখতে হবে। মনে করো তোমার 12টি রুটি আছে। **'এর'** চার ভাগের তিন ভাগ (মানে $\frac{3}{4}$ অংশ) তুমি ভাই-বোনদের দিলে। ভাই-বোনদের মোট কটা রুটি দিলে?

এখানে 'এর' কথাটি বিশেষ করে লক্ষ করো। 12টি রুটি-র 4 ভাগ মানে এক একটি ভাগে আছে 3টি করে রুটি । তাহলে 3টি ভাগে হবে মোট 9টি (3x3) রুটি । একে আমরা লিখব পূর্ণ সংখ্যাকে গুণ করা হিসাবে—

12-**র** $\frac{3}{4}=12\text{ x }\frac{3}{4}=\frac{12\text{x}3}{4}=\frac{36}{4}=\frac{9}{1}$

এবার লক্ষ করো, এই দুটি ক্ষেত্রে কীভাবে গুণ করা হচ্ছে।

$\frac{3}{4}$ করে 4 **বার** মানে $\frac{3x4}{4} = 3$

12-**র** $\frac{3}{4}$ মানে $\frac{12x3}{4} = 9$

দুটি ক্ষেত্রেই আমরা পূর্ণ সংখ্যা ও ভগ্নাংশের গুণ করা পাচ্ছি, ও গুণটিও হচ্ছে একই ভাবে—ভগ্নাংশের লবটিকে পূর্ণ সংখ্যাটি দিয়ে গুণ করা হচ্ছে। কিন্তু, এই দুটি ক্ষেত্রের অর্থের তফাতটি বিশেষ করে বুঝে রাখতে হবে—কখন আমরা পাব '....এর ... অংশ', আর কখন আমরা পাব '.... অংশ করে .... বার'।

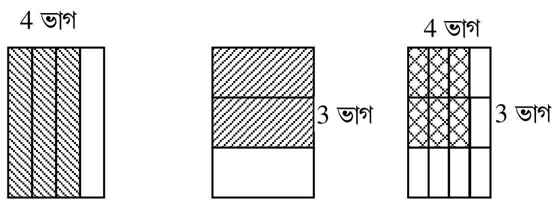
মনে রাখো: পূর্ণ সংখ্যা ও ভগ্নাংশকে গুণ করতে আমরা ভগ্নাংশের লবকে পূর্ণ সংখ্যাটি দিয়ে গুণ করি, হরটিকে একই রেখে, ও গুণফল হিসাবে যে ভগ্নাংশটি পাই তাকে লঘিষ্ঠ আকারে লিখি।

ভগ্নাংশকে ভগ্নাংশ দিয়ে গুণ করা

একটি ভগ্নাংশকে আর একটি ভগ্নাংশ দিয়ে গুণ করা ঘটবে যখন একটি ভগ্নাংশকে আমরা আর একটি ভগ্নাংশের অংশ হিসাবে বার করতে চাইব, যেমন ধরা যাক, $\frac{3}{4}$ -এর $\frac{2}{3}$ অংশ ।

এর অর্থ হল, প্রথমে চার ভাগ করে তার তিন ভাগ, $\frac{3}{4}$ নেওয়া হল, তারপর যা পেলাম তার থেকে আবার তিন ভাগের দুই ভাগ, $\frac{2}{3}$ নেওয়া হল। তাহলে আমরা ওই জিনিষটির কত অংশ পাব?

নিচের ছবি তিনটি দেখ। প্রথমটিতে চারভাগের তিন ভাগ ও দ্বিতীয়টিতে তিন ভাগের দুই ভাগ দেখানো হয়েছে। কিন্তু আমরা চাই, চার ভাগের তিন ভাগ-এর তিন ভাগের দুই ভাগ। এটা আমরা তৃতীয় ছবিটিতে পাই।



$\frac{3}{4}$ নেওয়া $\quad$ $\frac{2}{3}$ নেওয়া $\quad$ $\frac{3x2}{4x3}$ নেওয়া

এখানে দেখতে পাচ্ছি, $\frac{3}{4}$-এর $\frac{2}{3}$ বললে আমরা দুটি ভগ্নাংশের গুণ পাই—

$$\frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{3x2}{4x3} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

ওপরের তৃতীয় ছবিটি লক্ষ করো। পাশাপাশি চার ভাগ করা হয়েছে ও ওপর-নিচে তিন ভাগ করা হয়েছে। ফলে, মোট 12টি (3x4) ভাগ করা হয়েছে ও তার থেকে নেওয়া হয়েছে 6টি (3x2) ভাগ। তাই আমরা পেয়েছি $\frac{6}{12}$ বা $\frac{1}{2}$ ।

আর একটি উদাহরণ ভাবো। তোমাদের গাছ থেকে 20টি আম পাড়া হল। তার পাঁচ ভাগের তিন ভাগ তুমি পেলে। তুমি তার তিন ভাগের দুই ভাগ তোমার বোনকে দিলে। তোমার বোন কটা আম পেল?

এর উত্তর হবে 20টি আমের $\frac{3}{5}$ -এর $\frac{2}{3}$

বা $20 \times \frac{3}{5} \times \frac{2}{3} = 20 \times \frac{3x2}{5x3} = 20x \frac{6}{15} = 20x \frac{2}{5} =$ 8টি আম ।

আবার দেখো, এভাবেও করা যায় : তুমি পেলে 20টি আমের $\frac{3}{5} = 12$ টি আম। তাহলে বোন পেল 12টি আমের $\frac{2}{3} =$ 8টি আম।

মনে রাখো:

- একটি ভগ্নাংশকে আরেকটি ভগ্নাংশ দিয়ে গুণ করলে আমরা গুণফল হিসাবে একটি ভগ্নাংশ পাই, যার লব হল ভগ্নাংশ দুটির লবের গুণফল, আর হর হল ভগ্নাংশ দুটির হরের গুণফল।
- ভগ্নাংশ গুণ করার সময় আমরা লব ও হরগুলির কোনও সাধারণ গুণনীয়ক থাকলে তা দিয়ে ভাগ করে ভগ্নাংশটিকে লঘিষ্ঠ আকারে লিখব।

$$\frac{\cancel{20}^{4}}{\cancel{36}_{12}} \times \frac{\cancel{3}}{\cancel{5}} = \frac{\cancel{4}}{\cancel{12}_{3}} = \frac{1}{3}$$

- ভগ্নাংশ গুণ করার সময় কোনও মিশ্র ভগ্নাংশ থাকলে তাকে অপ্রকৃত ভগ্নাংশে রূপান্তরিত করে নিতে হবে। কিন্তু গুণফলটিতে অপ্রকৃত ভগ্নাংশে আসলে তাকে মিশ্র ভগ্নাংশের আকারে লিখতে হবে। উদাহরণ দেখো —

$$3\frac{3}{4} \times 2\frac{2}{5} = \frac{\cancel{15}^{3}}{\cancel{4}} \times \frac{\cancel{12}^{3}}{\cancel{5}} = 9$$

$$1\frac{3}{4} \times 3\frac{1}{5} = \frac{7}{\cancel{4}} \times \frac{\cancel{16}^{4}}{5} = \frac{28}{5} = 5\frac{3}{5}$$

9.2 বিপরীত ভগ্নাংশ ও সাধারণ ভগ্নাংশের ভাগ

বিপরীত ভগ্নাংশ

ভগ্নাংশ দিয়ে ভাগ করা বুঝতে আমাদের অন্যোনক বা বিপরীত ভগ্নাংশের (ইংরেজিতে রেসিপ্রোকাল ফ্র্যাক্শন্) ধারণাটি জেনে নিতে হবে। প্রত্যেক ভগ্নাংশেরই লব ও হর আছে। কোনও ভগ্নাংশকে উল্টে নিয়ে তার লবকে হর

ও হরকে লব করে লিখলে আমরা ভগ্নাংশটির বিপরীত ভগ্নাংশ পাই। উদাহরণ—

$\frac{3}{4}$ ভগ্নাংশটির লব 3 ও হর 4 । লব ও হর উল্টে নিয়ে লিখলে পাই, $\frac{3}{4}$ -এর বিপরীত ভগ্নাংশ $\frac{4}{3}$ । একই ভাবে $\frac{5}{7}$ -এর বিপরীত ভগ্নাংশ হল $\frac{7}{5}$ ও $\frac{8}{5}$ -এর বিপরীত ভগ্নাংশ হল $\frac{5}{8}$ ।

এবারে লক্ষ করো, কোনও ভগ্নাংশকে তার বিপরীত ভগ্নাংশ দিয়ে গুণ করলে আমরা গুণফল পাই 1, কারণ ভগ্নাংশের লবটি কাটাকাটি (নিজেকে দিয়েই ভাগ) হয়ে যায় বিপরীত ভগ্নাংশের হরের সাথে, এবং হরটি কাটাকাটি হয়ে যায় বিপরীত ভগ্নাংশের লবের সাথে ।

$\frac{3}{4} \times \frac{4}{3} = 1;$ $\qquad$ $\frac{8}{5} \times \frac{5}{8} = 1$

মনে রাখো: কোনও ভগ্নাংশ x তার বিপরীত ভগ্নাংশ = 1

সাধারণ ভগ্নাংশ দিয়ে ভাগ

আমরা আগে কোনও পূর্ণ সংখ্যাকে আরেকটি পূর্ণ সংখ্যা দিয়ে ভাগ করা শিখেছি। ভগ্নাংশ দিয়ে ভাগ করা বুঝতে সেই ভাগের ধারণাকেই আবার দেখে নেব।

আমরা জানি, 8-কে 4 দিয়ে ভাগ করলে পাই 2। এর অর্থ কী? এর অর্থ, 8 থেকে 4 করে নেওয়া যায় 2 বার, বা 8-কে 4 করে ভাগ করলে আমরা 2টি ভাগ পাই। মনে করো 8টি আম আছে। 4টি করে আম নিয়ে এক একজনকে দিলে 2 জনকে দেওয়া যায় (বা 4 জনকে আমগুলি ভাগ করে দিলে এক একজন 2টি করে আম পায়)। এই ভাবে আমরা বলতে পারি, 8টি আম থেকে 2টি করে দিলে 4 জনকে দেওয়া যাবে, 1টি করে দিলে 8 জনকে দেওয়া যাবে। তাহলে ভাবা যাক, $\frac{1}{2}$ টি করে আম দিলে কতজনকে দেওয়া যাবে? সহজেই বুঝতে পারি, উত্তর হল, 16 জনকে। অন্য ভাবে বলা যায়, 8 থেকে $\frac{1}{2}$ করে 16 বার নেওয়া যায়। তাই,

$\frac{8}{4} = 2;\ \frac{8}{2} = 4;\ \frac{8}{1} = 8;$ আর $\frac{8}{\frac{1}{2}} = 16$ ও এইভাবে, $\frac{9}{\frac{3}{4}} = 12$

দেখা গেল, কোনও সংখ্যাকে পূর্ণ সংখ্যা দিয়ে ভাগ করলে আমরা উত্তরে যে সংখ্যাটি পাই তা ভাজ্য সংখ্যাটির থেকে ছোট (বা 1 দিয়ে ভাগ করলে সমান হবে)। কিন্তু, প্রকৃত ভগ্নাংশ দিয়ে ভাগ করলে যা ছিল তার থেকে বেশি সংখ্যা পাব। ধরা যাক, 6টি কাঠি আছে। এগুলির 3টি করে এক এক ভাগে রাখলে

আমরা 2টি ভাগ পাব। কিন্তু 6টি কাঠির প্রত্যেক কাঠিকেই $\frac{1}{3}$ টুকরো করে ভাঙলে 18টি ভাগ পাব, কারণ এক একটি কাঠি থেকে 3টি করে টুকরো পাচ্ছি ও 6টি কাঠি থেকে 3x6 বা 18টি কাঠি পাচ্ছি। এইভাবে আমরা দেখতে পাচ্ছি—

$$\frac{8}{\frac{1}{2}} = \frac{8}{1} \times \frac{2}{1} = 16; \quad \frac{9}{\frac{3}{4}} = \frac{9}{1} \times \frac{4}{3} = 12; \quad \frac{6}{\frac{1}{3}} = \frac{6}{1} \times \frac{3}{1} = 18$$

ভগ্নাংশ দিয়ে ভাগ করার অর্থ হল প্রত্যেকটিকে আমরা ভগ্নাংশটির হরের সংখ্যাটিতে ভাঙছি, তাই আমরা হর দিয়ে গুণ করে মোট কটা অংশ হবে সেটা পাচ্ছি। এরপর ভগ্নাংশের লবটি বলছে এই মোট অংশগুলি থেকে কটা ভাগে ভাগ করা হবে । তাই এই মোট অংশকে লবটি দিয়ে ভাগ করতে হবে। যেমন আমরা ওপরে দেখছি $9 \div \frac{3}{4}$-এর মানে হল 9টির প্রত্যেকটিকে 4টি করে অংশে ভেঙে আমরা (9x4) বা 36টি অংশ পাই ও এই 36টি অংশ থেকে 3টি করে (বা 3টি ভাগে) আমরা 12টি করে অংশ পাই। এই কারণে ভগ্নাংশ দিয়ে ভাগ করা মানে বিপরীত ভগ্নাংশটি দিয়ে গুণ করা।

মনে রাখো: ভগ্নাংশ দিয়ে ভাগ করার মানে বিপরীত ভগ্নাংশটি দিয়ে গুণ করা।

ভগ্নাংশের ভাগের কয়েকটি উদাহরণ দেখো —

a. $\frac{3}{4} \div 6 = \frac{3}{4} \div \frac{6}{1} = \frac{3}{4} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{8}$ b. $1\frac{5}{9} \div 7 = \frac{14}{9} \div \frac{7}{1} = \frac{14}{9} \times \frac{1}{7} = \frac{2}{9}$

c. $21 \div 1\frac{1}{2} = \frac{21}{1} \div \frac{3}{2} = \frac{21}{1} \times \frac{2}{3} = 14$

d. $\dfrac{\frac{21}{50}}{\frac{42}{75}} = \frac{21}{50} \div \frac{42}{75} = \frac{21}{50} \times \frac{75}{42} = \frac{3}{4}$

e. তুমি গাছ থেকে আম পাড়লে। আমগুলির $\frac{1}{4}$ অংশ নিজের জন্য রেখে, বাকি আমগুলি দুই বোনকে সমান ভাগে ভাগ করে দিলে। এক একজন বোন আমগুলির কত অংশ পেল? এক একজন বোন 3টি করে আম পেলে মোট কটি আম তুমি পেড়েছিলে?

সমাধান : প্রথম প্রশ্নের উত্তর—

$\frac{1}{4}$ অংশ নিজের জন্য রাখলে বাকি থাকে $1 - \frac{1}{4} = \frac{4-1}{4} = \frac{3}{4}$ অংশ, যা তুমি দুই বোনকে দিলে। তাহলে এক একজন বোন পেল—

$$\frac{3}{4} \div 2 = \frac{3}{4} \div \frac{2}{1} = \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{8} \text{ অংশ।}$$

দ্বিতীয় প্রশ্নের উত্তর—

[আমরা আগে অজানা সংখ্যা দিয়ে খোলা গাণিতিক বাক্য শিখেছি ও দেখেছি কীভাবে খোলা গাণিতিক বাক্যের থেকে আমরা অজানা সংখ্যাটির মান বের করতে পারি। আমরা সেই পদ্ধতিটি এখানে ব্যবহার করব।]

মোট কটি আম পাড়া হয়েছিল, সেই সংখ্যাটি আমাদের অজানা। মনে করি এই অজানা সংখ্যাটি হল X । আমরা আগে পেয়েছি যে এক একজন বোন পায় মোট আমের $\frac{3}{8}$ অংশ, যার মান হল 3। তাহলে আমরা এই ক্ষেত্রে একটি খোলা গাণিতিক বাক্য লিখতে পারি—

$$X \text{ -এর } \frac{3}{8} \text{ অংশ} = 3\text{টি আম}$$

বা, $$X \times \frac{3}{8} = 3$$

আমরা আগে শিখেছি যে, সমান চিহ্ন বা তুলনা চিহ্নের বাঁদিক থেকে ডান দিকে অথবা ডানদিক থেকে বাঁদিকে কোনও রাশি বা সংখ্যাকে নিয়ে গেলে তার সামনের প্রক্রিয়া চিহ্ন (যোগ-বিয়োগ বা গুণ-ভাগ) উল্টে যায়। সেই নিয়মে $\frac{3}{8}$ -কে ডানদিকে নিয়ে আমরা লিখব—

$$X = 3 \div \frac{3}{8} = \frac{3}{1} \times \frac{8}{3} = 8 \text{ টি আম ।}$$

অনুশীলন 9.1 সাধারণ ভগ্নাংশের গুণ ও ভাগ

1. গুণফল বার করো

a. $\frac{2}{7} \times 21$ b. $27 \times \frac{4}{9}$ c. $\frac{5}{6} \times \frac{3}{7}$ d. $\frac{14}{36} \times 3\frac{3}{7}$

e. $\frac{3}{8} \times \frac{24}{36}$ f. $\frac{3}{8} \times \frac{2}{9} \times 24$ g. $\frac{3}{7} \times \frac{14}{27} \times \frac{36}{80}$ h. $8\frac{3}{4} \times 3\frac{1}{5} \times 6\frac{2}{8}$

2. ভাগফল বার করো

a. $5 \div \frac{5}{8}$ b. $\frac{7}{9} \div 14$ c. $4\frac{3}{8} \div 1\frac{3}{4}$ d. $\frac{24}{36} \div \frac{8}{9}$

e. $\frac{27}{56} \div \frac{9}{14}$ f. $\frac{17}{50} \div \frac{34}{75}$ g. $5 \div \frac{15}{16} \div \frac{2}{3}$ h. $\frac{22}{33} \div \frac{2}{11} \div \frac{2}{3}$

3. মান নির্ণয় করো

a. $\frac{3}{4}$ করে 8 বার b. $\frac{6}{14}$ করে 7 বার c. $\frac{6}{30}$ করে 10 বার

d. 10-এর $\frac{3}{5}$ e. $\frac{12}{15}$ -এর $\frac{5}{6}$ f. $8\frac{3}{4}$ -এর $2\frac{2}{5}$

4. সাত জন মিলে প্রত্যেকে $1\frac{3}{7}$ গ্লাস করে দুধ রাখল একটি কলসীতে। কলসীতে মোট কত গ্লাস দুধ আছে?
5. তোমার ভাইয়ের বয়েস তোমার বয়েসের $\frac{3}{4}$ অংশ। তোমার বয়েস 16 হলে, ভাইয়ের বয়েস কত?
6. বোনের বয়েস ভাইয়ের বয়েসের $\frac{2}{3}$ অংশ। বোনের বয়েস 8 হলে, ভাইয়ের বয়েস কত? [ভাইয়ের বয়েসকে অজানা সংখ্যা x ধর]
7. মনে করো ভাগফলকে 5 দিয়ে গুণ করলে আমরা ভাজক পাই। ভাগফল $\frac{12}{15}$ হলে, ভাজ্য কত? [ব্যবহার করো, ভাগফল ভাজক=ভাজ্য।]
8. কোনও একটি সংখ্যাকে $1\frac{5}{7}$ দিয়ে ভাগ করে ভাগফল পেলাম $2\frac{1}{3}$। সংখ্যাটি কত?
9. এমন একটি সংখ্যা বার কর যার 5 গুণ হল $\frac{5}{6}$-এর 12 গুণের সমান।
10. দুইটি সংখ্যার গুণফল $2\frac{2}{5}$। একটি সংখ্যা $1\frac{1}{5}$ হলে, অন্যটি কত?
11. কোন সংখ্যাকে 6 দিয়ে ভাগ করলে ভাগফল $\frac{2}{3}$ ও $\frac{1}{4}$-এর যোগফলের সমান হবে?
12. একটি বাঁশের $\frac{1}{8}$ অংশ কাদায়, $\frac{1}{4}$ অংশ জলে ও বাকি অংশ জলের ওপরে আছে। জলের ওপরের অংশের মাপ 5 হাত হলে কাদায় যে অংশটি আছে তার মাপ কত হাত?
13. একটি কলা বাগানের $\frac{5}{8}$ অংশে 1500টি কলা গাছ আছে। বাগানটির $\frac{1}{4}$ অংশে কটি কলা গাছ থাকতে পারে?
14. তোমার মা তোমাকে বই খাতা কেনার জন্য কিছু টাকা দিলেন। তুমি তার থেকে $\frac{1}{2}$ অংশ দিয়ে বই, $\frac{2}{7}$ অংশ দিয়ে খাতা আর $\frac{1}{8}$ অংশ দিয়ে কলম কিনে দেখলে তোমার কাছে 10 টাকা অবশিষ্ট আছে। মা তোমাকে কত টাকা দিয়েছিলেন?
15. অঙ্ক পরীক্ষায় রাজু পেল মোট নম্বরের $\frac{3}{4}$ অংশ আর সঞ্জয় পেল মোট নম্বরের $\frac{3}{5}$ অংশ। রাজু সঞ্জয়ের থেকে 12 নম্বর বেশি পেলে বার করো, পরীক্ষার মোট নম্বর কত ছিল ও কে কত নম্বর পেয়েছিল।
16. একটি বাঁদর বাঁশ বেয়ে ওঠার সময় প্রতিবার ওঠে বাঁশটির $\frac{5}{8}$ অংশ ও তারপরেই পিছলে নেমে আসে বাঁশটির $\frac{5}{12}$ অংশ। বাঁশটি 10 হাত লম্বা হলে কত বারের চেষ্টায় বাঁদরটি বাঁশটির মাথায় উঠতে পারবে?
17. বাবার কাছে কিছু টাকা ছিল। বাবা তার $\frac{1}{3}$ অংশ খরচ করে একটি ঘড়ি কিনলেন। তারপর, যা খরচ হল ঘড়ি কিনতে, তার $\frac{1}{2}$ অংশ দিয়ে একটি

রেডিও কিনলেন। এরপর যা টাকা রইল তা তোমাদের দুই ভাইকে সমানভাবে ভাগ করে দিলেন। তুমি 120 টাকা পেলে। বাবার কাছে মোট কত টাকা ছিল বল। [12 থেকে 17 নম্বর অঙ্ক সমাধানের জন্য বইয়ের শেষ পাতা দেখো।   ]

উত্তর 9.1

	a.	b.	c.	d.	e.	f.	g.	h.
1.	6	12	5/14	4/3	1/4	2	1/10	175
2.	8	1/18	5/2	3/4	3/4	3/4	8	11/2
3.	6	3	2	6	2/3	21		

4.	10 গ্লাস	5.	12	6.	12	7.	48/15
8.	4	9.	2	10.	2	11.	11/2
12.	1 হাত	13.	600	14.	112	15.	80, 60, 48
16.	48বার	17.	480 টাকা				

9.3 দশমিক ভগ্নাংশের গুণ ও ভাগ

দশমিক ভগ্নাংশের গুণ ও ভাগ বুঝতে প্রথমে দেখো কোনও দশমিক ভগ্নাংশকে 10, 100, 1000, 10000, ইত্যাদি দিয়ে গুণ ও ভাগ করলে কী পাও।

দশমিক ভগ্নাংশকে 10, 100, 1000, 10000, ইত্যাদি দিয়ে গুণ

আমরা কয়েকটি উদাহরণ দিয়ে এই গুণগুলিকে বুঝব।

a. 0.57-কে 10 দিয়ে গুণ করা

$$0.57 \times 10 = \frac{57}{10\cancel{0}} \times 1\cancel{0} = \frac{57}{10} = 5.7$$

b. 0.063-কে 10 দিয়ে গুণ করা

$$0.063 \times 10 = \frac{63}{100\cancel{0}} \times 1\cancel{0} = \frac{63}{100} = 0.63$$

c. 0.007-কে 10 দিয়ে গুণ করা

$$0.007 \times 10 = \frac{7}{100\cancel{0}} \times 1\cancel{0} = \frac{7}{100} = 0.07$$

লক্ষ করো: কোনও দশমিক ভগ্নাংশকে <u>10 দিয়ে গুণ</u> করলে আমরা দশমিক বিন্দুটিকে **ডানদিকে এক ঘর** সরিয়ে লিখব।

d. 0.57-কে 100 দিয়ে গুণ করা

$$0.57 \times 100 = \frac{57}{1\cancel{00}} \times 1\cancel{00} = \frac{57}{1} = 57.0$$

e. 0.063-কে 100 দিয়ে গুণ করা

$$0.063 \times 100 = \frac{63}{10\cancel{00}} \times 1\cancel{00} = \frac{63}{10} = 6.3$$

f. 0.007-কে 100 দিয়ে গুণ করা

$$0.007 \times 100 = \frac{7}{10\cancel{00}} \times 1\cancel{00} = \frac{7}{10} = 0.7$$

লক্ষ করো: কোনও দশমিক ভগ্নাংশকে 100 দিয়ে গুণ করলে আমরা দশমিক বিন্দুটিকে **ডানদিকে দুই ঘর** সরিয়ে লিখব।

g. 0.57-কে 1000 দিয়ে গুণ করা

$$0.57 \times 1000 = \frac{57}{1\cancel{00}} \times 10\cancel{00} = \frac{570}{1} = 570.0$$

h. 0.063-কে 1000 দিয়ে গুণ করা

$$0.063 \times 1000 = \frac{63}{1\cancel{000}} \times 1\cancel{000} = \frac{63}{1} = 63.0$$

i. 0.007-কে 1000 দিয়ে গুণ করা

$$0.007 \times 1000 = \frac{7}{1\cancel{000}} \times 1\cancel{000} = \frac{7}{1} = 7.0$$

লক্ষ করো: কোনও দশমিক ভগ্নাংশকে 1000 দিয়ে গুণ করলে আমরা দশমিক বিন্দুটিকে **ডানদিকে তিন ঘর** সরিয়ে লিখব।

দশমিক ভগ্নাংশকে 10,100, 1000, 10000, ইত্যাদি দিয়ে ভাগ

আমরা আগে দশমিক ভগ্নাংশ শিখেছি—

$$7 \div 10 = \frac{7}{10} = 0.7$$

$$7 \div 100 = \frac{7}{100} = 0.07$$

$$7 \div 1000 = \frac{7}{1000} = 0.007$$

অর্থাৎ, 10 দিয়ে ভাগ করলে দশমিক বিন্দু **বাঁদিকে এক ঘর** সরছে;
100 দিয়ে ভাগ করলে দশমিক বিন্দু **বাঁদিকে দুই ঘর** সরছে;
1000 দিয়ে ভাগ করলে দশমিক বিন্দু **বাঁদিকে তিন ঘর** সরছে।

আমরা কয়েকটি উদাহরণ দিয়ে এই ভাগগুলিকে বুঝব।

a. 0.57-কে 10 দিয়ে ভাগ করা

$$0.57 \div 10 = \frac{57}{10} \div \frac{10}{1} = \frac{57}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{57}{1000} = 0.057$$

b. 0.063-কে 100 দিয়ে ভাগ করা

$$0.063 \div 100 = \frac{63}{1000} \div \frac{100}{1} = \frac{63}{1000} \times \frac{1}{100} = \frac{63}{100000} = 0.00063$$

c. 5.7-কে 1000 দিয়ে ভাগ করা

$$5.7 \div 1000 = \frac{57}{10} \div \frac{1000}{1} = \frac{57}{10} \times \frac{1}{1000} = \frac{57}{10000} = 0.0057$$

অনুশীলন 9.2 দশমিক ভগ্নাংশের গুণ ও ভাগ —10, 100, 1000 দিয়ে

1. গুণফলটি পাশে লেখো

	10 দিয়ে গুণ		100 দিয়ে গুণ		1000 দিয়ে গুণ
0.7		0.89		0.789	
0.24		0.475		2.4578	
2.37		36.24		7.0589	

2. ভাগফলটি পাশে লেখো

	10 দিয়ে ভাগ		100 দিয়ে ভাগ		1000 দিয়ে ভাগ
26.45		78.23		23.457	
7.95		1.008		4567.23	
721.45		4511.01		0.4178	

দশমিক ভগ্নাংশ ও পূর্ণ সংখ্যার গুণ

আমরা জানি কোনও সংখ্যা দিয়ে গুণ করার মানে হল সংখ্যাটি যত, ঠিক ততবার যোগ করা। তাই 0.2 x 4-এর মানে হল 0.2-কে 4 বার যোগ করা। তাই এখানে আমরা লিখতে পারি—

$$0.2 \times 4 = 0.2 + 0.2 + 0.2 + 0.2 = 0.8$$

আমরা আরও জানি যে যেকোনও গুণে গুণ্য ও গুণককে উল্টে নিলেও গুণফলটি একই থাকে। অর্থাৎ, 0.2 x 4 আর 4 x 0.2 হল একই। তাই, বোঝার সুবিধার জন্য কোনও দশমিক ভগ্নাংশ ও পূর্ণ সংখ্যার গুণের সময় আমরা পূর্ণ সংখ্যাটিকে গুণক হিসাবে ধরে নেব।

$$4 \times 0.2 = 0.2 \times 4 = 0.2 + 0.2 + 0.2 + 0.2 = 0.8$$

ওপরের উদাহরণে দশমিক ভগ্নাংশটি দশমাংশে আছে (দশমিক বিন্দুর পরে একটি সংখ্যা) ও গুণফলটিও আমরা পেয়েছি দশমাংশে।

আর একটি গুণ দেখা যাক— $0.3 \times 4 = 0.3 + 0.3 + 0.3 + 0.3 = 1.2$

সাধারণ ভগ্নাংশে এই গুণটিকে লেখা যায়—

$$0.3 \times 4 = \frac{3}{10} + \frac{3}{10} + \frac{3}{10} + \frac{3}{10} = \frac{3+3+3+3}{10} = \frac{12}{10} = 1.2$$

একই ভাবে আমরা পাই—

$$0.12 \times 3 = \frac{12}{100} + \frac{12}{100} + \frac{12}{100} = \frac{12+12+12}{100} = \frac{36}{100} = 0.36$$

$$0.45 \times 3 = \frac{45}{100} + \frac{45}{100} + \frac{45}{100} = \frac{45+45+45}{100} = \frac{135}{100} = 1.35$$

লক্ষ করো: দশমিক ভগ্নাংশটিতে দশমিক বিন্দুর ডানদিকে (বা পরে) যতগুলি অঙ্ক আছে, গুণফলটির ডানদিক (বা শেষ) থেকে ঠিক ততগুলি অঙ্কের আগে দশমিক বিন্দুটি বসছে। সুতরাং, একটি পূর্ণ সংখ্যা ও দশমিক ভগ্নাংশের গুণ করব প্রথমে সাধারণ গুণের মতোই, দশমিক সংখ্যাটির দশমিক বিন্দুটিকে উহ্য রেখে (বা না ধরে) একটি পূর্ণ সংখ্যা হিসাবে ধরে নিয়ে, ও শেষে গুণফলটিতে দশমিক বিন্দুটি এই নিয়মটি অনুযায়ী বসিয়ে নেব।

উদাহরণ: গুণ করো 12 x 2.125

```
  2 1 2 5
x     1 2
---------
  4 2 5 0
2 1 2 5 x
---------
2 5 5 0 0
```

সুতরাং, 12 x 2.125 = 25.500 = 25.5

লক্ষ করো: দশমিক সংখ্যাটিতে দশমিক বিন্দুর পরে তিনটি অঙ্ক আছে। তাই গুণফলটির শেষ তিনটি অঙ্কের আগে আমরা দশমিক বিন্দু বসিয়েছি। তারপরে দশমিক বিন্দুর পরে শেষ দুটি অঙ্ক শূন্য হওয়ার ফলে কেটে দিয়েছি।

দশমিক ভগ্নাংশকে দশমিক ভগ্নাংশ দিয়ে গুণ

গুণগুলি একই ভাবে হবে। যেহেতু এখানে গুণ্য ও গুণক, দুটিই হল দশমিক ভগ্নাংশ, তাই দশমিক বিন্দুটি উহ্য রেখে দুটি পূর্ণ সংখ্যা হিসাবে গুণটি করে নিতে হবে, ও শেষে গুণফলটিতে দশমিক বিন্দুটি বসিয়ে নিতে হবে, গুণ্য ও গুণকে দশমিক বিন্দুর পরে মোট যতগুলি অঙ্ক ছিল সেই অনুযায়ী।

উদাহরণ: গুণ করো 0.72 x 0.25

```
    7 2
x   2 5
-------
  3 6 0
1 4 4 x
-------
1 8 0 0
```

সুতরাং, 0.72 x 0.25 = 0.1800 = 0.18

এখানে দশমিক বিন্দুর পরে গুণ্য ও গুণকে দুটি করে মোট চারটি অঙ্ক আছে। তাই গুণফলেও আমরা দশমিক বিন্দুর পরে চারটি অঙ্ক রেখেছি।

উদাহরণ: $0.12 \times 0.3 = \frac{12}{100} \times \frac{3}{10} = \frac{12 \times 3}{100 \times 10} = \frac{36}{1000} = 0.036$

লক্ষ করো: এখানে দশমিক বিন্দুর পরে গুণ্যে আছে দুটি ও গুণকে আছে একটি, মোট তিনটি অঙ্ক। তাই গুণফলেও আমরা দশমিক বিন্দুর পরে তিনটি অঙ্ক রাখব। এখানে যেহেতু পূর্ণ সংখ্যা হিসাবে গুণটি করে আমরা মাত্র দুটি অঙ্কে 36 পেয়েছি, তাই দশমিক বিন্দুর পরে তিনটি অঙ্ক রাখতে আমরা দশমিক বিন্দুর পরেই একটি শূন্য বসিয়ে নিয়েছি।

উদাহরণ: $0.02 \times 0.03 = \frac{2}{100} \times \frac{3}{100} = \frac{2 \times 3}{100 \times 100} = \frac{6}{10000} = 0.0006$

এখানে দশমিক বিন্দুর পরে গুণ্যে ও গুণকে দুটি করে, মোট চারটি অঙ্ক আছে। তাই গুণফলেও আমরা দশমিক বিন্দুর পরে চারটি অঙ্ক রেখেছি, দশমিক বিন্দুর পরেই তিনটি শূন্য বসিয়ে নিয়ে।

এই গুণগুলিকে আমরা এভাবেও বুঝতে পারি—

$0.12 \times 0.3 = (12 \times 0.01) \times (3 \times 0.1) = 36 \times 0.001 = 0.036$

$0.02 \times 0.03 = (2 \times 0.01) \times (3 \times 0.01) = 6 \times 0.0001 = 0.0006$

মনে রাখো: দশমিক ভগ্নাংশের গুণে প্রথমে গুণটি করতে হবে দশমিক বিন্দুকে উহ্য রেখে পূর্ণ সংখ্যার সাধারণ গুণ হিসাবে, ও তারপর গুণফলে দশমিক বিন্দু বসাতে হবে এমনভাবে যাতে গুণ্য ও গুণকে দশমিক বিন্দুর পরে মোট যতগুলি অঙ্ক ছিল, গুণফলেও যেন তাই থাকে। এর জন্য প্রয়োজন হলে গুণফলে দশমিক বিন্দুর পরে এক বা একাধিক শূন্য বসাতে হতে পারে।

অনুশীলন 9.3 দশমিক ভগ্নাংশের গুণ

	a.	b.	c.	d.
1.	21 x 0.31	3.56 x 18	5 x 8.05	5.05 x 12
2.	23 x 3.353	22.22 x 1.1	0.25 x 0.25	125.05 x 1000
3.	4 x 0.4 x 0.04 x 0.004 x 4000			
4.	30 x 0.3 x 0.03 x 0.003 x 300			
5.	1200 x 0.2 x 0.012 x 0.002 x 0. 1			

উত্তর 9.3

	a.	b.	c.	d.
1.	6.51	64.08	40.25	6.06
2.	77.119	24.442	0.0625	125050

3. 1.024 4. 0.243 5. 0.000576

দশমিক ভগ্নাংশকে পূর্ণ সংখ্যা দিয়ে ভাগ

ধরা যাক একটি দশমিক ভগ্নাংশ হল 45.6। একে আমরা 6 দিয়ে ভাগ করতে চাই। সাধারণ ভগ্নাংশের ভাগ হিসাবে আমরা লিখতে পারি—

$$45.6 \div 6 = \frac{456}{10} \div \frac{6}{1} = \frac{456}{10} \times \frac{1}{6} = \frac{76}{10} = 7.6$$

এই ভাগটিকে সাধারণ ভাগ করার মতো করে কীভাবে লেখা হবে দেখা যাক—

```
6 | 45.6 | 7.6
    42
     36
     36
      0
```

নিয়ম 1. ভাগ করতে যখনই ভাজ্যের দশমিক বিন্দুর পরের অঙ্কটি নেওয়া হয় তখনই ভাগফলে দশমিক বিন্দু বসাতে হয়।

ওপরের এই ভাগটি দ্বিতীয় ধাপে শেষ হয়েছে, ভাগশেষ শূন্য হয়ে যাওয়ার ফলে। কিন্তু অন্য রকমও হতে পারে। উদাহরণ—

$$42.012 \div 6$$

এই ভাগটি আগের মতোই করা হবে। কিন্তু এখানে আরও কয়েক ধাপ আসবে।

```
6 | 42.012 | 7.002
    42
     0012
       12
        0
```

এখানে ভাগফলে দশমিক বিন্দু দিয়ে ভাজ্যের দশমিকের পরের অঙ্কটি, 0 নামিয়েছি। কিন্তু তাও তো ভাগ যায় না। তাই ভাগফলে শূন্য দিয়ে ভাজ্যের পরের অঙ্কটি, 1 নামিয়েছি। তাহলেও 6 দিয়ে ভাগ করা যায় না। তাই আবার শূন্য দিয়ে তারপরের অঙ্ক, 2 নামিয়েছি ও 12-কে 6 দিয়ে ভাগ করে ভাগফলে 2 লিখেছি।

তাই আমরা আরেকটা নিয়ম পেলাম। এই দ্বিতীয় নিয়মটিতে দেখি যে, ভাগ করার সময় ভাজ্যের দশমিক বিন্দুর পরের অঙ্ক নামিয়েও কোনও ধাপে ভাগ করা না গেলে (ভাজকের থেকে অবশিষ্ট ছোট হলে) আমরা অবশিষ্টের শেষে ও ভাগফলে একটি শূন্য বসিয়ে নিই ও এইভাবে ভাগটি করে চলি যতক্ষণ পর্যন্ত ভাগটি মিলে গিয়ে নিঃশেষ না হয়। এই ধরনের ভাগের একটি উদাহরণ—

নিয়ম 2. ভাগ করার সময় কোনও ধাপে ভাজ্যের দশমিক বিন্দুর পরের অঙ্ক নামিয়েও ভাগ করা না গেলে অবশিষ্টের পরে ও ভাগফলে একটি করে শূন্য বসিয়ে নিয়ে ভাগ করব ও এই ভাবে ভাগটি করে চলব যতক্ষণ না ভাগটি মিলে যায়।

$$
\begin{array}{r|l|l}
16 & 38.5 & 2.40625 \\
 & \underline{32} & \\
 & \;\;65 & \\
 & \;\;\underline{64} & \\
 & \;\;\;100 & \\
 & \;\;\;\underline{\;\;96} & \\
 & \;\;\;\;\;40 & \\
 & \;\;\;\;\;\underline{32} & \\
 & \;\;\;\;\;\;80 & \\
 & \;\;\;\;\;\;\underline{80} & \\
 & \;\;\;\;\;\;\;0 &
\end{array}
$$

ওপরের ভাগটিতে দেখ, প্রথম ধাপে ভাগ করে 6 অবশিষ্ট পেয়েছি ও আমরা ভাগফলে দশমিক বিন্দু দিয়ে 5 নামিয়েছি। দ্বিতীয় ধাপে 65-কে 16 দিয়ে ভাগ করে ভাগফলে 4 লিখেছি ও অবশিষ্ট পেয়েছি 1। যেহেতু, ভাগ করা যাচ্ছে না তাই আমরা দ্বিতীয় নিয়মটি অনুসারে 1-এর পাশে শূন্য লিখে 10 পেয়েছি।

মনে রাখো, দশমিক বিন্দুর পরের অংশের শেষে আমরা 0 ভেবে নিতে পারি, কারণ এতে মান পাল্টায় না। তাই ভাগফলে দশমিক বিন্দু দিয়ে নিয়ে দশমিক বিন্দুর পরের অংশের ভাগের সময় প্রয়োজন মতো 0 নামাতে পারি।

তাও ভাগ করা যাচ্ছে না বলে ভাগফলে শূন্য দিয়ে অবশিষ্টের পরে আরেকটি শূন্য দিয়ে 100 পেয়েছি। এবার 16 দিয়ে ভাগ করে ভাগফলে 6 লিখেছি ও এই ধাপে অবশিষ্ট পেয়েছি 4। অবশিষ্ট রয়ে গেল বলে ভাগটি আমাদের করে যেতে হবে। তাই দ্বিতীয় নিয়মটি অনুসারে অবশিষ্ট 4-এর পাশে শূন্য বসিয়ে 40 পেয়েছি ও 16 দিয়ে ভাগ করে ভাগফলে 2 লিখেছি। এই ধাপে অবশিষ্ট হল 8। তাই আবার শূন্য বসিয়ে 80 পেয়েছি ও 16 দিয়ে ভাগ করে ভাগফলে 5 লিখেছি। এরপর আর অবশিষ্ট থাকেনি।

মনে রাখো: দশমিক ভগ্নাংশের ভাগ করার সময় কোনও কোনও ক্ষেত্রে ভাগটি ক্রমাগত চলতেই থাকে, নিঃশেষ হয় না, কারণ একই অবশিষ্ট থেকেই যায় ও ভাগফলে একই সংখ্যা আসতে থাকে। এই বিশেষ ক্ষেত্রে আমরা যে ধরনের ভাগফল পাই, তাকে আবৃত্ত বা পৌনঃপুনিক দশমিক (ইংরেজিতে রেকারিং ডেসিম্যাল্) বলা হয়, যা আমরা পরে শিখব। উদাহরণ হল, $10 \div 3$, $8 \div 14$।

পূর্ণ সংখ্যাকে দশমিক ভগ্নাংশ দিয়ে ভাগ

দশমিক ভগ্নাংশের ভাগ করার সময় ভাজকটি দশমিক ভগ্নাংশের হলে সাধারণ পদ্ধতিতে ভাগ করা কঠিন হয়ে পড়ে। তাই আমরা ভাজককে পূর্ণ সংখ্যায় রূপান্তরিত করে নিই, প্রয়োজন মতো 10, 100, 1000 ইত্যাদি দিয়ে গুণ করে নিয়ে। সেই কারণে ভাজ্যকেও আমাদের একই ভাবে গুণ করে নিতে হয়। ভাজককে এইভাবে গুণ করে নেওয়ার অর্থ হল দশমিক বিন্দুটিকে ডান দিকে সরিয়ে লেখা। যেহেতু ভাজক ও ভাজ্যকে আমরা একই ভাবে গুণ করে নিচ্ছি, তাই ভাগটি একই থাকে।

লক্ষ করো, $27 \div 0.9 = 27 \div \frac{9}{10} = (\frac{27}{1} \times 10) \div (\frac{9}{10} \times 10) = 270 \div 9 = 30$

উদাহরণ: $64 \div 2.5$

$64 \div 2.5$
$= 64 \times 10 \div 2.5 \times 10$
$= 640 \div 25$
$= 25.6$

```
25 |640| 25.6
    50
     140
     125
      150
      150
        0
```

উদাহরণ: $68 \div 4.25$

লক্ষ করো, ভাজকের দশমিক বিন্দু ডান ধারে সরানো হয়েছে এমন ভাবে যাতে ভাজক একটি পূর্ণ সংখ্যা হয়ে যায়। ভাজকের দশমিক বিন্দু ডান দিকে যতগুলি ঘর সরাতে হয়েছে, ভাজ্যের শেষে ঠিক ততগুলি শূন্য বসানো হয়েছে।

```
425 |6800| 16
     425
     2550
     2550
        0
```

মনে রাখো: দশমিক ভগ্নাংশ দিয়ে ভাগ করার সময় ভাজকের দশমিক বিন্দু ডান ধারে সরানো হয়েছে এমন ভাবে যাতে ভাজক একটি পূর্ণ সংখ্যা হয়ে যায়। ভাজকের দশমিক বিন্দু ডান দিকে যতগুলি ঘর সরাতে হয়েছে, ভাজ্যের শেষে ঠিক ততগুলি শূন্য বসানো হয়েছে।

দশমিক ভগ্নাংশকে দিয়ে দশমিক ভগ্নাংশ ভাগ

এই ধরনের ভাগও একই নিয়মে করা হবে। ভাজকের দশমিক বিন্দুকে ডান ধারে সরাতে হবে, যাতে ভাজকটি একটি পূর্ণ সংখ্যা হয়ে যায়। ভাজকের দশমিক বিন্দু ডান দিকে যত ঘর সরানো হল, ভাজ্যের দশমিক বিন্দুও ঠিক তত ঘর ডান দিকে সরাতে হবে, প্রয়োজন হলে শেষে শূন্য বসিয়ে।

এই ধরনের ভাগের নিয়মটির কয়েকটি উদাহরণ—

31.2 ÷1.2	এখানে ভাগ করতে হবে 312-কে 12 দিয়ে
3.12 ÷ 1.2	এখানে ভাগ করতে হবে 31.2-কে 12 দিয়ে
31.2 ÷ 0.12	এখানে ভাগ করতে হবে 3120-কে 12 দিয়ে

অনুশীলন 9.4 দশমিক ভগ্নাংশের ভাগ

	a.	b.	c.
1.	24.56÷4	4872.88÷8	3.333÷11
2.	632÷1.6	456÷1.2	63÷0.07
3.	33÷0.003	420÷7.5	42÷0.075
4.	5.75÷2.3	6.75÷2.5	43.2÷0.16
4.	0.00064÷0.8	0.007÷0.035	65.34÷0.0027

উত্তর 9.4

	a.	b.	c.
1.	6.14	609.11	0.303
2.	395	380	900
3.	11000	56	560
4.	2.5	2.7	270
4.	0.0008	0.2	24200

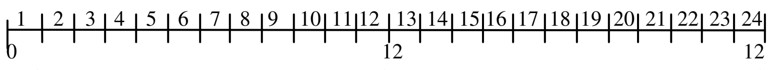
পাঠ 10. সময়ের পরিমাপ

10.1 একটা দিনের সময় মাপা

আমরা প্রতিদিন দেখি সকাল হয়, দুপুর গড়িয়ে বিকেল আসে, সন্ধ্যা নামে ও রাত হয়। তারপর আবার পরের দিন আসে। এই ভাবে সময় বয়ে চলে। সূর্যোদয় থেকে সূর্যাস্ত—এক একটা দিনের বিভিন্ন অংশকে আমরা নাম দিই এই ভাবে—পূবের আকাশে সূর্যোদয় হওয়ার কিছুটা আগে থেকেই দিনের আলো ফোটে, সেই সময়টাকে বলি ভোর। তারপর সূর্যোদয়ের পর থেকে রোদ চড়া হওয়া ও মাঝ আকাশে সূর্য আসা (মধ্যাহ্ন) পর্যন্ত সময়টাকে বলি সকাল। এরপর চড়া রোদ থাকে (আকাশ মেঘলা না হলে) ও সূর্য ক্রমশ পশ্চিম দিকে যেতে থাকে। এই সময়টা হল দুপুর। তারপর সূর্য পশ্চিম আকাশে চলে এলে রোদের তেজ কমে আসে, আমরা বলি বিকেল হল। বিকেল থাকে সূর্যাস্ত হওয়ার আগে পর্যন্ত। সূর্যাস্তের পরে কিছুটা সময় আলো-আধাঁরি থাকে, আমরা বলি সন্ধ্যা হল। এরপর অন্ধকার ঘন হতে থাকে। পরের দিনে ভোরের আলো ফোটা পর্যন্ত এই সময়টা হল রাত।

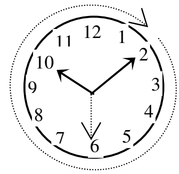
আমরা এক একটা দিনের অংশকে নাম দিলেও এই ভাবে সময়কে নির্দিষ্ট করে মাপতে পারি না। একটা দিনের সময়কে মাপার জন্য আমরা পরিমাপ হিসাবে ব্যবহার করি ঘন্টা, মিনিট, সেকেন্ড। এই পরিমাপটি আমরা শিখব।

একটা দিনের সময়কে আমরা ধরি 24 ঘন্টা (ইংরেজিতে আওয়ার্), যাকে দুটি সমান ভাগে ভাগ করে পাই, মধ্যরাত থেকে মধ্যাহ্ন বা মধ্যদিন হল 12 ঘন্টা ও মধ্যাহ্ন থেকে মধ্যরাত পর্যন্ত হল আরো 12 ঘন্টা।



সময়ের স্রোতে একটা দিনের পরে আর একটা দিন আসে। মধ্যরাতকে 0 ধরে দিনের সময় মাপা শুরু হয়, এক, দুই, তিন.....ঘন্টা করে (বাংলা মতে সূর্যোদয় থেকে দিন শুরু হয়)। 12 ঘন্টা পরে মধ্যাহ্ন আসে, যাকে আমরা বলি বেলা বারোটা, ও তারপর আরো 12 ঘন্টা (বা দিনের শুরু থেকে মোট 24 ঘন্টা) পার হয়ে আসে আবার মধ্যরাত—একটি দিনের শেষ ও পরের দিনের শুরু ।

10.2 ঘড়ি দেখা ও সময় বলা ও লেখা



ঘড়ি (ইংরেজিতে বলে ক্লক) হল একটি দিনের সময় নির্দেশ করার যন্ত্র। সাধারণ ঘড়িতে 12টি ঘন্টা দেখানো থাকে চক্রাকারে, আর সময় নির্দেশ করার তিনটি কাঁটা থাকে, যেগুলি চক্রকারে ঘোরে ঘড়ির বাঁদিক থেকে ডানদিকে, মানে যেদিকে ঘুরলে কাঁটা যায় সংখ্যা 1 থেকে 12 পর্যন্ত । এই ভাবে চক্রাকারে ঘোরাকে ইংরেজিতে বলে ক্লক-ওয়াইস্ মোশন্। এবারে লক্ষ করো কাঁটাগুলি। দুটি মূল কাঁটার একটি ছোট, যা ঘন্টাকে নির্দেশ করে ও অন্যটি বড়, যা মিনিট বোঝায়। তৃতীয় কাঁটাটি ক্ষীণকায় হয় (অনেক ঘড়িতে দেওয়া থাকে না), যা সেকেন্ড মাপে। এছাড়া আরেক রকমের ঘড়ি আজকাল চালু হয়েছে (ডিজিটাল ক্লক)। এতে কাঁটা থাকে না। সময় দেখানো হয় সংখ্যা দিয়ে। একে আঙ্কিক (ইংরেজিতে বলে ডিজিটাল) ঘড়ি। মোবাইল ফোনে এরকম ঘড়ি দেখা যায়।

ঘড়িতে কীভাবে সময় দেখানো হয় বুঝতে আমাদের জানতে হবে ঘন্টা, মিনিট ও সেকেন্ডের পরিমাপটি। একটা দিনকে 24টি ঘন্টায় ভাগ করে এক একটি ঘন্টাকে আমরা আবার 12টি ভাগ করে এক এক ভাগে 5টি করে মিনিট ধরি। তাহলে এক ঘন্টায় থাকে 60 (12x5) মিনিট। আবার এক একটি মিনিটকে আমরা 12টি ভাগ করে এক এক ভাগে 5টি করে সেকেন্ড ধরি। তাহলে এক মিনিটে থাকে 60 (12x5) সেকেন্ড।

মনে রাখো:	1 দিন	=	24 ঘন্টা
	1 ঘন্টা	=	60 মিনিট
	1 মিনিট	=	60 সেকেন্ড

1টি ঘন্টাকে 12টি ভাগ করে প্রতি ভাগে 5টি করে মিনিট ও 1টি মিনিটকে 12টি ভাগ করে প্রতি ভাগে 5টি করে সেকেন্ড দেখানোর জন্য ঘড়ির বৃত্তটিকে 12টি ঘরে ভাগ করে প্রতিটি ঘরে 5টি করে বিন্দু (মোট 60টি বিন্দু) থাকে।

এবার আমরা দেখব ঘড়ির তিনটি কাঁটা দিয়ে কীভাবে একটি দিনের সময় মাপা যায়। আমরা জানি যে একটি দিনের শেষ হল আর একটি দিনের শুরু। ঘড়িতে 12 লেখা বিন্দুটিকে আমরা একটি দিনের শেষ ও পরের দিনটির শুরু হিসাবে ধরব। কোনও রাতে ঘড়ির তিনটি কাঁটাই একসাথে 12 লেখা বিন্দুটিতে

থাকলে আমরা ধরব ওই দিনটির সময় হল 24 ঘন্টা (মানে শেষ) ও পরের দিনটির সময় হল 0 (মানে শুরু)। একটি দিনের শুরুর পরে তিনটি কাঁটাই অবশ্য একসাথে 12 বিন্দুটিতে আবার একবার আসবে দিনের বেলায়, ঠিক 12 ঘন্টা পরে।

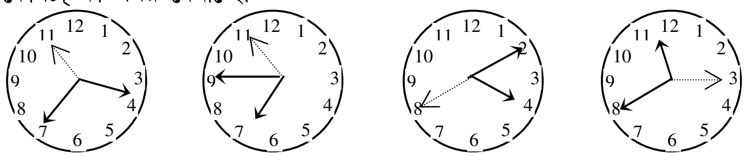
একটি দিনের শুরু, অর্থাৎ 12 লেখা বিন্দুটিকে 0 ধরে আমরা দেখব সেকেন্ডের কাঁটাটি ঘুরে চলেছে ও এক এক করে পাঁচটি বিন্দুর ঘরগুলি পার হচ্ছে। তাই সেকেন্ডের কাঁটাটি 3 লেখা বিন্দুটিতে আসলে বলব 15 (3x5) সেকেন্ড, 7 লেখা বিন্দুটিতে আসলে বলব 35 (7x5) সেকেন্ড হয়েছে। এই ভাবে সেকেন্ডের কাঁটাটি আবার 12 লেখা বিন্দুটিতে আসলে বলব 60 (12x5) সেকেন্ড বা 1 মিনিট হয়েছে। এর ফলে মিনিটের কাঁটাটি এক বিন্দু সরে আসে, বোঝা যায় 1 মিনিট পার হয়েছে। এই ভাবে সেকেন্ডের কাঁটাটি 15 বার পুরো বৃত্তটি ঘুরলে 15 মিনিট পার হয়, ফলে মিনিটের কাঁটাটি 3 লেখা বিন্দুটির ওপর আসে। তাহলে আমরা বুঝলাম — মিনিটের কাঁটাটি 4 লেখা বিন্দুটিতে আসলে 20 (4x5) মিনিট, 9 লেখা বিন্দুটিতে আসলে 45 (9x5) মিনিট পার হয়েছে। একই ভাবে মিনিটের কাঁটাটি 12 লেখা বিন্দুটিতে আসলে বলব 60 (12x5) মিনিট বা 1 ঘন্টা পার হয়েছে। এর ফলে ঘন্টার কাঁটাটি এক ঘর সরে, বোঝা যায় 1 ঘন্টা পার হয়েছে।

এই ভাবে মিনিটের কাঁটাটি ঠিক 7 বার পুরো বৃত্তটি ঘুরলে 7 ঘন্টা পার হয়, ফলে ঘন্টার কাঁটাটি ঠিক 7 লেখা বিন্দুটির ওপর আসে। লক্ষ করো, এরপরও সেকেন্ডের কাঁটা ঘুরছে ও মিনিটের কাঁটা এক বিন্দু করে সরছে। তাই মিনিটের কাঁটা আবার 12টি ঘর পার হলে 8 বার পুরো বৃত্তটি ঘোরা হবে। ঘন্টার কাঁটাটি তার আগে পর্যন্ত 7 থেকে 8-এর ঘরে থাকবে ও একটু একটু করে 8 বিন্দুটির দিকে যাবে। তাই ঘন্টার কাঁটা 7 থেকে 8-এর মধ্যে থাকলে আমরা বলব 7 ঘন্টা (পার হয়েছে), ও একই ভাবে 2 থেকে 3-এর মধ্যে থাকলে আমরা বলব 2 ঘন্টা (পার হয়েছে), 5 থেকে 6-এর মধ্যে থাকলে আমরা বলব 5 ঘন্টা (পার হয়েছে)। অর্থাৎ, <u>যে ঘন্টাটি সদ্য পার হয়েছে তাই দিয়ে আমরা ঘন্টার সময়টা বলব</u>।

মনে রাখো: সেকেন্ড বা মিনিটের কাঁটার সময় নির্দেশটি পড়তে হয় কোন্ ঘরের <u>কোন্ বিন্দুতে</u> কাঁটাটির অবস্থান তাই দেখে। কিন্তু ঘন্টার কাঁটাটির ঘন্টা নির্দেশটি পড়ব <u>কোন ঘর</u> পার হয়ে কাঁটাটি আছে তাই দিয়ে।

সময় বলা

ঘড়িতে সময় দেখার জন্য আমরা প্রথমে দেখব ঘন্টার কাঁটাটি কোন্ ঘর পার হয়েছে, ও তারপর দেখব মিনিট ও সেকেন্ডের কাঁটা কোন্ ঘরের কোন্ বিন্দুতে আছে। অনেক ঘড়িতেই ঘরগুলি লেখা থাকলেও এক একটি ঘরের পাঁচটি করে বিন্দু দেখানো নাও থাকতে পারে। সেক্ষেত্রে আমরা এক একটি ঘরে পাঁচটি করে বিন্দু আন্দাজ করে নিই। এবার দেখো, উপরের প্রথম ঘড়ির ছবিটিতে দেখাচ্ছে 10 ঘন্টা 10 মিনিট 31 সেকেন্ড। একই ভাবে পড়ে বলো নিচের ঘড়িগুলির কোনটা কী সময় দেখাচ্ছে।



a. b. c. d.

আমরা এই চারটি ঘড়িতে যে সময় দেখাচ্ছে তা বলতে পারি এই ভাবে—

a. 3 ঘন্টা 35 মিনিট 54 সেকেন্ড, b. 6 ঘন্টা 45 মিনিট 55 সেকেন্ড,
c. 4 ঘন্টা 10 মিনিট 40 সেকেন্ড, ও d. 11 ঘন্টা 40 মিনিট 15 সেকেন্ড।

চলিত কথায় সেকেন্ড উহ্য রেখে বলতে পারি—

a. তিনটে বেজে পঁয়ত্রিশ (ইংরেজিতে মিনিটকে আগে বলে—থার্টি ফাইভ পাস্ট থ্রী), b. ছটা বেজে পঁয়তাল্লিশ, c. চারটে বেজে ঊনিশ, d. এগারোটা বেজে চল্লিশ।

লক্ষ করো, মিনিটের কাঁটাটি দেখায় একটি ঘন্টার পরে কত মিনিট পার হয়েছে, যার আর একটা মানে হল পরের ঘন্টায় পৌঁছতে আরও কত মিনিট (60 মিনিট থেকে বিয়োগ করে) বাকি আছে। তাই যেকোনও ঘন্টার 30 মিনিট পার হয়ে গেলে পরের ঘন্টা আসতে আরো কত মিনিট বাকি আছে সেটা বললে সময়টা বোঝা আরো সহজ হয়। সেই জন্য আমরা তিনটে বেজে পঞ্চান্ন বলার বদলে বলব, চারটে বাজতে পাঁচ (ইংরেজিতে ফাইভ মিনিটস্ টু ফোর)।

তিনটি ক্ষেত্রে মিনিটের সময়টিকে অন্য ভাবেও বলা হয়। যেহেতু আমরা 60 মিনিট সময়কে বা ঘড়ির বৃত্তটিকে চারটি ভাগে দেখতে পারি, এক একটি ভাগে 15 মিনিট করে, তাই আমরা সওয়া (15 মিনিট), সাড়ে (30 মিনিট) ও পৌনে (45 মিনিট) শব্দগুলি ব্যবহার করতে পারি এই তিনটি ক্ষেত্রে, মিনিটের সময়টি বলতে। তাই 3-টে বেজে 15-কে বলতে পারি সওয়া তিনটে (ইংরেজিতে

কোয়ার্টার পাস্ট থ্রী), 3-টে বেজে 30-কে বলতে পারি সাড়ে তিনটে (ইংরেজিতে হাফ্ পাস্ট থ্রী), ও 3-টে বেজে 45-কে বলতে পারি পৌনে চারটে (ইংরেজিতে কোয়ার্টার টু ফোর্)।

সময় লেখা

এবারে দেখব একটি দিনের সময়কে আমরা কীভাবে লিখব। আমরা প্রথমে লিখব ঘন্টা, তারপর মিনিট ও তারপর সেকেন্ড, এবং মাঝে দেব কোলন চিহ্ন (:)। সুতরাং, 3 ঘন্টা 35 মিনিট 54 সেকেন্ডকে লিখব 3:35:54 । কিন্তু এখানে আমরা একটা সমস্যা দেখছি। আমরা জানি যে, একটা দিনের 24 ঘন্টাকে আমরা 12 ঘন্টা করে দুইটি ভাগে রেখেছি—মধ্যরাত থেকে মধ্যাহ্ন হল একটি দিনের প্রথম 12 ঘন্টা ও মধ্যাহ্ন থেকে আবার মধ্যরাত হল দিনটির পরের 12 ঘন্টা। ঘড়ির ঘন্টার কাঁটাটি তাই একটি দিনে 12 ঘন্টার বৃত্তটি দুইবার ঘুরছে। তাহলে দেখা যাচ্ছে 12 ঘন্টার ঘড়ির কোনও একটি সময় সকালেও হতে পারে আবার রাতেও হতে পারে—যেমন, 8 ঘন্টা 47 মিনিট 23 সেকেন্ড বা 8:47:23 সময়টা সকালেও হতে পারে আবার রাতেও হতে পারে। তাই সময় লিখতে আমাদের উল্লেখ করতেই হয় সময়টা সকালের (দিবা) না রাতের (রাত্র)। সময় বলায় এই সমস্যা হয়না, কারণ যাকে এখনকার সময় বলছি সে তো দেখতেই পাচ্ছে এখন দিন না রাত।

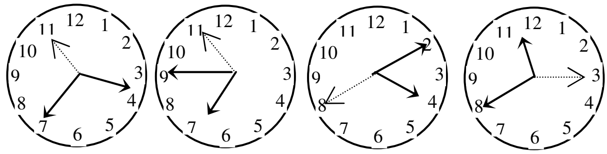
আন্তর্জাতিক নিয়মে সময় লেখার জন্য আমরা দিবা বা রাত্র লেখার বদলে সময়ের শেষে লিখি এ.এম. (a.m.) বা পি. এম. (p.m.)। ইংরেজিতে a.m. কথাটির পুরো হল ‘অ্যান্টই মেরিডিয়ান’ (ante meridian) ও p.m. কথাটির পুরো হল ‘পোস্ট মেরিডিয়ান’ (post meridian)। আমরা পৃথিবীর যেকোনও স্থানে দাঁড়িয়ে যদি উত্তর মেরু থেকে দক্ষিণ মেরু পর্যন্ত কোনও রেখা কল্পনা করি, তাহলে সেই রেখা সেই স্থানের মধ্য আকাশ দিয়ে উত্তর থেকে দক্ষিণ বরাবর যায়। এই রেখাটিকে সেই স্থানের ‘মেরিডিয়ান’ বলে। একটি দিনের প্রথম ভাগে (মধ্যরাত থেকে মধ্যাহ্ন) সূর্যকে আমরা দেখি এই রেখাটির পূর্ব দিকে ও তাকে ক্রমশ পশ্চিমের দিকে যেতে দেখি। ‘অ্যান্টই’ কথাটার মানে হল আগে। এরপর দিনের দ্বিতীয় ভাগের (মধ্যাহ্ন থেকে মধ্যরাত) শুরুতে সূর্য মধ্য আকাশে এসে এই রেখাটি পার হয়ে যায়। ‘পোস্ট’ কথাটির মানে হল পরে। সেইজন্য একটি দিনের রাত 12টা থেকে বেলা 12টা পর্যন্ত সময়কে বলা হয় a.m. ও বেলা বারোটা থেকে রাত 12টা পর্যন্ত সময়কে বলা হয় p.m.। মনে রাখো, ঠিক রাত 12টা (12:00:00) সময়টা a.m.-ও নয় p.m.-ও নয়, তাই রাত 12টার

পাশে লিখতে হবে মধ্যরাত (ইংরেজিতে মিডনাইট) এবং একই কারণে বেলা ঠিক 12টার পাশে লিখতে হবে মধ্যাহ্ন (ইংরেজিতে নূন)।

সময়কে এই ভাবে লিখলে আমাদের শেষে a.m. না p.m. (ও দুটি বিশেষ ক্ষেত্রে মিডনাইট বা নূন) লিখতেই হচ্ছে। নাহলেই সময়টা গুলিয়ে যাচ্ছে—রাত না দিন বোঝা যাচ্ছে না। তাই সময় লেখার অন্য আর একটি পদ্ধতি আছে, যা ট্রেনের সময় সারণিতে দেখা যায় ও যেখানে দিনরাত ধরে কাজ হয়, যেমন হাসপাতাল, টেলিভিশনের খবরাখবর দেখানো, ইত্যাদি। এই পদ্ধতিতে একটি দিনের সময়কে দুই ভাগে 12 ঘন্টা ধরে লেখার বদলে টানা 24 ঘন্টা ধরে লেখা হয়। সুতরাং, একটি দিনের প্রথম ভাগটিকে (মধ্যরাত থেকে মধ্যাহ্ন) 0 থেকে 12 ঘন্টা দিয়ে যেমন লেখা হচ্ছে তা আগের নিয়মেই হবে। কিন্তু দিনের দ্বিতীয় ভাগটিকে (মধ্যাহ্ন থেকে মধ্যরাত) লেখা হবে 13 থেকে 24 ঘন্টায়। এই দুই ভাবে সময় লেখার উদাহরণ—

3:43:23	a.m.	=	03:43:23
7:24:12	a.m.	=	07:24:12
11:52:43	a.m.	=	11:52:43
12 noon		=	12:00:00
3:43:23	p.m.	=	15:43:23
7:24:12	p.m.	=	19:24:12
11:52:43	p.m.	=	23:52:43
12 midnight		=	00:00:00

অনুশীলন 10.1 নিচের ঘড়িগুলিতে দেখানো সময়কে বিভিন্ন ভাবে লেখো



	A	B	C	D
কটা বেজে কত	তিনটে পয়ঁত্রিশ			
কটা বাজতে কত	চারটে বাজতে পঁচিশ			
দিনের সময় হলে	3:35:55 a.m.			
24 ঘন্টার হিসাবে	03:35:55			
দুপুরের পরে হলে	3:35:55 p.m.			
24 ঘন্টার হিসাবে	15:35:55			

রেলওয়ে ট্রেনের সময়পঞ্জি পড়া

সময়পঞ্জিতে রেলওয়ে সারা দেশে বিভিন্ন ট্রেন চলাচলের সময় প্রকাশ করে। এর থেকে আমরা জানতে পারি কোন্ ট্রেন কখন কোথা থেকে ছেড়ে কোথায় যায়। সময়পঞ্জিতে লেখা থাকে ট্রেনের নম্বর ও নাম, স্টেশনের নাম এবং এক একটি স্টেশনে ট্রেন কখন আসে (ইংরেজিতে বলে অ্যারাইভাল্, যাকে সংক্ষেপে লেখা হয় 'a' দিয়ে) ও সেখান থেকে কখন ছাড়ে (ইংরেজি বলে ডিপার্চার্, যাকে সংক্ষেপে লেখা হয় 'd' দিয়ে)। মনে রাখতে হবে, এখানে সময় লেখা হয় 24 ঘন্টার ঘড়ি হিসাবে। আর মনে রাখতে হবে যে, ট্রেন প্রথমে কোনও একটি স্টেশন থেকে ছেড়ে শেষ গন্তব্য স্টেশনে যায় (একে বলে আপ ট্রেন, লেখা হয় 'Up' দিয়ে) ও তারপর সেখান থেকে ফেরত আসে (একে বলে ডাউন ট্রেন, লেখা হয় 'Dn' দিয়ে)। ট্রেনের সময়পঞ্জিতে তাই দুটি করে সারণি থাকে—আপ ও ডাউন ট্রেনের। লক্ষ করো, আপ ও ডাউন ট্রেনের অভিমুখ ঠিক বিপরীত। তাই কোনও একটি স্টেশন থেকে অন্য একটি স্টেশনে যেতে হলে আমাদের প্রথমেই বুঝে নিতে হবে আপ না ডাউন ট্রেন ধরতে হবে। নিচে দেখো ডাউন ট্রেনের সময়পঞ্জি কেমন হতে পারে ।

Up ট্রেনের নম্বর, নাম স্টেশন		341 নৈহাটি লোকাল	563 ব্যারাকপুর লোকাল	143 কল্যাণী লোকাল	455 রাণাঘাট লোকাল	267 শান্তিপুর লোকাল	743 কৃষ্ণনগর লোকাল
শিয়ালদহ	a	–	–	–	–	–	–
	d	03:50	04:20	4:40	23:50	14:25	11:55
উল্টোডাঙা	a	03:58	–	4:47	23:57	14:33	12:03
	d	04:00		4:48	23:58	14:34	12:04
দমদম	a	04:11	04:30	4:59	00:08	14:45	12:15
	d	04:13	04:13	5:01	00:12	14:47	12:16
বেলঘরিয়া	a	04:21	–	5:10	00:20	14:55	12:24
	d	04:22		5:11	00:22	14:56	12:25
আগরপাড়া	a	04:27	–	5:16	00:27	15:01	12:30
	d	04:28		5:18	00:28	15:02	12:31
সোদপুর	a	04:35	04:23	5:25	00:35	15:09	12:38
	d	04:37	04:25	5:27	00:37	15:10	12:39
খড়দহ	a	04:43	–	5:33	00:43	15:16	12:45
	d	04:44		5:34	00:45	15:18	12:46
টিটাগড়	a	04:52	–	5:41	00:53	15:26	12:54
	d	04:53		5:42	00:55	15:27	12:56
ব্যারাকপুর	a	05:00	04:55	5:50	01:02	15:34	13:03
	d	05:04	–	5:53	01:05	15:35	13:05

ট্রেনের সময়পঞ্জি দেখে আমরা বলতে পারি কোন্ স্টেশন থেকে কোন্ স্টেশনে যেতে কোন্ ট্রেনে কত সময় লাগে, যেমন উল্টোডাঙা থেকে টিটাগড় যেতে 455 রাণাঘাট লোকাল সময় নেয় 55 মিনিট; 743 কৃষ্ণনগর লোকাল শিয়ালদহ থেকে ছেড়ে 35 মিনিট পরে আগরপাড়া স্টেশনে পৌঁছয়। এই হিসেবগুলি করতে আমাদের জানতে হবে সময়ের যোগ ও বিয়োগ কীভাবে করব।

10.3 সময় পরিমাপের রূপান্তর ও যোগ-বিয়োগ গুণ-ভাগ

সময় পরিমাপের রূপান্তর

আমরা জানি যে 24 ঘন্টায় 1 দিন, 60 মিনিটে 1 ঘন্টা, ও 60 সেকেন্ডে 1 মিনিট। সুতরাং, আমরা দিনকে (24 দিয়ে গুণ করে) ঘন্টায়, ঘন্টাকে (60 দিয়ে গুণ করে) মিনিটে, ও মিনিটকে (60 দিয়ে গুণ করে) সেকেন্ডে প্রকাশ করতে পারি। উল্টোটাও করা যেতে পারে গুণের বদলে ভাগ করে।

উদাহরণ: 5 দিন 7 ঘন্টা মানে কত ঘন্টা?

উত্তর: 5 x 24 + 7 = 120 + 7 = 127 ঘন্টা।

উদাহরণ: 10 দিন 5 ঘন্টা 42 মিনিট মানে কত মিনিট?

উত্তর: [(10 x 24) + 5] x 60 + 42
= 245 x 60 + 42 = 14700 + 42= 14742 মিনিট।

উদাহরণ: 3 দিন 7 ঘন্টা 15 মিনিট 32 সেকেন্ড মানে কত সেকেন্ড?

উত্তর: [{(3 x 24)+7} x 60 + 15]x 60 + 32
= [(72+7) x 60 + 15] x 60 + 32
= [4740+15] x 60 + 32 = 4755 x 60 + 32
= 285300+32 = 285332 সেকেন্ড।

অনুশীলন 10.2 সময় পরিমাপের রূপান্তর

	a.	b.	c.
ঘন্টায় প্রকাশ করো	9 দিন 4 ঘন্টা	8 দিন 6 ঘন্টা	12 দিন 2 ঘন্টা
মিনিটে প্রকাশ করো	3 দিন 7 ঘন্টা 42 মিনিট	8 দিন 9 ঘন্টা 32 মিনিট	15 দিন 9 ঘন্টা 8 মিনিট
সেকেন্ডে প্রকাশ করো	2 দিন 11 ঘন্টা 8 মিনিট 32 সেকেন্ড	22 দিন 6 ঘন্টা 25 মিনিট 58 সেকেন্ড	12 দিন 10 ঘন্টা 50 মিনিট 52 সেকেন্ড

উত্তর 10.2

1a.	220 ঘন্টা	1b.	198 ঘন্টা	1c.	290 ঘন্টা
2a.	4782 মিনিট	2b.	12092 মিনিট	2c.	22148 মিনিট
3a.	212912 সেকেন্ড	3b.	1923958 সেকেন্ড	3c.	1075852 সেকেন্ড

ওপরের উদাহরণগুলি থেকে বোঝা যায় যে আমরা উল্টোটাও করতে পারি। সেকেন্ডে প্রকাশিত কোনও সময় 60 সেকেন্ডের বেশি হলে তাকে আমরা মিনিট ও সেকেন্ডে প্রকাশ করতে পারি, (60x60) বা 3600 সেকেন্ডের বেশি হলে আমরা ঘন্টা, মিনিট ও সেকেন্ডে প্রকাশ করতে পারি, আর (24x3600) বা 86400 সেকেন্ডের বেশি হলে দিন, ঘন্টা, মিনিট ও সেকেন্ডে প্রকাশ করতে পারি। এর জন্য আমাদের প্রক্রিয়াটি উল্টো, অর্থাৎ ভাগ করতে হবে।

উদাহরণ: 294 সেকেন্ডকে মিনিট ও সেকেন্ডে প্রকাশ করো ।

এর উত্তর পেতে আমরা 60 দিয়ে ভাগ করে দেখব 294 সেকেন্ডের মধ্যে কতগুলি 60 সেকেন্ড আছে। ভাগফলটি থেকে পাব কতগুলি 60 সেকেন্ড বা মিনিট আছে। আর ভাগশেষটি (60-এর থেকে কম) সেকেন্ড হিসাবেই থেকে যাবে। সুতরাং, এখানে আমরা পাব—

$$294 \div 60 = \frac{294}{60} = 4\frac{54}{60} = 4 \text{ মিনিট } \textbf{54 সেকেন্ড} ।$$

উদাহরণ: 7658 সেকেন্ডকে ঘন্টা, মিনিট ও সেকেন্ডে প্রকাশ করো ।

এখানে আমরা দুটি ধাপে ভাগ করব। প্রথমে 60 দিয়ে ভাগ করে আমরা মিনিট ও সেকেন্ডে প্রকাশ করব। ওপরের উদাহরণের মতো আমরা ভাগফলটি পাব মিনিটে ও ভাগশেষ থাকবে সেকেন্ডে। তারপর মিনিটকে (60-এর বেশি হলে) আবার 60 দিয়ে ভাগ করে ঘন্টা ও মিনিটে প্রকাশ করব। এখানে ভাগফল পাব ঘন্টায় ও ভাগশেষ থাকবে মিনিটে।

$$7658 \div 60 = \frac{7658}{60} = 127\frac{38}{60} = 127 \text{ মিনিট} + \textbf{38 সেকেন্ড}$$

$$127 \div 60 = \frac{127}{60} = 2\frac{7}{60} = 2 \text{ ঘন্টা} + \textbf{7 মিনিট}$$

সুতরাং, উত্তর হল: 2 ঘন্টা 7 মিনিট 38 সেকেন্ড ।

উদাহরণ: 9662 সেকেন্ডকে দিন, ঘন্টা, মিনিট ও সেকেন্ডে প্রকাশ করো।

এখানে আমরা তিনটি ধাপে ভাগ করব। লক্ষ করো, তৃতীয় ধাপে ঘন্টাকে দিনে প্রকাশ করতে আমরা 24 দিয়ে ভাগ করব।

$96624 \div 60 = \frac{96624}{60} = 1610\frac{24}{60}$ = 1610 মিনিট + **24 সেকেন্ড**

$1610 \div 60 = \frac{1610}{60} = 26\frac{40}{60}$ = 26 ঘন্টা + **40 মিনিট**

$26 \div 24 = \frac{26}{24} = 1\frac{2}{24}$ = 1 দিন **2 ঘন্টা**

সুতরাং, উত্তর হল: 1 দিন 2 ঘন্টা 40 মিনিট 24 সেকেন্ড ।

অনুশীলন 10.3 সময় পরিমাপের রূপান্তর

সেকেন্ডে দেওয়া সময়কে	a.	b.	c.
মিনিট ও সেকেন্ডে প্রকাশ করো	1968	2472	3349
ঘন্টা, মিনিট ও সেকেন্ডে প্রকাশ করো	8903	12450	80400
দিন, ঘন্টা, মিনিট ও সেকেন্ডে প্রকাশ করো	110312	324508	764087

উত্তর 10.3

	a.	b.	c.
1.	32 মিনিট 48 সেকেন্ড	41 মিনিট 12 সেকেন্ড	55 মিনিট 49 সেকেন্ড
2.	2 ঘন্টা, 28 মিনিট 23 সেকেন্ড	3 ঘন্টা, 27 মিনিট 30 সেকেন্ড	22 ঘন্টা, 20 মিনিট 0 সেকেন্ড
3.	1 দিন, 6 ঘন্টা, 38 মিনিট 32 সেকেন্ড	3 দিন, 18 ঘন্টা, 8 মিনিট 28 সেকেন্ড	8 দিন, 20 ঘন্টা, 14 মিনিট 47 সেকেন্ড

সময়ের যোগ-বিয়োগ ও গুণ-ভাগ

সময় নিয়ে অঙ্কের এই প্রক্রিয়াগুলি করতে সময়ের মাপকাঠিটি খেয়াল রাখতে হবে—24 ঘন্টায় 1 দিন, 60 মিনিটে 1 ঘন্টা, ও 60 সেকেন্ডে 1 মিনিট।

যোগ ও বিয়োগের উদাহরণ দেখা যাক। এখন সময় 5টা বেজে 45 মিনিট 37 সেকেন্ড হলে 3 ঘন্টা 18 মিনিট 32 সেকেন্ড পরে কটা বাজবে, ও 2 ঘন্টা 48 মিনিট 49 সেকেন্ড আগে কটা বেজেছিল? প্রথম প্রশ্নটির উত্তর পেতে আমাদের 5:45:37-এর সঙ্গে 3:18:32 যোগ করতে হবে, আর দ্বিতীয় প্রশ্নের উত্তর পাব 5:45:37 থেকে 2:48:49 বিয়োগ করে।

যোগ : 5:45:37+3:18:32		
ঘন্টা	মিনিট	সেকেন্ড
5	45	37
3	18	32
8^{+1}	63^{+1}	69
9	04	09
উত্তর: 9টা 4 মিনিট 9 সেকেন্ড		

লক্ষ করো: যোগ শুরু হবে সেকেন্ডের ঘর থেকে । সেকেন্ডের ঘরে যোগফল হল 69, মিনিটের ঘরে 63, ও ঘন্টার ঘরে 8। আমরা জানি 60 সেকেন্ডে 1

মিনিট। তাই 1 মিনিটকে মিনিটের ঘরে যোগ করে সেকেন্ডের ঘরে লিখব বাকি 9 সেকেন্ড। এরপর মিনিটের ঘরে যোগফল হল 64 মিনিট। আমরা জানি 60 মিনিটে 1ঘন্টা। তাই 1 ঘন্টাকে ঘন্টার ঘরে যোগ করে মিনিটের ঘরে লিখব বাকি 4 মিনিট। এরপর ঘন্টার ঘরের যোগফল হল 9 ঘন্টা।

বিয়োগ : 5:45:37–2:48:49		
ঘন্টা	মিনিট	সেকেন্ড
5^{-1}	45^{-1}	37
2	48	49
2	56	48
উত্তর: 2টা 56 মিনিট 48 সেকেন্ড		

লক্ষ করো: বিয়োগ শুরু হবে সেকেন্ডের ঘর থেকে। 37 থেকে 49 বিয়োগ করা যাচ্ছে না। তাই মিনিটের ঘর থেকে 1 মিনিট, মানে 60 সেকেন্ড ধার নিয়ে সেকেন্ডের ঘরে পাই 97 সেকেন্ড। এবার 97 থেকে 49 বিয়োগ করে সেকেন্ডে ঘরে বিয়োগফল লিখি 48 সেকেন্ড। এরপর মিনিটের ঘরের বিয়োগ করব। 1 মিনিট ধার নিয়েছিলাম, তাই 44 থেকে 48 বিয়োগ করতে হবে। এখানেও বিয়োগ করা যাচ্ছে না। তাই ঘন্টার ঘর থেকে 1 ঘন্টা মানে 60 মিনিট ধার নিয়ে মিনিটের ঘরে পাই 104 মিনিট ও 48 মিনিট বিয়োগ করে বিয়োগফল পাই 56 মিনিট। সবশেষে ঘন্টার ঘরের বিয়োগটি করার সময় যে 1 ঘন্টা ধার নিয়েছিলাম সেটাও বিয়োগ করে বিয়োগফল পাই 2 ঘন্টা।

অনুশীলন 10.4 সময়ের যোগ ও বিয়োগ

1. যোগ করো

a.

ঘন্টা	মিনিট	সেকেন্ড
2	46	33
7	22	42

b.

দিন	ঘন্টা	মিনিট	সেকেন্ড
2	12	37	53
5	15	53	28

2. বিয়োগ করো

a.

ঘন্টা	মিনিট	সেকেন্ড
7	46	33
2	22	12

b.

দিন	ঘন্টা	মিনিট	সেকেন্ড
7	7	22	42
3	8	46	52

3. তুমি ও তোমার ভাই মিলে একটি কাজ করছ। তোমার ভাই কাজ করল 3 ঘন্টা 42 মিনিট 42 সেকেন্ড ও তুমি কাজ করলে 3 ঘন্টা 39 মিনিট 48 সেকেন্ড। দুজনে মিলে কতক্ষণ কাজ করলে?
4. একটি কাজ করতে ফরিদা সময় নেয় 2 দিন 8 ঘন্টা 22 মিনিট 12 সেকেন্ড ও ফতেমা সময় নেয় 1 দিন 18 ঘন্টা 47 মিনিট 52 সেকেন্ড। একই সময় কাজ শুরু করলে কে কতক্ষণ আগে কাজটি শেষ করবে?

5. তুমি ঘুম থেকে উঠে সকাল 7টা 20 মিনিট 32 সেকেন্ডে পড়তে বসলে। 1 ঘন্টা 32 মিনিট 42 সেকেন্ড পড়াশোনা করে 33 মিনিট 13 সেকেন্ডে তৈরি হয়ে ইস্কুলে যাবে বলে বাড়ি থেকে বার হলে। ইস্কুলে যেতে 25 মিনিট 22 সেকেন্ড লাগে। তুমি কটার সময় ইস্কুলে পৌঁছবে?

উত্তর 10.4

1a. 10 ঘন্টা 9 মিনিট 15 সেকেন্ড	1b. 8 দিন 4 ঘন্টা 31 মিনিট 21 সেকেন্ড
2a. 5 ঘন্টা 24 মিনিট 21 সেকেন্ড	2b. 3 দিন 22 ঘন্টা 35 মিনিট 50 সেকেন্ড
3. 7 ঘন্টা 22 মিনিট 30 সেকেন্ড	4. ফতেমা 13 ঘন্টা 34 মিনিট 20 সেকেন্ড আগে
5. 9 টা 51 মিনিট 49 সেকেন্ড	

এবার আমরা সময়ের গুণ ও ভাগ করা দেখব। মনে করো 5 জনের প্রত্যেকে 2 ঘন্টা 25 মিনিট 30 সেকেন্ড করে কোনও কাজ করল। তাহলে 5 জনে মিলে মোট কত সময় কাজ করল? এর উত্তর পেতে আমাদের 2 ঘন্টা 25 মিনিট 30 সেকেন্ডকে 5 দিয়ে গুণ করতে হবে।

গুণ : 2:25:30 x 5		
ঘন্টা	মিনিট	সেকেন্ড
2	25	30
		x 5
10^{+2}	125^{+2}	150
12	7	30
উত্তর: 12 ঘন্টা 7 মিনিট 30 সেকেন্ড		

লক্ষ করো, এখানে গুণফল হল সেকেন্ডের ঘরে 150 (30x5) সেকেন্ড, মিনিটের ঘরে 125 (25x5) মিনিট, ও ঘন্টার ঘরে 10 (2x5) ঘন্টা। যেহেতু 60 সেকেন্ডে 1 মিনিট, তাই 150 সেকেন্ডের থেকে মিনিটের ঘরে (60x2=120) বা 2 মিনিট যোগ করে আমরা সেকেন্ডের ঘরে গুণফল লিখব বাকি 30 সেকেন্ড। এরপর মিনিটের ঘরের গুণফল হল 125 ও তার সাথে ওই 2 মিনিটকে যোগ করে পাই 127 মিনিট। যেহেতু 60 মিনিটে 1 ঘন্টা, তাই ঘন্টার ঘরে (60x2=120) বা 2 ঘন্টা পাঠিয়ে আমরা মিনিটের ঘরের গুণফল লিখব 7 মিনিট। এরপর ঘন্টার ঘরে গুণফল পাই 10 ঘন্টা ও তার সাথে ওই 2 ঘন্টা যোগ করে পাই 12 ঘন্টা।

ভাগ করা বুঝতে ওপরের উদাহরণটিকেই উল্টে নিয়ে দেখা যাক—5 জনে মিলে একটি কাজ করল 12 ঘন্টা 7 মিনিট 30 সেকেন্ডে। এক একজন কত সময় কাজ করেছে? এর উত্তর পেতে আমাদের 12 ঘন্টা 7 মিনিট 30 সেকেন্ডকে 5 দিয়ে ভাগ করতে হবে। এই ভাগটি করার পদ্ধতি হল আমরা ভাগ করা শুরু করব বাঁদিক থেকে প্রথমে ঘন্টাকে ভাগ করে। যদি ভাজ্য ঘন্টাটি

ভাজকের থেকে বড় হয় তাহলে ভাগফলটি ঘন্টাতে পাব ও ভাগশেষকে 60 দিয়ে গুণ করে মিনিটে রূপান্তরিত করে নিয়ে মিনিটের সঙ্গে যোগ করে নেব। এমনটা না হলে ভাজ্য ঘন্টাকে প্রথমেই 60 দিয়ে গুণ করে মিনিটের সঙ্গে যোগ করে নিতে হবে। এরপর মিনিটকে ভাগ করব একই ভাবে—ভাগফলটি মিনিটে রেখে ভাগশেষকে 60 দিয়ে গুণ করে সেকেন্ডে রূপান্তরিত করব ও সেকেন্ডের সংখ্যাটির সঙ্গে যোগ করে নেব। তারপর ভাগ করব।

এই পদ্ধতিতে ভাগ করার সময় ভুল হওয়ার সম্ভাবনা থাকে। তাই সহজ পদ্ধতি হল, যে সময়টিকে ভাগ করতে হবে তাকে তার সবচেয়ে ছোট অংশটির মাপকাঠিতে রূপান্তরিত করে নেওয়া ও তারপর ভাগ করা। ভাগফল যা পাব, তাকে এরপর আবার প্রয়োজন মতো ঘন্টা, মিনিট, সেকেন্ডে রূপান্তরিত করে নিতে হবে। আমাদের এই উদাহরণটিতে আমরা 12 ঘন্টা 7 মিনিট 30 সেকেন্ডকে আগে সেকেন্ডে রূপান্তরিত করে ভাগটি করব ও তারপর ভাগফলকে আবার ঘন্টা, মিনিট, সেকেন্ডে রূপান্তরিত করে প্রকাশ করব।

5 জনে মিলে কাজ করেছে 12 ঘন্টা 7 মিনিট 30 সেকেন্ড

=[(12 x 60) +7] x 60 + 30= [720+7] x 60 + 30

=727 x 60 + 30= 43620 + 30 = 43650 সেকেন্ড

সুতরাং, এক একজন কাজ করেছে, 43650 ÷ 5 = 8730 সেকেন্ড

= 145 x 60 + 30 = 145 মিনিট 30 সেকেন্ড

= (2 x 60 + 25) মিনিট 30 সেকেন্ড

= 2 ঘন্টা 25 মিনিট 30 সেকেন্ড।

এই ভাবে সময়কে একটি মাত্র মাপকাঠিতে রূপান্তরিত করে গুণ ও ভাগ করার সুবিধা হল, আমরা একটি সময়কে আর একটি সময় দিয়ে গুণ বা ভাগ করতে পারব। উদাহরণ হিসাবে মনে করো, প্রতি ঘন্টায় তুমি 23 মিনিট 47 সেকেন্ড করে সময় ব্যয় করো কথা বলতে। তাহলে 2 দিন 2 ঘন্টায় তুমি মোট কত সময় কথা বলতে ব্যয় করবে? এর উত্তর পেতে আমাদের 23 মিনিট 47 সেকেন্ডকে গুণ করতে হবে 2 দিন 2 ঘন্টা দিয়ে। এই গুণটি করতে আমরা 23 মিনিট 47 সেকেন্ডকে সেকেন্ডে ও 2 দিন 2 ঘন্টাকে ঘন্টার মাপকাঠিতে রূপান্তরিত করে নেব।

23 মিনিট 47 সেকেন্ড =(23 x 60) +47 = 1380+47= 1427 সেকেন্ড

2 দিন 2 ঘন্টা =[(2 x 24) + 2] = 50 ঘন্টা

সুতরাং, 50 ঘন্টায় কথা বলা হবে, 1427 x 50 = 71350 সেকেন্ড

= 1189 x 60 + 10 সেকেন্ড = 1189 মিনিট + 10 সেকেন্ড

= 19 x 60+49 মিনিট +10 সেকেন্ড = 19 ঘন্টা 49 মিনিট 10 সেকেন্ড।

একটি সময়কে আর একটি সময় দিয়ে ভাগ করা কখন দরকার হতে পারে তা বুঝতে আমরা আগে করা একটা উদাহরণকে অন্য ভাবে দেখতে পারি। একটি কাজ সম্পন্ন করতে হবে ঠিক 12 ঘন্টা 7 মিনিট 30 সেকেন্ড সময়ে। এক একজন 2 ঘন্টা 25 মিনিট 30 সেকেন্ড করে কাজ করলে, কাজটি ঠিক সময়ে সম্পন্ন করতে কতজন লাগবে? এখানে উত্তর পেতে 12 ঘন্টা 7 মিনিট 30 সেকেন্ডকে ভাগ করতে হবে 2 ঘন্টা 25 মিনিট 30 সেকেন্ড দিয়ে। এই ভাগটি করতে আমরা সময়কে সেকেন্ডে রূপান্তরিত করে নেব।

12 ঘন্টা 7 মিনিট 30 সেকেন্ড

=[(12 x 60) +7] x 60 + 30= [720+7] x 60 + 30

=727 x 60 + 30= 43620 + 30 = 43650 সেকেন্ড ।

2 ঘন্টা 25 মিনিট 30 সেকেন্ড

=[(2 x 60) + 25] x 60+30 = [120+25] x 60+30= 145 x 60+30

= 8700+30= 8730 সেকেন্ড ।

সুতরাং, ঠিক সময়ে কাজটি সম্পন্ন করতে লাগবে

(43650 ÷ 8730) জন = 5 জন ।

অনুশীলন 10.5 দিনের সময়কে গুণ ও ভাগ

1. গুণ করো

a.

ঘন্টা	মিনিট	সেকেন্ড
2	46	33
		x 4

b.

দিন	ঘন্টা	মিনিট	সেকেন্ড
2	12	37	53
			x 8

2. ভাগ করো

a.

ঘন্টা	মিনিট	সেকেন্ড
7	46	33
		÷ 3

b.

দিন	ঘন্টা	মিনিট	সেকেন্ড
6	7	21	44
			÷ 4

3. পড়াশোনা করার সময় প্রতি ঘন্টায় তোমার 23 মিনিট 37 সেকেন্ড সময় যায় বিষয়টা বুঝতে ও ভাবতে। প্রতি ঘন্টার বাকি সময়টায় তুমি বিষয়টা অনুশীলন করো। তুমি গত সাত দিনে পড়াশোনায় মোট সময় 1 দিন 6 ঘন্টা দিলে কতটা সময় অনুশীলন করেছ?

4. জলের কল থেকে বোতলে জল ভরতে তোমাকে মোট 1 ঘন্টা 15 মিনিট সময় দেওয়া হল। এক একটি বোতলে জল ভরতে 2 মিনিট 30 সেকেন্ড সময় লাগলে তুমি মোট কটি বোতলে জল ভরতে পারবে?

উত্তর 10.5

1a. 11 ঘন্টা 6 মিনিট 12 সেকেন্ড	1b. 20 দিন 5 ঘন্টা 3 মিনিট 4 সেকেন্ড
2a. 2 ঘন্টা 35 মিনিট 31 সেকেন্ড	2b. 1 দিন 13 ঘন্টা 50 মিনিট 26 সেকেন্ড
3. 18 ঘন্টা 11 মিনিট 30 সেকেন্ড	4. 30 টি

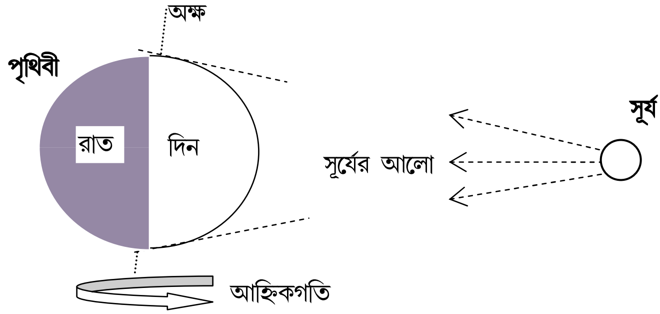
10.4 বছর, মাস, সপ্তাহ ও ক্যালেন্ডার

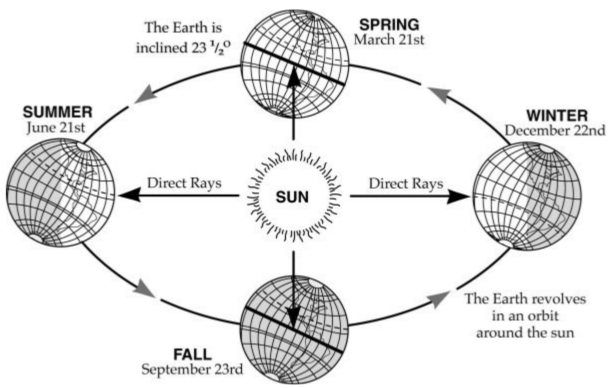
আমরা দিনের সময় মাপার সময় উল্লেখ করেছি—প্রতিদিন দেখি সকাল হয়, দুপুর গড়িয়ে বিকেল আসে, সন্ধ্যা নামে ও রাত হয়, ও তারপর আবার পরের দিন আসে। এই ভাবে সময় বয়ে চলে একটি দিনের থেকে আর একটি দিনে, আর ঘুরে ঘুরে ফিরে আসে এক একটি দিনের ভোর, সকাল, দুপুর, বিকেল, সন্ধ্যা, রাত। এবার আমরা যখন দিনগুলির সবমিলে বয়ে চলা দেখি, তখন অনুভব করতে পারি ছয়টি ঋতুকাল—গ্রীষ্ম, বর্ষা, শরৎ, হেমন্ত, শীত, বসন্ত (ইংরেজিতে চারটি ঋতু, সামার, অটাম্ বা ফঅল্, উইন্টার, স্প্রিং)। এই ঋতুগুলিও ঘুরে ঘুরে বারবার আসে। ভোর, সকাল, দুপুর, বিকেল, সন্ধ্যা, ও রাত মিলে একটি দিনচক্র সম্পূর্ণ হয় একটা দিনে যাকে আমরা মাপি 24 ঘন্টা সময় হিসাবে। আর গ্রীষ্ম, বর্ষা, শরৎ, হেমন্ত, শীত, বসন্ত মিলে একটি ঋতুচক্র সম্পূর্ণ হয় একটা বছরে, যাকে আমরা ধরি মোটামুটিভাবে 365 দিন।

এমনটা হয় কেন? কেন আমরা 24 ঘন্টায় একটা দিন আর 365 দিনে একটা বছর ধরি? এর কারণ পৃথিবীর ঘুরে চলা। পৃথিবীর ঘুরে চলা ঘটছে দুভাবে—এক, সে নিজের অক্ষ রেখায় ঘুরছে, যাকে বলা হয় পৃথিবীর আহ্নিকগতি (ইংরেজিতে রোটেশন্) ও দুই, তার ওপর সে সূর্যকে প্রদক্ষিণ করছে তার কক্ষপথে (ইংরেজিতে রেভলিউশন্)। প্রথমটির ফলে পৃথিবীতে বিভিন্ন স্থানে এক একটি দিনের ভোর, সকাল, দুপুর, বিকেল, সন্ধ্যা, ও রাত হয়। একটি দিনের সময় প্রায় 24 ঘন্টা হয়, কারণ পৃথিবী তার আহ্নিক চক্রটি সম্পূর্ণ করে 23.93 ঘন্টায়।

পৃথিবী তার কক্ষপথে (ইংরেজিতে বলে অর্বিট্) সূর্যকে প্রদক্ষিণকে একবার সম্পূর্ণ করতে সময় নেয় 365 দিন 5 ঘন্টা 48 মিনিট 47 সেকেন্ড (প্রায়), যাকে আমরা মোটামুটিভাবে 365 দিন (ও প্রতি চতুর্থ বছরকে 366 দিন) ধরে বলি

এক বছর। এর কারণেই পৃথিবীতে সূর্যের আলোর তীব্রতার কম বেশী হয় ও তাই ঋতুচক্রের আবর্তন ঘটে।





এবার শিখব সময় পরিমাপের অন্যান্য এককগুলি ।

সময় পরিমাপের একক			
60 সেকেন্ড	=1 মিনিট	30 দিন	=1 মাস
60 মিনিট	=1 ঘন্টা	12 মাস	=1 বছর
24 ঘন্টা	=1 দিন	12 বছর	=1 যুগ
7 দিন	=1 সপ্তাহ	100 বছর	=1 শতাব্দী
365 দিন =1 বছর			

যেহেতু 365 দিনের একটি বছরকে আমরা 12টি মাসে ভাগ করি, তাই এই মাসগুলিকে চিহ্নিত করতে এগুলির এক একটির নাম দিতে হবে। আবার, যেহেতু প্রতি 7টি দিনকে আমরা একটি সপ্তাহ বলছি, তাই সপ্তাহের 7টি দিনকেও আমাদের চিহ্নিত করতে নাম দিতে হবে।

সপ্তাহের 7টি দিনের বাংলা নাম (বাংলায় সপ্তাহের দিনকে বার বলা হয়)						
সোম	মঙ্গল	বুধ	বৃহস্পতি	শুক্র	শনি	রবি
ইংরেজি নাম						
মানডে	টিউস্ডে	ওয়েড্নস্ডে	থার্সডে	ফ্রাইডে	স্যাটারডে	সানডে

	বাংলা মাসের নাম	দিনের সংখ্যা	ইংরেজি মাসের নাম	দিনের সংখ্যা
1.	বৈশাখ	30/31	জানুয়ারি	31
2.	জ্যৈষ্ঠ	31/32	ফেব্রুয়ারি*	28*
3.	আষাঢ়	31/32	মার্চ	31
4.	শ্রাবণ	31/32	এপ্রিল	30
5.	ভাদ্র	31/32	মে	31
6.	আশ্বিন	30/31	জুন	30
7.	কার্তিক	29/30	জুলাই	31
8.	অগ্রহায়ণ	29/30	অগাষ্ট	31
9.	পৌষ	29/30	সেপ্টেম্বর	30
10.	মাঘ	29/30	অক্টোবর	31
11.	ফাল্গুন	29/30	নভেম্বর	30
12.	চৈত্র	30/31	ডিসেম্বর	31

* প্রতি চতুর্থ বছরে (অধিবর্ষ বা লীপ্ ইয়ার) ফেব্রুয়ারি মাস হয় 29 দিনে।

ইরেজি ক্যালেন্ডার 2017

বাংলা ক্যালেন্ডার ১৪২৩-১৪২৪

জানুয়ারি — পৌষ-মাঘ

সোম	মঙ্গল	বুধ	বৃহ	শুক্র	শনি	রবি
						1 ১৭
2 ১৮	3 ১৯	4 ২০	5 ২১	6 ২২	7 ২৩	8 ২৪
9 ২৫	10 ২৬	11 ২৭	12 ২৮	13 ২৯	14 ৩০	15 ১
16 ২	17 ৩	18 ৪	19 ৫	20 ৬	21 ৭	22 ৮
23 ৯	24 ১০	25 ১১	26 ১২	27 ১৩	28 ১৪	29 ১৫
30 ১৬	31 ১৭					

ফেব্রুয়ারি — মাঘ-ফাল্গুন

সোম	মঙ্গল	বুধ	বৃহ	শুক্র	শনি	রবি
		1 ১৮	2 ১৯	3 ২০	4 ২১	5 ২২
6 ২৩	7 ২৪	8 ২৫	9 ২৬	10 ২৭	11 ২৮	12 ২৯
13 ১	14 ২	15 ৩	16 ৪	17 ৫	18 ৬	19 ৭
20 ৮	21 ৯	22 ১০	23 ১১	24 ১২	25 ১৩	26 ১৪
27 ১৫	28 ১৬					

মার্চ ফাল্গুন-চৈত্র

সোম	মঙ্গল	বুধ	বৃহ	শুক্র	শনি	রবি
		1 ১৭	2 ১৮	3 ১৯	4 ২০	5 ২১
6 ২২	7 ২৩	8 ২৪	9 ২৫	10 ২৬	11 ২৭	12 ২৮
13 ২৯	14 ৩০	15 ১	16 ২	17 ৩	18 ৪	19 ৫
20 ৬	21 ৭	22 ৮	23 ৯	24 ১০	25 ১১	26 ১২
27 ১৩	28 ১৪	29 ১৫	30 ১৬	31 ১৭		

এপ্রিল চৈত্র-বৈশাখ

সোম	মঙ্গল	বুধ	বৃহ	শুক্র	শনি	রবি
					1 ১৮	2 ১৯
3 ২০	4 ২১	5 ২২	6 ২৩	7 ২৪	8 ২৫	9 ২৬
10 ২৭	11 ২৮	12 ২৯	13 ৩০	14 ৩১	15 ১	16 ২
17 ৩	18 ৪	19 ৫	20 ৬	21 ৭	22 ৮	23 ৯
24 ১০	25 ১১	26 ১২	27 ১৩	28 ১৪	29 ১৫	30 ১৬

ওপরে আমরা দেখিয়েছি ইংরেজি ও বাংলা ক্যালেন্ডারের চারটি মাস । বাংলা ক্যালেন্ডারটি ভারতীয় নিয়ম অনুসারে দেখানো হয়েছে। বাংলাদেশের ক্যালেন্ডারে এক একটি বাংলা মাসের দিনের সংখ্যা অন্য রকম হয়। ক্যালেন্ডারে উল্লিখিত সংখ্যাগুলিকে তারিখ (ইংরেজিতে ডেট্) বলা হয়। লক্ষ করা যায় যে, ইংরেজি বছর শুরু হয় জানুয়ারি মাসের 1 তারিখ থেকে ও বাংলা বছর শুরু হয় বৈশাখ মাসের 1 তারিখ থেকে। দেখা যায় যে সাধারণত ইংরেজি মাসের 14-15 তারিখে এক একটি বাংলা মাস শেষ হয় ও পরের মাসটি শুরু হয়। বাংলা ও ইংরেজি মাসের তারিখগুলি এক না হলেও সপ্তাহের দিন বা বার (ইংরেজিতে ডে) একই ভাবে সাজানো থাকে।

অধিবর্ষ বা লীপ্ ইয়ার্

আমরা একটি বছরকে ধরি 365 দিন, কিন্তু পৃথিবী সূর্যের চারপাশে একবার ঘুরতে সময় নেয় 365 দিন 5 ঘন্টা 48 মিনিট 47 সেকেন্ড (প্রায়)। তাই প্রতি বছরই কিছু কম সময় ধরা হয়। একে হিসাবের মধ্যে আনতে ইংরেজি ক্যালেন্ডারে প্রতি চতুর্থ বছরটিকে আমরা 366 দিনে করে নিই ফেব্রুয়ারি মাসকে 29 দিন ধরে। এই বছরটিকে অধিবর্ষ বা লীপ্ ইয়ার্ বলা হয়। মনে রাখো, বাংলায় কোনও একটি বছরকে নির্দিষ্ট করে তার শেষে বলা হয় সাল। খ্রিষ্টাব্দ 8 সাল থেকে অধিবর্ষ গণনা শুরু হয়।

কোনও একটি ইংরেজি বছর অধিবর্ষ বা লীপ্ ইয়ার্ হবে যদি—

a. ইংরেজি সালটির একক ও দশক ঘরের অঙ্ক দুটি শূন্য না হয় ও সালের সংখ্যাটি 4 দ্বারা বিভাজ্য হয়।

b. একক ও দশক ঘরের অঙ্ক দুটি শূন্য হলেও যদি সালের সংখ্যাটি 400 দ্বারা বিভাজ্য হয়, যেমন 1600।

বছর, মাস, সপ্তাহ, দিন, ইত্যাদি সময়ের রূপান্তর

আমরা আগে শিখেছি দিন, ঘন্টা, মিনিট, ও সেকেন্ডে বলা সময়কে রূপান্তরিত করে একটিই পরিমাপে প্রকাশ ও উল্টোটাও করা যায়। বছর, মাস, সপ্তাহকেও আমরা দিনে, বা ঘন্টা, মিনিট, ও সেকেন্ডে প্রকাশ করতে পারব একই পদ্ধতিতে। এর জন্য ব্যবহার করতে হবে সময় পরিমাপের একক বা মাপকাঠিগুলি।

মনে রাখতে হবে, এই রূপান্তর করার সময় আমরা প্রচলিত নিয়মে বছরকে ধরব 365 দিন ও মাসকে ধরব 30 দিন। ফলে প্রচলিত নিয়মে আমাদের হিসাব পুরোপুরি ঠিক হবে না।

উদাহরণ: 2 বছর 2 মাস 10 দিনকে ঘন্টায় প্রকাশ করো ।

2 বছর	= 2 x 365	=	730 দিন
2 মাস	= 2 x 30	=	60 দিন
10 দিন		=	10 দিন
	মোট হল	=	800 দিন
			x 24
			19200 ঘন্টা ।

উদাহরণ: 18030 ঘন্টাকে বছর, মাস, দিন, ঘন্টায় প্রকাশ করো ।

18030 ঘন্টা	= 751 x 24 +6	= 751 দিন 6 ঘন্টা
	= 25 x 30 +1 +6	= 25 মাস 1দিন 6 ঘন্টা
	= 2 x 12+1 +1+6	= 2 বছর 1 মাস 1দিন 6 ঘন্টা ।

পাঠ 11. দৈর্ঘ্য, ওজন ও তরল পদার্থের পরিমাপ

আমাদের এই জগতে পরিমাপের মূলত তিনটি দিক হয় **দৈর্ঘ্য, ওজন, ও সময়**। আগে সময়ের পরিমাপ শিখেছি। এবার আমরা দৈর্ঘ্য ও ওজন পরিমাপ শিখব। **মনে রাখো:** দৈর্ঘ্য মানে হচ্ছে কোনও কিছু কতটা লম্বা, বা চওড়া, বা উঁচু অথবা জিনিসটি কত দূরে আছে। ওজন মানে হচ্ছে কোনও কিছু কতটা ভারি। এছাড়া আমরা শিখব তরল পদার্থ, যার নিজস্ব কোনও আয়তন নেই, যেমন জল, দুধ, ইত্যাদিকে কীভাবে মাপা যাবে, একটি বিশেষ আয়তনকে পরিমাপের একক ধরে।

11.1 পরিমাপের মেট্রিক পদ্ধতি

আগে পরিমাপের জন্য বিভিন্ন স্থানীয় এককের ব্যবহার হত। এখনও সেগুলির কিছু ব্যবহার দেখা যায়—যেমন, দৈর্ঘ্য মাপার জন্য ব্যবহার হয় হাত, গজ, অথবা, ইঞ্চি, ফুট, মাইল ইত্যাদি; ওজন মাপার জন্য তোলা, রতি, কাচ্চা, ছটাক, পোয়া, সের, মণ ইত্যাদি। আবার জমির মাপ বোঝানো হত ছটাক, কাঠা, বিঘা, একর ইত্যাদি দিয়ে। বিভিন্ন স্থানে বা দেশে পরিমাপগুলি আলাদা হওয়ার জন্য অসুবিধা হত বুঝতে। তাই একটি সাধারণ পরিমাপ পদ্ধতি সব দেশেই আজকাল ব্যবহার হয়, যাকে বলা হয় মেট্রিক পদ্ধতি।

মেট্রিক পদ্ধতিতে দৈর্ঘ্য মাপার জন্য **মিটার**, ওজন মাপার জন্য **গ্রাম**, এবং তরল পদার্থকে আয়তন দিয়ে মাপার জন্য **লিটার**কে একক বলা হয়। এই এককটির **দশ গুণ বা দশ ভাগ** করে আমরা মেট্রিক পদ্ধতির অন্যান্য পরিমাপগুলি পাই, ও তাদেরকে এককটির আগে উল্লেখ করি ।

সহস্র	শতক	দশক	একক	দশমাংশ	শতাংশ	সহস্রাংশ
1000	100	10	1	0.1 =1/10	0.01 =1/100	0.001 =1/1000
কিলো	হেক্টো	ডেকা	মিটার গ্রাম লিটার	ডেসি	সেন্টি	মিলি

ওপরের তালিকা থেকে আমরা পাই, দৈর্ঘ্য মাপার একক হল মিটার ও তার থেকে দশ দশ গুণ করে বড় পরিমাপগুলি হল, ডেকামিটার, হেক্টোমিটার, ও কিলোমিটার, এবং দশাংশ করে করে ছোট পরিমাপগুলি হল ডেসিমিটার,

সেন্টিমিটার ও মিলিমিটার। একই ভাবে গ্রাম ও লিটারের সাথে এই পরিমাপগুলি ব্যবহার হয় । অধিকাংশ ক্ষেত্রে আমরা মিলি, সেন্টি, ও কিলো দিয়ে মাপটিকে প্রকাশ করি। ডেসি, ডেকা, বা হেক্টো খুব একটা বলা হয় না।

মনে রাখো:

10 মিলি	= 1 সেন্টি
10 সেন্টি	= 1 ডেসি
10 ডেসি	= 1 মিটার, গ্রাম, বা লিটার
10 মিটার, গ্রাম, বা লিটার	= 1 ডেকা
10 ডেকা	= 1 হেক্টো
10 হেক্টো	= 1 কিলো

সাধারণত ব্যবহারের জন্য

10 মিলি	= 1 সেন্টি
1000 মিলি	= 1 মিটার, গ্রাম, বা লিটার
100 সেন্টি	= 1 মিটার, গ্রাম, বা লিটার
1000 মিটার, গ্রাম, বা লিটার	= 1 কিলো

লেখার সময় আমরা দৈর্ঘ্যের পরিমাপগুলিকে সংক্ষেপে লিখি—

মিলিমিটার (মি.মি. বা mm), সেন্টিমিটার (সে.মি. বা cm), ডেসিমিটার (ডেসিমি বা dm.), মিটার (মি. বা m), ডেকামিটার (ডে.মি. বা dcm), হেক্টোমিটার (হে.মি. বা hm) ও কিলোমিটার (কি.মি. বা km) ।

একই ভাবে ওজনের পরিমাপ লিখি—

মিলিগ্রাম (মি.গ্রা. বা mg), সেন্টিগ্রাম (সে.গ্রা. বা cg), ডেসিগ্রাম (ডেসিগ্রা. বা dg), গ্রাম (গ্রা. বা g), ডেকাগ্রাম (ডে.গ্রা. বা dcg), হেক্টোগ্রাম (হে.গ্রা. বা hg) ও কিলোগ্রাম (কি.গ্রা. বা কেজি বা kg) ।

তরল পদার্থের পরিমাপগুলিকে লিখি—

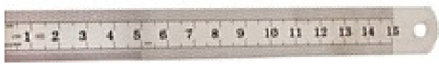
মিলিলিটার (মি.লি. বা ml), সেন্টিলিটার (সে.লি. বা cl), ডেসিলিটার (ডেসিলি. বা dl), লিটার (লি. বা l), ডেকালিটার (ডে.লি. বা dcl), হেক্টোলিটার (হে.লি. বা hl) ও কিলোলিটার (কি.লি. বা kl) ।

দৈর্ঘ্য পরিমাপের একক

মেট্রিক পদ্ধতিতে দৈর্ঘ্য পরিমাপের একক হল মিটার। প্রশ্ন জাগতেই পারে ঠিক কতটা দৈর্ঘ্যকে আমরা 1 মিটার হিসাবে ধরি। আমরা সময় পরিমাপে কেন 1

দিনকে 24 ঘন্টা ধরি তার ব্যাখ্যা পেয়েছি পৃথিবী সূর্যকে প্রদক্ষিণ করতে কতটা সময় নেয় তা থেকে। এখানেও আমরা ঠিক কতটা দৈর্ঘ্যকে 1 মিটার বলা হয় তার ব্যাখ্যা বিজ্ঞান থেকে পাই, আলো নির্দিষ্ট সময়ে কতটা দূরত্ব যায় তার থেকে। এই ব্যাখ্যা আমরা পরে শিখব।

দৈর্ঘ্য পরিমাপের মেট্রিক একক ছাড়াও বহু ক্ষেত্রে আগেকার পদ্ধতিতে ইঞ্চি, ফুট, ও গজ দিয়ে দৈর্ঘ্য মাপা হয়। সাধারণত দৈর্ঘ্য মাপার স্কেল বা ফিতেতেও একদিকে মিটার ও সেন্টিমিটার এবং অন্যদিকে ইঞ্চি ও ফুট-এর মাপ দেওয়া থাকে। তাই আমরা এই অন্য পরিমাপটিও জেনে রাখব ।



মনে রাখো:

12 ইঞ্চি = 1 ফুট; 3 ফুট = 1 গজ; 5280 ফুট = 1 মাইল।

ভবিষ্যতে কখনও প্রয়োজন হতে পারে মেট্রিক একককে ইঞ্চি বা ফুটে পরিবর্তন করে নেওয়ার। সেই জন্য বলে রাখা হল —

1 ইঞ্চি = 2.54 সেন্টিমিটার বা 1 মিটার = 3.28082 ফুট ।

ওজন পরিমাপের একক

এখানেও প্রশ্ন জাগতে পারে, ঠিক কতটা ভারি হলে তাকে আমরা 1 গ্রাম বলব। এরও ব্যাখ্যা আমরা পরে পাব বিজ্ঞান থেকে। তাছাড়া সব দেশেই জাতীয় পরিমাপ সংস্থা আছে, যেখানে ওজনের সঠিক পরিমাপটি রাখা থাকে।

মেট্রিক পদ্ধতিতে বেশি ওজন করতে ব্যবহার হয় কুইন্টাল ও মেট্রিক টন। এই দুটি পরিমাপ হল —

100 কিলোগ্রাম	= 1 কুইন্টাল
10 কুইন্টাল বা 1000 কিলোগ্রাম	= 1 মেট্রিক টন।

মেট্রিক পদ্ধতিতে ওজনের মাপ হিসাবে গ্রাম বা কিলোগ্রাম যে সর্বদা ব্যবহার হয় তা নয়। বহু ক্ষেত্রে আমরা পাউন্ড বা আউন্সের ব্যবহার দেখি। যেমন, পাউরুটি বা কেক্ পাউন্ডে মাপা হয়, আবার ওষুধের পরিমান অনেক সময় আউন্সে মাপা হয়। এই মাপগুলি আমাদের জেনে রাখতে হবে।

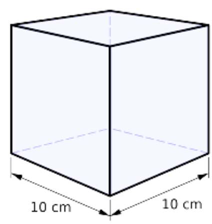
মনে রাখো: 16 আউন্স (বা oz) = 1 পাউন্ড (বা lb) ।

মেট্রিক পরিমাপে পরিবর্তন করতে —

1 আউন্স = 28.3495 গ্রাম; এবং 1 পাউন্ড = 453.592 গ্রাম ।

তরল পদার্থ পরিমাপের একক

তরল পদার্থের নিজস্ব কোনও আয়তন নেই। তাই তরল পদার্থ মাপার জন্য আমরা একটি নির্দিষ্ট আয়তনকে তরল পদার্থ রাখার পাত্র হিসাবে ভেবে নিই। এই পাত্রটি হল দৈর্ঘ্য, প্রস্থ, ও উচ্চতায় 10 সেন্টিমিটার করে। এর আয়তন হয় 10 সে.মি. x10 সে.মি. x10 সে.মি. = 1000 সে.মি.^{3} বা 1000 সিসি। আমরা পরে আয়তনের পরিমাপ শিখব। এই আয়তনের মধ্যে যে পরিমান তরল পদার্থ ধরে সেই পরিমানকে ধরা হয় 1 লিটার (=1000 সিসি বা cc)।



এই পরিমানটিকে একক ধরে আমরা তরল পদার্থের পরিমানকে মাপতে পারি। মাপার জন্য বিভিন্ন পাত্র পাওয়া যায়, যার গায়ে স্কেলের মতো দাগ দিয়ে কতটা তরল পদার্থ আছে বোঝানো হয় উচ্চতা দিয়ে।

তরল পদার্থ পরিমাপে আউন্সও ব্যবহার হয়। <u>ওজনের পরিমাপটি থেকে এই আউন্স আলাদা</u>। তাই একে তরলের মাপ বোঝাতে ফ্লুইড আউন্স বা fl oz বলা হয়। মনে রাখতে হবে, 1 আউন্স = 29.57 মিলিলিটার। অনেক সময় পরিমাপ হিসাবে গ্যালন ব্যবহার করা হয়। কিন্তু, গ্যালনের মাপটি বিভিন্ন দেশে বিভিন্ন হতে দেখা যায়। বৃটিশ বা ইম্পিরিয়াল মাপে, imperial 1 গ্যালন = 4.55 লিটার। আমেরিকা মহাদেশে ব্যবহার হয় US গ্যালন = 3.8 লিটার ।

11.2 মেট্রিক পরিমাপে একক পরিবর্তন করা

এককগুলি পরিবর্তন করার সময় প্রথমেই জেনে রাখতে হবে আমরা কী করতে চাই। দুই রকম হতে পারে—বড় থেকে ছোট এককে প্রকাশ করা, অথবা ছোট থেকে বড় এককে প্রকাশ করা। বড় থেকে ছোট এককে প্রকাশ করতে আমাদের ধাপে ধাপে গুণ করতে হবে 10, 100, 1000, 10000 ইত্যাদি দিয়ে। আর, ছোট থেকে বড় এককে যেতে গেলে আমাদের একই ভাবে ভাগ করতে হবে।

উদাহরণ 1. **বড় থেকে ছোট এককে প্রকাশ করা**

a) 7 ডেকামিটার 9 মিটারকে সেন্টিমিটার ও মিলিমিটারে লেখ।

7 ডে.মি. 9 মি. = 70 মি. + 9 মি. (কারণ, 1 ডে.মি. =10 মি.)
= 79 মি x 100 সে.মি. (1মি. =100 সে.মি.)
= 7900 সে.মি. উত্তর

= 7900 x 10 মি..মি. (1সে.মি =10 মি..মি.)
= 79000 মি..মি. উত্তর

b) 5 কেজি 7 হে.গ্রা. 3 ডে.গ্রা.-কে গ্রাম ও সেন্টিগ্রামে লেখ।

5 কেজি 7 হে.গ্রা. 3 ডে.গ্রা. = 5x1000 +7x100 +3x10 গ্রা.
(কারণ, 1 কেজি =1000 গ্রা., 1 হে.গ্রা. =100 গ্রা., 1 ডে.গ্রা. =10 গ্রা.)
= 5000 +700 +30 গ্রা.
= 5730 গ্রা. উত্তর
= 5730 x100 সে.গ্রা. (1গ্রা. =100 সে.গ্রা.)
= 573000 সে.গ্রা. উত্তর

উদাহরণ 2. **ছোট থেকে বড় এককে প্রকাশ করা**

a) 5347 লিটারকে কিলোলিটার, হেক্টোলিটার, ডেকালিটার, ও লিটারে লেখ।

5347 লিটার = 5000+300+40+7 লিটার

= 5000÷1000 কি.লি. +300÷100 হে.লি. + 40÷10 ডে.লি. +7 লি.

= 5 কি.লি. 3 হে.লি. 4 ডে.লি. 7 লি. উত্তর

b) 7455 সেন্টিমিটারকে ডেকামিটার, মিটার, ডেসিমিটার, ও সেন্টিমিটারে লেখ।

7455 সেন্টিমিটার =7000+400+50+5 সেন্টিমিটার

=7000÷1000 ডে.মি. +400÷100 মি. + 50÷10 ডেসিমি.. +5 সে.মি.
(কারণ, 1 ডে.মি. =10 মি.. = 100 ডেসিমি.. =1000 সে.মি.,
1 মি. =10 ডেসিমি.. =100 সে.মি., 1 ডেসিমি.. =10 সে.মি.)
=7 ডে.মি. 4 মি. 5 ডেসিমি.. 5 সে.মি. <u>উত্তর</u>

অনুশীলন 11.1

1. মিলিমিটারে প্রকাশ করো
   a. 79 মি. 35 সে.মি. 8 মি..মি. b. 32 মি. 51 সে.মি. 12 মি..মি.
   c. 3 কি.মি. 12 মি. 16 সে.মি. d. 7 ডে.মি. 4 মি. 5 ডেসিমি.. 5 সে.মি.
2. সেন্টিগ্রামে প্রকাশ করো
   a. 17 গ্রা. 31 ডেসিগ্রা. b. 72 কেজি 33 গ্রা.
   c. 15 কেজি 7 হে.গ্রা. 3 ডে.গ্রা. d. 71 হে.গ্রা. 8 ডে.গ্রা. 3 গ্রা.
3. লিটারে প্রকাশ করো
   a. 14 ডে.লি. 7 লি. b. 31 হে.লি. 8 ডে.লি.
   b. 15 কি.লি. 3 হে.লি. 4 ডে.লি. d. 42 কি.লি. 9 ডে.লি. 7 লি.
4. 2345 লিটারকে কিলোলিটার, হেক্টোলিটার, ডেকালিটার ও লিটারে লেখ।
5. 4356 সেন্টিমিটারকে ডেকামিটার, মিটার, ডেসিমিটার ও সেন্টিমিটারে লেখ।
6. 6085 মিলিগ্রামকে গ্রাম, ডেসিগ্রাম, সেন্টিগ্রাম ও মিলিগ্রামে লেখ।

উত্তর 11.1

	a.	b.	c.	d.
1.	79358	32522	3012160	74550
2.	2010	7203300	1573000	718300
3.	147	3180	15340	42097
4.	2 কি.লি.	3 হে.লি.	4 ডে.লি.	5 লি.
5.	4 ডে.মি.	3 মি.	5 ডেসিমি..	6 সে.মি.
6.	6 গ্রা.		8 সে.গ্রা.	5 মি.গ্রা.

11.3 মেট্রিক পরিমাপের যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগ

মেট্রিক পদ্ধতির সবচেয়ে বড় সুবিধা হল, সাধারণ অঙ্ক কষার নিয়মেই যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগ করা যাবে। এর কারণ, সংখ্যার স্থানীয় মান যেভাবে বলা হয় দশ-কে ভিত্তি করে, মেট্রিক পরিমাপগুলিও দশ-কে ভিত্তি করে সাজানো হয়।

দশ-য়ের থেকে বড় সংখ্যার কোনও একটি (কিলোর কম) পরিমাপকে সহজেই এইভাবে সাজিয়ে নিতে পারি। সংখ্যাটির শেষ একক অঙ্কটিকে তার পরিমাপটির ঘরে লিখে, আমার এক এক করে বাঁদিকের অঙ্কগুলিকে পর পর আগের পরিমাপগুলির ঘরে লিখব। কিলো পরিমাপটি হল সবচেয়ে বড় (ওজন পরিমাপের ক্ষেত্রে কুইন্টাল ও টন হয়), তাই কিলো পরিমাপটিতে দশক বা তার থেকেও বড় সংখ্যা আসতে পারে, যা অন্য পরিমাপগুলিতে হবে না।

পরিমাপ	কিলো	হেক্টো	ডেকা	মিটার	ডেসি	সেন্টি	মিলি
5678মিটার	5	6	7	8			
2045 ডেসিমিটার		2	0	4	5		
3407 মিলিমিটার				3	4	0	7
8003045মিলিমিটার	8	0	0	3	0	4	5
7350 মিটার	7	3	5	**0**			
25103890মিলিমিটার	25	1	0	3	8	9	**0**

শূন্যগুলি বসানো বিশেষ করে লক্ষ করো।

যোগ, বিয়োগ, গুণ, ভাগ করার সময় আমরা সংখ্যার নিয়মেই, কোনও ঘরের যোগফল একক অঙ্কের থেকে বেশি হলে দশক অঙ্কটিকে আগের ঘরে যোগ করব। আবার, বিয়োগ করার সময় আগের ঘর থেকে 1 ধার নিয়ে পরের ঘরে আনলে তাকে ধরতে হবে 10।

উদাহরণ 1. যোগ করো

মিটার	ডেসি	সেন্টি	মিলি
2^{+1}	7^{+1}	4^{+1}	3
4	5	6	8
7	3	1	1

কিলো	হেক্টো	ডেকা	গ্রাম
8	8^{+1}	6^{+1}	7
4	0	9	8
12	9	6	5

উদাহরণ 2. যোগ করো

মিটার	ডেসি	সেন্টি	মিলি
2^{+2}	7^{+1}	4^{+2}	3
3	4	5	7
4	5	6	8
7	3	1	9
18	0	8	7

কিলো	হেক্টো	ডেকা	গ্রাম
8^{+3}	8^{+2}	6^{+2}	7
5	9	4	5
4	4	9	8
15	9	6	5
35	2	7	5

উদাহরণ 3. বিয়োগ করো

লিটার	ডেসি	সেন্টি	মিলি
7^{-1}	3^{-1}	4^{-1}	3
4	5	6	5
2	7	7	8

কিলো	হেক্টো	ডেকা	লিটার
8	8^{-1}	6^{-1}	7
4	0	9	8
4	7	6	9

উদাহরণ 4. গুণ করো

লিটার	ডেসি	সেন্টি	মিলি
5^{+6}	7	0^{+5}	6
		x	9
51	3	5	4

কিলো	হেক্টো	ডেকা	লিটার
3^{+3}	4^{+5}	6^{+6}	8
		x	8
27	7	4	4

উদাহরণ 4. ভাগ: 74 কি.মি. 8 হে.মি. 9 ডে.মি. 8 মি. কে 9 দিয়ে ভাগ করো

9 | 74 কি.মি. 8 হে.মি. 9 ডে.মি. 8 মি. | 8কি.মি. 3হে.মি. 2ডে.মি. 2মি.

72 কি.মি.

28 হে.মি. (কারণ, 2 কি.মি. = 20 হে.মি.)

27 হে.মি.

19 ডে.মি. (কারণ, 1হে.মি. = 10ডে.মি.)

18 ডে.মি.

18 মি. (কারণ, 1ডে.মি. = 10মি.)

18 মি.

0

উত্তর: ভাগফল 8কি.মি. 3হে.মি. 2ডে.মি. 2মি:. ভাগশেষ 0

লক্ষ করো: এই ভাগটি কিন্তু আরও সহজে করা যায়।

74 কি.মি. 8 হে.মি. 9 ডে.মি. 8 মি. =74898মি. । এই সংখ্যাটিকে আমরা 9 দিয়ে ভাগ করলে ভাগফল পাই 8322 = 8 কি.মি. 3 হে.মি. 2 ডে.মি. 2 মি. ।

সহজ পদ্ধতি: মেট্রিক পদ্ধতির পরিমাপগুলির যোগ, বিয়োগ, গুণ, ভাগ আমরা সহজ উপায়ে সাধারণ সংখ্যা ধরে নিয়ে করতে পারব। এটা করার সময় লক্ষ রাখতে হবে, সংখ্যাগুলির পরিমাপ যেন একই হয়। সংখ্যা হিসাবে লেখার সময় মাঝের কোনও পরিমাপ শূন্য হওয়ার জন্য বলা না থাকলেও তার জায়গায় শূন্য লিখতে ভুল যেন না হয়। যেমন, 7 মি. 8 সেন্টি.মি. মানে কিন্তু 708 সেন্টি.মি.। উত্তরটি লেখার সময় আবার পরিমাপগুলিতে ভেঙে লিখতে হবে।

উদাহরণ 5. যোগ করো: 4 কেজি 7 গ্রাম ও 12 গ্রাম 5 সেন্টিগ্রাম।

4 কেজি 7 গ্রাম	=	4007 গ্রাম	=	400700 সেন্টিগ্রাম
12 গ্রাম 5 সেন্টিগ্রাম	=			1205 সেন্টিগ্রাম
				401905 সেন্টিগ্রাম

এবারে পরিমাপটিকে স্থানীয় মানে বসাতে হবে, নিচের মতো করে।

পরিমাপ	কিলো	হেক্টো	ডেকা	গ্রাম	ডেসি	সেন্টি	মিলি
401905 সেন্টিগ্রাম =	4	0	1	9	0	5	

উত্তর: 4 কেজি 1 ডেকাগ্রাম 9 গ্রাম 5 সেন্টিগ্রাম ।

অনুশীলন 11.2

1. যোগ করো

a.

মিটার	ডেসি	সেন্টি	মিলি
3	6	9	3
4	5	6	8

b.

কিলো	হেক্টো	ডেকা	গ্রাম
7	8	5	5
4	0	9	8

c.

লিটার	ডেসি	সেন্টি	মিলি
2	7	4	5
7	5	0	3
4	2	6	6
8	1	9	7

d.

কিলো	হেক্টো	ডেকা	গ্রাম
7	7	8	5
8	6	5	8
5	7	7	8
12	8	7	6

2. বিয়োগ করো

a.

লিটার	ডেসি	সেন্টি	মিলি
5	0	4	3
3	3	7	8

b.

কিলো	হেক্টো	ডেকা	লিটার
9	5	3	7
5	5	9	8

c.

লিটার	ডেসি	সেন্টি	মিলি
6	5	2	3
3	7	8	6

d.

কিলো	হেক্টো	ডেকা	লিটার
8	3	6	5
4	7	9	8

3. গুণ করো

a.

লিটার	ডেসি	সেন্টি	মিলি
3	8	0	7
		x	9

b.

কিলো	হেক্টো	ডেকা	লিটার
9	3	7	8
		x	6

c.	লিটার	ডেসি	সেন্টি	মিলি
	5	7	0	6
			x	12

d.	কিলো	হেক্টো	ডেকা	লিটার
	3	4	6	8
			x	15

4. ভাগ করো

a. 2 কি.মি. 9 হে.মি. 7 ডে.মি. 6 মি. ÷ 8

b. 15 কি.মি. 7 হে.মি. 5 ডে.মি. 7 মি. ÷ 7

c. 24 কি.মি. 7 হে.মি. 3 ডে.মি. 2 মি. ÷ 12

d. 30 কি.মি. 3 হে.মি. 4 ডে.মি. 5 মি. ÷ 15

উত্তর 11.2

	a.	b.	c.	d.
1.	8 মি. 2 ডেসিমি. 6 সে.মি. 1 মি.মি.	11 কেজি 9হে.গ্রা. 5 ডে.গ্রা. 3 গ্রা.	22লি. 7ডেসিলি. 1 সে.লি. 1মি.লি.	32কেজি 9 ডে.গ্রা. 7 গ্রা.
2.	1লি. 6 ডেসিলি. 6 সে.লি. 5মি.লি.	3কি.লি. 9হে.লি. 3 ডে.লি. 9 লি.	2 লি. 7 ডেসিলি. 3 সে.লি. 7 মি.লি.	3কি.লি. 5হে.লি. 6 ডে.লি. 7লি.
3.	34লি. 2ডেসিলি. 6 সে.লি. 3 মি.লি.	56কি.লি. 2 হে.লি. 6 ডে.লি. 8 লি.	68লি. 4 ডেসিলি. 7 সে.লি. 2 মি.লি.	52কি.লি. 2 ডে.লি.
4.	3 হে.মি. 7 ডে.মি. 2 মি.	2 কি.মি. 2 হে.মি. 5 ডে.মি. 1মি.	2 কি.মি. 6 ডে.মি. 1 মি.	2 কি.মি. 2 ডে.মি. 3 মি.

11.4 দশমিক ভগ্নাংশে মেট্রিক পরিমাপ

মেট্রিক পরিমাপগুলির বিশেষত্ব হল এগুলিকে সরাসরি দশমিক ভগ্নাংশে প্রকাশ করা যায়, পর পর 10 দিয়ে ভাগ করে। নিচে এর কিছু উদাহরণ দেওয়া হল মিটার দিয়ে। একই ভাবে আমরা গ্রাম বা লিটারকেও প্রকাশ করতে পারব।

মিটার	= ডেসিমিটার	= সেন্টিমিটার	= মিলিমিটার
0.005	0.05	0.5	5
0.037	0.37	3.7	37
0.5	5	50	500
2.8	28	280	2800

কিলোমিটার	= হেক্টোমিটার	= ডেকামিটার	= মিটার
0.001	0.01	0.1	1
0.435	4.35	43.5	0.435

0.750	7.5	75	750
0.500	5	50	500
5.708	57.08	570.8	5708

এইভাবে দশমিক ভগ্নাংশে লেখার সুবিধা হল, আমরা মেট্রিক পরিমাপগুলির যোগ, বিয়োগ, গুণ, ভাগ সহজেই দশমিক ভগ্নাংশের নিয়মেই করতে পারব। শুধু খেয়াল রাখতে হবে যাতে পরিমাপটির এককটি একই থাকে।

অনুশীলন 11.3 দশমিকে লিখে দেখো ঠিক লিখেছ কিনা

লেখো	a. দশমিক মিটারে	b. দশমিক লিটারে	c. দশমিক গ্রামে
1.	4মি. 75সে.মি.	7লি. 5সে.লি.	12গ্রা. 8সে.গ্রা.
2.	7মি. 7ডেসিমি. 9সে.মি.	2লি. 7ডেসিলি. 3সে.লি.	3গ্রা. 6ডেসিগ্রা. 2সে.গ্রা.
3	4ডেসিমি. 5মি.মি.	14ডেসিলি. 3মি.লি.	7ডেসিগ্রা. 25মি.গ্রা.
4.	75সে.মি. 4মি.মি.	22সে.লি. 4মি.লি.	17সে.গ্রা. 9মি.গ্রা.
লেখো	a. দশমিক কিলোগ্রামে	b. দশমিক সেন্টিলিটারে	c. দশমিক কিলোমিটারে
5.	2কি.গ্রা. 3হে.গ্রা. 4ডে.গ্রা.	2কি.লি. 30লি. 14মি.লি.	2কি.মি. 3হে.মি. 4ডে.মি.
6.	12কি.গ্রা. 4গ্রা.	6হে.লি. 4লি. 8মি.লি.	12কি.মি. 4মি.
7.	4ডে.গ্রা. 5গ্রা.	7 সে.লি. 4মি.লি.	5মি. 7 সে.মি.
8.	500গ্রা. 30 সে.গ্রা.	50লি. 3 সে.লি. 4মি.লি.	50মি. 3 সে.মি. 4মি.মি.

অনুশীলন 11.4 মেট্রিক পরিমাপগুলিতে ভেঙে লেখো

	a.	b.	c.
1.	4.75মি.	7.05লি.	12.08গ্রা.
2.	7.79মি.	2.73.লি.	3.62গ্রা.
3	0.405মি.	1.403লি.	0.725গ্রা.
4.	0.0754মি.	0.224লি.	0.179গ্রা.
5.	2.34কি.গ্রা.	2.03014কি.লি.	2.34কি.মি.
6.	12004কি.গ্রা.	0.604008কি.লি.	12.004কি.মি.
7.	0.045কি.গ্রা.	0.000074কি.লি.	0.00507কি.মি.
8.	0.503কি.গ্রা.	50.000034কি.লি.	0.050034 কি.মি.

অনুশীলন 11.5

1. রঞ্জিতের মুদির দোকানে 123 কেজি 340 গ্রাম চাল আছে। তার থেকে সে 32 কেজি 250 গ্রাম চাল সহদেবকে ও 67 কেজি 750 গ্রাম চাল সঞ্জীবকে বিক্রি করল। রঞ্জিতের কাছে এখন কত চাল রইল?
2. পাড়ার পিকনিকে 12 জন প্রত্যেকে দিল 2 কেজি 500 গ্রাম করে চাল, ও 7 জন প্রত্যেকে দিল 1 কেজি 750 গ্রাম করে ডাল। মোট কত চাল, ও কত ডাল হল?
3. এক একজন যদি মাথাপিছু 225 গ্রাম চালের ভাত খায়, তাহলে 1 কেজি 575 গ্রাম চালে কত জন খেতে পারবে?
4. একটি জলের ড্রামে 175 লিটার জল ধরে। একটি বালতিতে যদি 12 লিটার 50 সেন্টিলিটার জল তোলা যায়, তাহলে ড্রামটি ভরতে কত বালতি জল লাগবে?
5. বোলপুর থেকে কলকাতা 192 কিলোমিটার 330 মিটার, ও কলকাতা থেকে বর্ধমান 107 কিলোমিটার 750 মিটার। তাহলে বোলপুর থেকে বর্ধমান কতটা দূর?

উত্তর 11.5

1.	23 কেজি 340 গ্রা.	2.	30 কেজি চাল; 12কেজি 250 গ্রা. ডাল		
3.	7 জন	4.	14 বালতি	5.	84কি.মি. 580মি.

পাঠ 12. ভারতীয় মুদ্রার পরিমাপ

যেকোনও কিছু কিনতেই আমাদের টাকাপয়সা লাগে। তাই আমরা কাজ করে টাকাপয়সা উপার্জন করি, ও তা দিয়ে প্রয়োজনীয় জিনিসপত্র কিনি। আর পারলে কিছু টাকাপয়সা সঞ্চয়ও করি। টাকাপয়সাগুলো বাজারে আসে ব্যাংক থেকে। সব দেশেরই নিজস্ব টাকাপয়সা আছে ও তাদের আলাদা নামও আছে। এমনিতে টাকাপয়সাকে বলা হয় মুদ্রা (ইংরেজিতে, মানি)। টাকাপয়সা বা মুদ্রার দুটি ধরন হয় ধাতু মুদ্রা (ইংরেজিতে, কয়েন) ও কাগজের মুদ্রা (ইংরেজিতে, কারেন্সি নোট বা শুধু নোট)। ভারতীয় টাকাপয়সার নাম **রুপি** (ইংরেজিতে, Rupee), যাকে লেখা হয় ₹ চিহ্ন দিয়ে।

টাকাপয়সা দিয়ে জিনিসপত্রের কেনা ও বেচা হয়, তাই যেকোনও কেনাবেচার জিনিসের দাম মাপা হয় টাকাপয়সা দিয়ে। যেমন, ধরা যাক একটি পেন্সিলের দাম ₹3, এক লিটার দুধের দাম ₹20, এক কেজি চালের দাম ₹40, এক প্যাকেট বিস্কুটের দাম ₹5 টাকা। তাহলে আমরা বলতে পারব, 4টি পেন্সিল কিনতে ₹12, 3 লিটার দুধ কিনতে ₹60, 7 কেজি চাল কিনতে ₹280, 5 প্যাকেট বিস্কুট কিনতে ₹25 লাগবে। যত টাকাপয়সা কিনতে লাগল, বা বিক্রী করে দোকানদার পেল, তাকে আমরা বলি জিনিসগুলোর মূল্য (ইংরেজিতে ভ্যালু)। এখানে যোগ করে সবগুলির মোট মূল্য হল ₹377।

12.1 ভারতীয় মুদ্রার একক

টাকাপয়সা দিয়ে জিনিসপত্রের মূল্য পরিমাপের ভারতীয় একক হল এক রুপি, ₹ 1 (যাকে আমরা বলি 1 টাকা)। এই 1 টাকাকে আবার শতাংশে ভাগ করে আমরা 1 পয়সা পাই। মানে 100 পয়সায় 1 টাকা। পয়সাকে লেখা হয় p দিয়ে। রুপি ও পয়সার পরিমাপ আমরা দশমিক ভগ্নাংশ দিয়ে বুঝতে পারি।

100p = ₹1 50p = ₹0.5 25p = ₹0.25 1p = ₹0.01

সুতরাং, ₹42.57 মানে হল 42 টাকা 57 পয়সা বা ₹42 ও 57p।

টাকাপয়সার লেনদেন বা কেনাকাটা সুবিধার জন্য দেশের সরকার বিভিন্ন মূল্য পরিমাপের ধাতু মুদ্রা ও নোট ঠিক করে দেয়, যা আমরা ব্যবহার করি। আগে 1 পয়সা, 2 পয়সা, 3 পয়সা, 10 পয়সা, 20 পয়সা ব্যবহার হত। আজকাল সব জিনিসেরই দাম বেড়ে যাওয়ায় ওগুলি আর ব্যবহার হয় না। এমনকি 25 পয়সা, 50 পয়সাও খুবই কম ব্যবহার হয়। তাহলেও দাম জুড়ে মোট মূল্য হিসাবের সময় পয়সা থাকে। নিচে ভারতীয় মুদ্রা বা টাকা পয়সার ছবি দেখে নাও।

ধাতু মুদ্রা, ইংরেজিতে Coin (কয়েন) – ভারতীয়

টাকা বা কাগজের নোট, ইংরেজিতে Currency (কারেন্সি) – ভারতীয়

অনুশীলন 12.1

1. টাকায় (₹) প্রকাশ করো

300 p	700 p	1200 p	34000 p
187 p	2307 p	80004 p	1201005 p

2. পয়সায় (p) প্রকাশ করো

₹32	₹47	₹355	₹231
₹507	₹912	₹401	₹1209

3. দশমিকে প্রকাশ করো

₹30 ও 7p	₹100 ও 30 p	₹122 ও 97 p	₹304 ও 9p
₹34 ও 57p	₹8010 ও 20p	₹10 ও 10p	₹10 ও 1p

4. টাকা (₹) ও পয়সায় (p) প্রকাশ করো

₹30.57	₹100.58	₹100.10	₹100.01
₹34.22	₹3004. 01	₹999.9	₹333.03

12.2 টাকাপয়সার যোগ, বিয়োগ, গুণ, ও ভাগ

টাকাপয়সার যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগ করার একটা পদ্ধতি হল, আগে সবগুলি টাকা ও পয়সাকে পয়সায় প্রকাশ করে নেওয়া। প্রথমে টাকার সংখ্যাটিকে 100 দিয়ে গুণ করে পয়সায় নিয়ে এসে তার সাথে পয়সার সংখ্যাটিকে যোগ করে সবটাই পয়সায় লিখে নিতে হবে ও তারপর সংখ্যাগুলি নিয়ে যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগ করা যাবে সাধারণ সংখ্যা হিসাবে। উত্তরটা আসবে পয়সায়, ও তাই তাকে আবার 100 দিয়ে ভাগ করে টাকা ও পয়সায় লিখতে হবে।

উদাহরণ 1. যোগ করো: ₹34 p78 + ₹73 p57

₹34 p78 = p 34x 100+78 = p 3400+78 = p 3478
₹73 p57 = p 73x 100+57 = p 7300+57 = p 7357
p10835

উত্তর: p10835 = ₹10835÷100 = ₹108.35 = ₹108 p35

উদাহরণ 2. বিয়োগ করো: ₹73 p57 – ₹34 p78

₹73 p57 = p 73x 100+57 = p 7300+57 = p 7357
₹34 p78 = p 34x 100+78 = p 3400+78 = p 3478
p 3879

উত্তর: p 3879 = ₹3879÷100 = ₹38.79 = ₹38 p79

উদাহরণ 3. গুণ করো: ₹43 p85 x 4

₹43 p85 = p 43x 100+85 = p 4300+85 = p 4385

$$\begin{array}{r} p\,4385 \\ \underline{\times\ 4} \\ p17540 \end{array}$$

উত্তর: p 17540 = ₹17540÷100 = ₹175.40 = ₹175 p40

উদাহরণ 4. ভাগ করো: ₹81 p45÷ 9

₹81 p45 = p 81x 100+45 = p 8100+45 = p 8145

$$\begin{array}{r|l|l} 9 & 8145 & 905 \\ & \underline{81} & \\ & \ \ 45 & \\ & \ \ \underline{45} & \\ & \ \ \ 0 & \end{array}$$

উত্তর: p 905 = ₹905÷100 = ₹9.05 = ₹9 p5

অনুশীলন 12.2

	a. যোগ করো	b. বিয়োগ করো	c. গুণ করো	d. ভাগ করো
1.	₹203 p54	₹ 23 p27	₹73 p57	₹73 p55
	+ ₹ 85 p65	– ₹ 17 p82	x 5	÷ 5
2.	₹623 p8	₹203 p62	₹103 p18	₹102 p 87
	+ ₹288 p97	– ₹112 p73	x 9	÷9
3.	₹123 p56	₹123 p27	₹703 p43	₹723 p48
	+ ₹ 94 p9	– ₹104 p82	x 12	÷12
4.	₹786 p87	₹237 p06	₹227 p67	₹227 p59
	+ ₹112 p43	– ₹ 98 p18	x 11	÷ 11

উত্তর 5.7

	a.	b.	c.	d.
1.	₹289 p19	₹5 p45	₹367 p85	₹14 p71
2.	₹912 p05	₹90 p89	₹928 p62	₹11 p 43
3.	₹217 p65	₹18 p45	₹8441 p16	₹60 p29
4.	₹899 p30	₹138 p88	₹2504 p37	₹20 p69

ছোট সংখ্যার সহজ পদ্ধতি: অনেক সময়েই টাকাপয়সার হিসাব এভাবে লিখে করার সুযোগ থাকে না, বিশেষত দোকানবাজার করার সময়। তাই টাকাপয়সার ছোটখাটো হিসাব আমাদের মনে মনেই করে নিতে হয়। মনে মনে হিসাব করার জন্য আমরা প্রথমে পয়সার হিসাবটা করে নিই ও সেটার টাকার অংশ ও

পয়সার অংশ যা পাই তা মনে রাখি। এরপর টাকার অংশের হিসাব করে তার সাথে একে যোগ করে নিই।

যোগ করা

পয়সাগুলির যোগফলটি একশতের বেশি হতে পারে। আমরা জানি 100 পয়সায় 1 টাকা। তাই পয়সার যোগফলটি 100-র বেশি হলে 1 টাকা, 200-র বেশি হলে 2 টাকা—এইভাবে টাকার অংশটি আলাদা করে হাতে রেখে বাকি পয়সার অংশটি পয়সা হিসাবে লিখব। এরপর টাকার অংশটি যোগ করে নিয়ে হাতে রাখা টাকাকেও যোগ করে নেব ও যোগফলটি টাকা হিসাবে লিখব।

উদাহরণ 5. যোগ করো: ₹62 p53 + ₹43 p78

এখানে আমরা আগে পয়সার অংশটি যোগ করব।

p53 + p78 = p131 = ₹1 p31

এবারে টাকার অংশটি যোগ করব ও তার সাথে এই 1 টাকাও যোগ করে নেব।

₹62 + ₹43 + ₹1 = ₹105+ ₹1 = ₹106

এবারে টাকা ও পয়সার অংশটিকে পাশাপাশি লিখে পাই আমাদের উত্তর।

উত্তর ₹106 p31।

বিয়োগ করা

এই পদ্ধতিতে বিয়োগ করার সময় এমন হতে পারে যে পয়সার অংশটিতে বিয়োগ করতে টাকার অংশ থেকে 1 টাকা বা 100 পয়সা ধার নিতে হবে। তেমন হলে এই 1 টাকাটিকে আমরা পরে টাকার অংশেও বিয়োগ করে নেব।

উদাহরণ 6. বিয়োগ করো: ₹62 p53 – ₹43 p78

আগে পয়সার অংশটি বিয়োগ করব। যেহেতু 53 পয়সা থেকে 78 পয়সা বিয়োগ করা যায় না তাই টাকার অংশ থেকে <u>1 টাকা বা 100 পয়সা ধার</u> নিয়ে 153 পয়সা থেকে 78 পয়সা বিয়োগ করব।

p153 – p78 = p75

এবারে টাকার অংশটি বিয়োগ করব ও তার থেকে ওই 1 টাকাও বিয়োগ করব।

₹62 – ₹43 – ₹1 = ₹61– ₹43 = ₹18

এবারে টাকা ও পয়সার অংশটিকে পাশাপাশি লিখে পাই আমাদের উত্তর।

উত্তর ₹18 p75।

গুণ করা

গুণের সময়ও পয়সাকে গুণ করে গুণফলটি 100-র বেশি পেতে পারি। তাই পয়সার গুণফলটি 100-র বেশি হলে 1 টাকা, 200-র বেশি হলে 2 টাকা — এইভাবে টাকার অংশটি আলাদা করে হাতে রেখে বাকি পয়সার অংশটি পয়সা

হিসাবে লিখব। পরে টাকার অংশটিকে গুণ করে নিয়ে হাতে রাখা টাকাকেও যোগ করে নেব ও যোগফলটি টাকা হিসাবে লিখব।

উদাহরণ 7. গুণ করো: ₹43 p85 x 4

আমরা আগে পয়সার অংশটি গুণ করব।

p85 x 4 = p340 = ₹3 p40

এবারে টাকার অংশটি গুণ করব ও তার সাথে ওই 3 টাকাও যোগ করে নেব।

₹43 x 4+ ₹3 = ₹172+ ₹3 = ₹175

এবারে টাকা ও পয়সার অংশটিকে পাশাপাশি লিখে পাই আমাদের উত্তর।

উত্তর: ₹175 p40।

ভাগ করা

ভাগ করার সময় মনে রাখতে হবে যে সর্বদা নিঃশেষে ভাগ নাও হতে পারে, অর্থাৎ ভাগশেষ থেকে যেতে পারে। দ্বিতীয়ত, আমরা <u>এখানে আগে পয়সার অংশ নয়, টাকার অংশটিকে ভাগ করব</u>। ভাগশেষ থাকলে তাকে 100 গুণ করে পয়সায় করে নেব ও পয়সার অংশে যোগ করে নেব। তারপর পয়সার অংশটিকে ভাগ করব।

উদাহরণ 8. ভাগ করো: ₹127 p25 ÷ 5

আমরা আগে টাকার অংশটিকে ভাগ করব।

₹127 ÷ 5 = ₹25, ভাগশেষ ₹2 = p 200

ভাগশেষ p200 পয়সার অংশে যোগ করে পাই p225, যাকে আমরা এবারে ভাগ করব। p225÷ 5 = p 45

এবারে টাকা ও পয়সার অংশটিকে পাশাপাশি লিখে পাই আমাদের উত্তর।

উত্তর: ₹25 p45।

অনুশীলন 12.3 না লিখে মনে মনে করো

	a. যোগ করো	b. বিয়োগ করো	c. গুণ করো	d. ভাগ করো
1.	₹50 p50 + ₹10 p25	₹23 p27 – ₹20 p20	₹8 p50 x 5	₹15 p55 ÷ 5
2.	₹65 p08 + ₹14 p92	₹33 p75 – ₹20 p50	₹12 p30 x 4	₹14 p04 ÷4
3.	₹23 p17 + ₹76 p93	₹31 p22 – ₹12 p42	₹40 p25 x 8	₹62 p40 ÷12
4.	₹24 p65 + ₹11 p55	₹14 p15 – ₹12 p18	₹20 p63 x 10	₹20 p70 ÷ 9

উত্তর 12.3

	a.	b.	c.	d.
1.	₹60 p75	₹3 p07	₹42 p50	₹3 p11
2.	₹80	₹13 p25	₹49 p20	₹3 p51
3.	₹100 p10	₹18 p80	₹483	₹5 p20
4.	₹36 p20	₹1 p97	₹206 p30	₹2 p30

দশমিক পদ্ধতি: টাকাপয়সার বড় বড় যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগ করার সহজ পদ্ধতি হবে সরাসরি দশমিক সংখ্যায় টাকাপয়সাগুলিকে লিখে নিয়ে যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগ করা। টাকা ও পয়সার সংখ্যাগুলিকে দশমিক সংখ্যায় ওপর-নিচে লেখার সময় খেয়াল রেখো দশমিক বিন্দুটি যেন একই লাইনে থাকে।

উদাহরণ 1. যোগ করো: ₹34 p78 + ₹73 p57

টাকা ₹			পয়সা p	
$^{+1}$	3	4^{+1}	7^{+1}	8
	7	3	5	7
1	0	8	3	5

উত্তর ₹108. 35

উদাহরণ 2. যোগ করো: ₹103 p32 + ₹114 p57 + ₹183 p47

টাকা ₹			পয়সা p	
1^{+1}	0^{+1}	3^{+1}	3^{+1}	2
1	1	4	5	7
1	8	3	4	7
4	0	1	3	6

উত্তর ₹401. 36

উদাহরণ 3. বিয়োগ করো: ₹252 p23 – ₹143 p78

টাকা ₹			পয়সা p	
2	5^{-1}	2^{-1}	2^{-1}	3
1	4	3	7	8
1	0	8	4	5

উত্তর ₹108. 45

উদাহরণ 4. গুণ করো: ₹453 p78 x 43

টাকা ₹					পয়সা p	
		4	5	3	7	8
				x	4	3
	1	3	6	1	3	4
1	8	1	5	1	2	0
1	9	5	1	2	5	4

উত্তর ₹19512. 54

উদাহরণ 5. ভাগ করো: ₹4055 p25 ÷ 15

দশমিক সংখ্যাকে অখণ্ড সংখ্যা দিয়ে ভাগ করা শিখেছি। এই ভাগটা সেইভাবে করব।

15 | 4055.25 | 270.35
30
105
105
52
45
75
75
0   উত্তর ₹270. 35।

উদাহরণ 6. প্রত্যেককে 169 টাকা 70 পয়সা করে দিলে 1018 টাকা 20 পয়সা থেকে কতজনকে দেওয়া যাবে?

এই হিসাবটা করতে আমাদের 1018 টাকা 20 পয়সাকে ভাগ করতে হবে 169 টাকা 70 পয়সা দিয়ে, বা 1018.20-কে ভাগ করতে হবে 169.70 দিয়ে। আমরা একটি দশমিক সংখ্যাকে আরেকটি দশমিক সংখ্যা দিয়ে ভাগ করা শিখেছি। এই ভাগটি সেইভাবে করতে হবে।

ভাজকের দশমিক বিন্দুকে ডানদিকে দুই ঘর সরিয়ে পাই 16970 আর সেইমতো ভাজ্যেরও দশমিক বিন্দুকে ডানদিকে দুই ঘর সরিয়ে পাই 101820। ভাগটি তাই করতে হবে 101820-কে 16970 দিয়ে।

এখানে ভাজক হল 5 অঙ্কের ও ভাজ্য হল 6 অঙ্কের। আমরা ভাগটির আন্দাজ করতে দেখব ভাজকের প্রথম দুটি অঙ্ক, মানে 16 দিয়ে ভাজ্যের প্রথম তিনটি অঙ্ক, মানে 101-কে কতবার ভাগ করা যেতে পারে। 16-র নামতা মনে

করে দেখ, 6x16 হল 96, কিন্তু 7x16 জল 112। তাই 6 দিয়ে আমরা ভাগটি করে দেখব। এবারে ভাজককে 6 দিয়ে গুণ করে পাই 6x16970= 101820। সুতরাং, ভাগফল 6 হলেই ভাগটি মিলে যাবে, কোনও ভাগশেষ থাকে না।

```
16970 | 101820 | 6
        101820
        ------
             0
```

উত্তর: 1018 টাকা 20 পয়সা থেকে প্রত্যেককে 169 টাকা 70 পয়সা করে 6 জনকে দেওয়া যাবে ।

অনুশীলন 12.4 দশমিক পদ্ধতিতে করো

	a. যোগ করো	b. বিয়োগ করো	c. গুণ করো	d. ভাগ করো
1.	₹567 p78	₹203 p17	₹87 p17	₹175 p05
	+ ₹110 p57	– ₹107 p28	x 52	÷ 15
2.	₹678 p08	₹336 p25	₹27 p35	₹144 p04
	+ ₹114 p97	– ₹208 p58	x 23	÷4
3.	₹233 p07	₹317 p22	₹40 p25	₹606 p72
	+ ₹716 p93	– ₹128 p47	x 19	÷₹50 p56
4.	₹240 p65	₹143 p15	₹24 p63	₹186 p 84
	+ ₹119 p85	– ₹ 87 p18	x 13	÷ ₹20 p76

উত্তর 12.4

	a.	b.	c.	d.
1.	₹678.35	₹95.89	₹4532.84	₹11. 67
2.	₹793.05	₹127.67	₹629.05	₹36.01
3.	₹950	₹188.75	₹764.75	12
4.	₹360.50	₹55.97	₹320.19	9

12.3 টাকাপয়সার জমা-খরচের হিসাব রাখা

আমাদের সর্বদাই টাকাপয়সার হিসাব রাখতে হয় — সংসারের হিসাব, বাজারের হিসাব, দোকান বা ব্যবসা চালানোর হিসাব, এমনকি চাঁদা তুলে কোনও অনুষ্ঠান করার হিসাব। এই হিসাব রাখার পদ্ধতি হল, টাকাপয়সা যা পাওয়া গেল তাকে জমা (আয়) ও যা খরচ হল তাকে খরচ (ব্যয়) হিসাবে আলাদা করে লিখে রাখা। এরপর জমাগুলিকে যোগ করে মোট জমা ও খরচগুলিকে যোগ করে মোট

খরচ পাওয়া যাবে । মোট জমা থেকে মোট খরচ বিয়োগ করলে কত টাকা হাতে রইল (ইংরেজিতে বলে ব্যালান্স) তা পাওয়া যাবে।

উদাহরণ 1. মনে করো তোমরা পাঁচজন বন্ধু মিলে নিজেরা বাবা-মায়ের কাছ থেকে টাকাপয়সা যে যা পাবে তাই দিয়ে চড়ুইভাতি বা পিকনিক করবে ঠিক করেছ। হিসাব রাখার ভার তোমার। পিকনিকের জন্য টাকা উঠল এই রকম — রাজেশ 35 টাকা 50 পয়সা, স্বপন 43 টাকা 75 পয়সা, রহমত 57 টাকা 20 পয়সা, মিতা 38 টাকা 80 পয়সা, আর কবিতা 33 টাকা 65 পয়সা। এবার যা খরচ হল তা এই রকম — চাল 32 টাকা 80 পয়সা, ডাল 35 টাকা 35 পয়সা, তেল 13 টাকা 75 পয়সা, মশলা 18 টাকা 35 পয়সা, ডিম 45 টাকা, সন্দেশ 50 টাকা। কত টাকা উঠল আর কত খরচ হল ও কত বাঁচল তার হিসাব তুমি কীভাবে দেবে?

উত্তর: বাঁদিকে জমা ও ডানদিকে খরচগুলি লিখে হিসাবটি এই ভাবে দেবে —

জমা	₹	খরচ	₹
রাজেশ	35.50	চাল	32.80
স্বপন	43.75	ডাল	35.35
রহমত	57.20	তেল	13.75
মিতা	38.80	মশলা	18.35
কবিতা	33.65	ডিম	45.00
		সন্দেশ	50.00
মোট জমা	208.90	মোট খরচ	195.25

হাতে রইল (ব্যালান্স):

মোট জমা = 208.90

– মোট খরচ = –195.25

= ₹13.65

সমাধান — 80 পৃষ্ঠায় অনুশীলন 9.1 অঙ্ক 12 থেকে 17

(এই অঙ্কগুলির সমাধানে বিপরীত ভগ্নাংশের ব্যবহার করতে হবে। মনে রাখো, কোনো ভগ্নাংশ থেকে পূর্ণ বা সমস্তের মান পেতে ভগ্নাংশটাকে তার বিপরীত ভগ্নাংশ দিয়ে গুণ করতে হয়। পৃষ্ঠা 78 দেখো।)

12. জলের ওপরে আছে $1-\frac{1}{4}-\frac{1}{8}=1-(\frac{1}{4}+\frac{1}{8})=1-\frac{3}{8}=\frac{5}{8}$ এই অংশের মাপ 5 হাত। তাহলে বিপরীত ভগ্নাংশ $\frac{8}{5}$ দিয়ে গুণ করে পুরো অংশ $(\frac{5}{8} \times \frac{8}{5})$ হবে $5 \times \frac{8}{5}$ হাত বা 8 হাত। তাহলে কাদায় থাকা অংশটি হবে $8 \times \frac{1}{4} = 2$ হাত।

13. বাগানের $\frac{5}{8}$ অংশে আছে 1500টি কলা গাছ। তাহলে পুরো বাগানে $(\frac{5}{8} \times \frac{8}{5})$ থাকবে $(1500 \times \frac{8}{5})$-টি = 2400-টি কলা গাছ। $\frac{1}{4}$ অংশে থাকবে $(2400 \times \frac{1}{4})$-টি বা 600-টি কলা গাছ

14. $1-\frac{1}{4}-\frac{1}{8}-\frac{2}{7}=1-\frac{51}{56}=\frac{5}{56}$ অংশ হাতে থাকল সব কেনার পরে। এর মান 10 টাকা হলে পুরো ছিল $(\frac{5}{56} \times \frac{56}{5})$ বা $10 \times \frac{56}{5} = 112$ টাকা।

15. $\frac{3}{4}-\frac{3}{5}=\frac{3}{20}$ অংশের মান হল 12 নম্বর। তাহলে মোট $(\frac{3}{20} \times \frac{20}{3})$ হবে $12 \times \frac{20}{3} = 80$ নম্বর। রাজু পেয়েছে $80 \times \frac{3}{4} = 60$নম্বর আর সঞ্জয় পেয়েছে 48নম্বর।

16. এক এক বারে ওঠে পুরো 10 হাত বাঁশের $\frac{5}{8}-\frac{5}{12}=\frac{5}{24}$ অংশ। তাহলে পুরো 10 হাত বাঁশটা উঠবে $10 \times \frac{24}{5} = 48$ বারে।

17. $\frac{1}{3}$ এর $\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$ অংশ। তাহলে ঘড়ি ও রেডিও কেনার পরে আছে $1-\frac{1}{3}-\frac{1}{6}=\frac{1}{2}$ অংশ। $\frac{1}{2}$ এর $\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$ অংশ। এর মান হল 120 টাকা। তাহলে মোট টাকা হল 480।

[আরেক ভাবে অজানা সংখ্যা ধরে এই অঙ্কের সমাধান করা যায়। ধরো, x হল মোট টাকা। তাহলে আমরা লিখতে পারি $(x-\frac{1}{3}x-\frac{1}{3}.\frac{1}{2}x).\frac{1}{2}=120$। এই সমীকরণ থেকে x-য়ের মান বার করে আমরা উত্তর পাব।]